

Prirodno-matematički fakultet
Društvo matematičara i fizičara Crne Gore

OLIMPIJADA ZNANJA 2025

Takmičenje iz MATEMATIKE

za VIII razred osnovne škole

1. **(20 poena)** Neka su a, b, c, d realni brojevi tako da je $a^4 + b^4 + c^4 + d^4 = 16$. Pokazati da važi nejednakost $a^5 + b^5 + c^5 + d^5 \leq 32$.
2. **(20 poena)** Dvanaest hljebova podijeljeno je na dvanaest ljudi. Svaki muškarac dobio je po dva hljeba, žena po pola hljeba, a svako dijete po četvrtinu hljeba. Koliko je bilo muškaraca, koliko žena, a koliko djece?
3. **(20 poena)** Dat je jednakokraki trougao $\triangle ABC$, gdje je $|AB| = |AC| = 10$. Neka su AH i BD visine ovog trougla. Ako je $|DH|^2 : |AH|^2 = 9 : 16$, odrediti $|BD|$.
4. **(20 poena)** Data je kružnica sa centrom u tački O poluprečnika $2\sqrt{3}$. Neka je AB prečnik ove kružnice, a AC njena tetiva. Tangente na kružnicu u tačkama A i C se sijeku u tački D . Izračunati površinu četvorougla $ABCD$, ako je poznato da je $\angle ADC = \angle ABC$.
5. **(20 poena)** Odrediti ugao koji zaklopi mala kazaljka za jedan minut i ugao koji zaklopi velika kazaljka za pola sata. Ako trenutno velika kazaljka pokazuje tačno na 12, a mala kazaljka tačno na 5, za koliko minuta će se mala i velika kazaljka prvi put poklopiti nakon tog trenutka?

Vrijeme rada: 180 minuta.

Svaki zadatak se boduje sa maksimalno 20 bodova.

Rješenja zadataka detaljno obrazložiti.