Matematika 2 - A

1.

(a) Vërtetoni katrori i një numri natyror nuk mund të paraqitet në formën $4n + 2$ ose $4n + 3$, ku $n \in \mathbb{N}$.

(b) Vërtetoni që asnjë nga numrat 1, 11, 111, ..., $\underbrace{111 \ldots 1}_{n}$, … nuk është kator i një numri natyror.

2. Të vërtetohet se për $n > 2$, nëse njëri nga numrat $2^n - 1, 2^n + 1$ është i thjeshtë, atëherë tjetri nuk është i thjeshtë.

3. Konvertoni numrat:

(a) $(CAF)_{14} \rightarrow (\qquad)_7$

(b) $(101212)_3 \rightarrow (\qquad)_6$

(c) $(AHA)_{21} \rightarrow (\qquad)_{17}$

4. Një numër a me 6 shifra në sistemin dhjetor mbaron me shifrën 5. Nëse shifra 5 vendoset në vendin e parë, atëherë formohet një numër i ri 6 shifror që është 4 herë më i madh se numri i dhënë. Të gjendet numri i dhënë.

5. Me metodën e induksionit matematik të vërtetohen relacionet e mëposhtme.

a) $1^2 + 2^2 + \cdots + n^2 + (n+1)^2 = \frac{(n+1)(n+2)(2n+3)}{6}$

b) $n^3 - 7n \mid 6$ për çdo numër natyror $n \in \mathbb{N}$.

6.

a) Të gjenden $PMP(4200{,}20790)$ dhe $PMP(15876{,}12240)$ në mënyrë standarte dhe shfrytëzuar algoritmin e Euklidit.

b) Të gjëndet numri më i vogël natyror n i cili jep mbetjen 1 pas pjestimit me secilin prej numrave 3,5,6,7,8,11,12,13 dhe 16.

7. Tek zbërthimi i binomit $(\alpha + \beta)^p$ anëtari i dytë është 60, anëtari i tretë është 150 dhe anëtari i katërt është 25. Të gjënden numrat α, β dhe p.

Matematika 2 - B

1. Mbetja e pjestimit të numrit natyror a me 7 është 4, kurse mbetja e pjestimit të numrit natyror b me 7 është 3. Të gjendet mbetja e pjesëtimit me 7 për secilin nga numrat e mëposhtëm:
$a + b, a - b, a \cdot b, 3a + 2b, a^2 + b^2, a^2, b^3, a^2 - b^2, a^3 + b^3$.

2. Gjeni të gjithë numrat natyrorë n për të cilin të tre numrat ; $3n - 4, 4n - 5$ dhe $5n - 3$ janë të thjeshtë.

3. Konvertoni numrat:
(a) $(23C)_{14} \rightarrow (\qquad)_7$
(b) $(121011)_3 \rightarrow (\qquad)_7$
(c) $(1ID)_{21} \rightarrow (\qquad)_{19}$

4. Të gjendet numri dyshifror ab në sistemin me bazë dhjetë që duke u shumëzuar me 6 jep numrin treshifror acb.

5. Me metodën e induksionit matematik të vërtetohen relacionet e mëposhtme.
a) $1^3 + 2^3 + \cdots + n^3 + (n+1)^3 = \frac{(n+1)^2(n+2)^2}{4}$
b) $(1+\alpha)^n \geq 1 + n\alpha$ për çdo numër natyror $n \in \mathbb{N}$ dhe për çdo numër real $\alpha \geq -1$.

6.

a) Të gjenden $PMP(1345,8537)$ dhe $PMP(756,1155)$ në mënyrë standarte dhe shfrytëzuar algoritmin e Euklidit.

b) Të gjenden numrat natyrorë a dhe b për të cilët janë të vlefshme barazimet.

$$PMP(a,b) = 13 \quad \text{dhe} \quad SHVP(a,b) = 1989$$

7. Tek zbërthimi i binomit $\left(2x + \frac{1}{2}\right)^n$ anëtari i katërt nuk përmban x –in. Të gjendet x ashtu që anëtari i tretë të jetë i barabartë me anëtarin e dytë.