

Prirodno-matematički fakultet
Društvo matematičara i fizičara Crne Gore

OLIMPIJADA ZNANJA 2022

Takmičenje iz MATEMATIKE
za II razred srednje škole

1. Ispitati da li postoje realni brojevi a, b, c tako da je

$$2a(c - a) - b(2a + b) + c(2b - c) = 2022.$$

2. Dokazati da za svako $x \in \mathbf{R}$ važi

$$\sum_{n=2}^{2022} \frac{1}{x^2 + 2x + n^2} < \frac{3}{4}$$

3. Odrediti broj načina da se brojevima 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 popuni sedam praznih polja tako da su sve nejednakosti tačne:

$$\square < \square < \square > \square < \square > \square > \square$$

Na primjer: $3 < 4 < 7 > 5 < 6 > 2 > 1$.

4. U trouglu ABC sa težistem T važi $|AT| = |BC|$ i $\angle CBT = 60^\circ$. Odrediti $|CT| : |AT|$.

Vrijeme rada: 180 minuta.

Svaki zadatak se boduje od 0 do 25 poena.

Rješenja zadataka detaljno obrazložiti.