

Prirodno-matematički fakultet  
Društvo matematičara i fizičara Crne Gore

OLIMPIJADA ZNANJA 2019

Takmičenje iz MATEMATIKE

za VIII razred osnovne škole

1. Svaka od kateta pravouglog trougla uvećana je za po  $1\text{ cm}$ . Da li se njegova hipotenuza mogla uvećati za više od  $\sqrt{2}\text{ cm}$ ?
2. Petocifreni broj  $x$  počinje cifrom 4, a završava se cifrom 7, a petocifreni broj  $y$  počinje cifrom 9, a završava se cifrom 3. Brojevi  $x$  i  $y$  imaju zajednički petocifreni djelilac. Dokazati da je broj  $2y - x$  djeljiv sa 11.
3. Na stranicama  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  i  $DA$  četvorougla  $ABCD$  izabrane su redom tačke  $K$ ,  $L$ ,  $M$  i  $N$  takve da je  $AK = AN$ ,  $BK = BL$ ,  $CL = CM$  i  $DM = DN$ . Četvorougao  $KLMN$  je pravougaonik. Dokazati da je četvorougao  $ABCD$  romb.
4. Na poljima šahovske table raspoređena su zrna pirinča. Broj zrna na svaka dva susjedna polja se razlikuje za 1. Dva polja su susjedna ako imaju zajedničku stranicu. Poznato je da se na jednom od 64 polja nalaze 3, a na nekom od ostalih 63 polja 17 zrna. Pijetao jede zrna sa glavne dijagonale čija su sva polja bijela, a kokoška sa druge. Ko će pojesti više, pijetao ili kokoška? (Glavnim dijagonalama nazivaju se dijagonale koje sadrže po 8 polja ove table.)

**Vrijeme rada: 180 minuta.**

**Svaki zadatak se boduje od 0 do 25 poena.**

**Rješenja zadataka detaljno obrazložiti.**