

1.) Za okruglim stolom je n bračnih parova. Kolika je vjerovatnoća da svaka od k fiksiranih žena sjedi pored svog supruga?

$$p_k = \frac{2^k(2n - k - 1)!}{(2n - 1)!}.$$

2.) Zadatak sa n pari cipela ćemo preformulisati u ekvivalentni.

n nula i n jedinica formira slučajan niz. Kolika je vjerovatnoća da su parovi u nizu napravljeni od 0 i 1?

Primjeri nizova: U nizu 00101101 parovi su 00; 10; 11; 01. U nizu 01101010 parovi su 01; 10; 10; 10 te niz odgovara uslovu.

Niz od n nula i n jedinica je određen pozicijama koje su zauzele recimo nule (ostale pozicije zauzimaju jedinice). Broj načina da se od $2n$ pozicija odabere n za nule je $\binom{2n}{n}$. Niz koji nama odgovara je onaj kod koga u svakom paru imamo nulu. Nula se u svakom paru može naći na jednoj od dvije pozicije u paru. Dakle $p = \frac{2^n}{\binom{2n}{n}}$.

3.) Na dva polja šahovske table su postavljene dame. Kolika je vjerovatnoća da se dame napadaju?

Dame će se napadati ako su na istoj horizontali ili istoj vertikali ili istoj dijagonali. Ima po 8 horizontala i vertikala, po 4 dijagonale dužine 2, 3, 4, 5, 6, 7 i dvije dijagonale dužine 8. Dakle

$$p = \frac{8\binom{8}{2} + 8\binom{8}{2} + 2\binom{8}{2} + 4\binom{2}{2} + 4\binom{3}{2} + 4\binom{4}{2} + 4\binom{5}{2} + 4\binom{6}{2} + 4\binom{7}{2}}{\binom{64}{2}} = \frac{81}{224}.$$

Septembar 2018.

1.) U kutiji se nalaze kuglice numerisane brojevima 1, 2, ..., 50. Iz kutije se po modelu bez vraćanja vadi 5 kuglica. Naći raspodjelu slučajne promjenljive X koja je jednaka minimalnom izvađenom broju.

2.) Vjerovatnoća da strijelac pogodi metu je 0,7 i u nju gađa do prvog promašaja. Slučajna promjenljiva X uzima vrijednost -1 ako strijelac gađa neparan broj puta, a 1 ako gađa paran broj puta. Naći raspodjelu slučajne promjenljive X .

3.) U jednakokrakom pravouglom trouglu dužine katete 1, tjeme pravog ugla je u tački A , se slučajno bira tačka T , a zatim se kroz tačku T povlači prava p paralelna stranici BC . Prava p siječe stranice AB i AC u tačkama D i E . Slučajna promjenljiva X je dužina duži DE . Naći gustinu

slučajne promjenljive X .

4.) Student polaže ispit sa vjerovatnoćom 0,3. Koliko studenata treba da izađe na ispit da bi ih sa vjerovatnoćom $\geq 0,95$ položilo bar 60?

5.) Gustina obilježja X je

$$g(x, \theta) = \frac{1}{\sqrt{\theta}} e^{-\frac{x}{\sqrt{\theta}}}, x > 0, \theta > 0.$$

Metodom maksimalne vjerodostojnosti ocijeniti nepoznati parametar θ .

Jun 2018.

1.) U prvoj kutiji se nalaze 4 bijele i 5 crnih kuglica, u drugoj se nalazi 5 bijelih i 4 crne kuglice. Iz prve se u drugu kutiju prebacuju dvije kuglice, a zatim se iz druge vadi kuglica. Kolika je vjerovatnoća da su iz prve u drugu kutiju prebačene dvije crne kuglice ako je kuglica koja je izvađena iz druge kutije bijela?

2.) Kocka se baca 10 puta. Naći raspodjelu slučajne promjenljive W koja je jednaka najvećem zabilježenom broju.

3.) U unutrašnjosti kupe poluprečnika osnove 1 i visine 1 se slučajno bira tačka T . Neka je slučajna promjenljiva W rastojanje od T do ose kupe. Naći gustinu slučajne promjenljive W i EW .

4.) Testira se hipoteza da je novčić ispravan protiv hipoteze da je vjerovatnoća padanja pisma veća od vjerovatnoće padanja grba. Hipoteza o ispravnosti se odbacuje ako je broj palih pisama u seriji od 200 bacanja veći od c . Naći c tako da prag značajnosti testa bude $\alpha = 0,05$.

5.) U kvadratu dužine stranice 1 slučajno se bira tačka. Kolika je vjerovatnoća da je ta tačka od svakog tjemena udaljena više od $\frac{1}{2}$?