

Prirodno-matematički fakultet
Društvo matematičara i fizičara Crne Gore

OLIMPIJADA ZNANJA 2025

Takmičenje iz MATEMATIKE

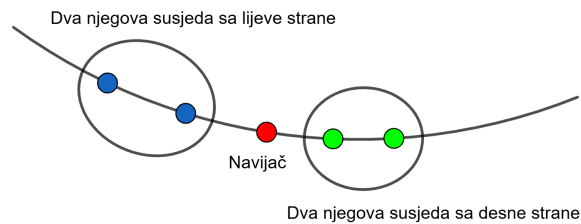
za IX razred osnovne škole

1. **(8 poena)** Markova porodica je u restoranu za ručak pojela dvije pice, tri sendviča i četiri pašte, i platili su 53 evra. Anina porodica je u istom restoranu ručala pet pica, šest sendviča i sedam pašti, i platili su 107 evra.
Za koliko je pica skuplja od pašte?
2. **(23 poena)** Prirodan broj M smo predstavili kao proizvod prostih brojeva. Zatim smo svakom od tih prostih brojeva dodali 1, i nakon množenja tako dobijenih brojeva smo dobili broj N . Dalje, predstavili smo broj N kao proizvod prostih brojeva, svakom od njih dodali 1 i množenjem tako dobijenih brojeva dobili broj P . Ako je broj N djeljiv sa M , dokazati da je P djeljiv sa N .
3. **(23 poena)** Dat je jednakokraki trougao ABC . Na njegovoj osnovi AB odabrana je tačka D , a na kraku BC tačka E takva da je $CD = CE$. Ako je $\angle EDB = 18^\circ$, naći $\angle DCA$.
4. **(23 poena)** Koliko rješenja u skupu cijelih brojeva ima jednačina

$$\frac{1}{2025} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}.$$

5. **(23 poena)** Za okruglim stolom je 105 mjesta. Potrebno je za sto smjestiti navijače klubova Budućnost, Lovćen i Mladost (svaki navijač navija samo za jedan klub!) tako da važe svi sljedeći uslovi:
 - (1) Među svaka tri uzastopna navijača za stolom, bar jedan navija za Mladost;
 - (2) Među svakih pet uzastopnih navijača za stolom, bar jedan navija za Budućnost;
 - (3) Za svakog navijača važi da je među njegova četiri susjeda (dva sa lijeve i dva sa desne strane, vidjeti sliku), bar jedan navijač Lovćena.Dokazati da, pri ovakvom smještanju:

- a) Broj navijača Lovćena za stolom mora biti paran.
- b) Za stolom ne može biti isti broj navijača klubova Budućnost i Mladost.



Vrijeme rada: 180 minuta.

Prvi zadatak se boduje sa maksimalno 8 bodova, a ostali sa maksimalno 23 boda.

Rješenja zadataka detaljno obrazložiti.