

Prirodno-matematički fakultet
Društvo matematičara i fizičara Crne Gore

OLIMPIJADA ZNANJA 2022

Takmičenje iz MATEMATIKE
za I razred srednje škole

1. Neka su a i b realni brojevi različiti od nule, tako da je $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 5$ i $\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a} = 12$. Odrediti vrijednost izraza $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$.

2. Dokazati da je broj

$$3^{2022} - 1$$

djeljiv sa $8(3^{4 \cdot 337} + 3^{2 \cdot 337} + 1)$.

3. Odrediti broj načina da se brojevima 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 popuni sedam praznih polja tako da su sve nejednakosti tačne:

$$\square < \square < \square > \square < \square > \square > \square$$

Na primjer: $3 < 4 < 7 > 5 < 6 > 2 > 1$.

4. U trouglu ABC sa težistem T važi $|AT| = |BC|$ i $\angle CBT = 60^\circ$. Odrediti $|CT| : |AT|$.

Vrijeme rada: 180 minuta.

Svaki zadatak se boduje od 0 do 25 poena.

Rješenja zadataka detaljno obrazložiti.