INVESTICIONI ZAJMOVI

- Odobravaju se za tačno odeđenu namjenu, na duži rok, sa pravom kontrole i pravom preduzimanja sankcija, ukoliko se zajam ne troši namjenski.

- Zajam se vraća dogovorenim novčanim iznosima - ***ANUITETIMA*** **-** u jednakim vremenskim razmacima: godišnje, polugodišnje itd.

  Anuitet se sastoji iz:

  - RATE – kojom se vraća glavni dug i

  - KAMATE

- Zajam se obično vraća:

✓ ***jednakim ratama*** ili

✓ ***jednakim anuitetima***

početkom ili krajem dogovorenog vremenskog intervala i uz dekurzivni ili anticipativni obračun kamata.

INVESTICIONI ZAJMOVI

Pretpostavimo da se zajam K vraća za n godina krajem godine uz dekurzivnu godišnju kamatnu stopu p i godišnji obračun kamata. Tada važe sledeće relacije:

$$\sum a_m = \sum R_m + \sum i_m$$

$$\sum R_m = K$$

$$K_{n-1} = R_n$$

$$K_n = 0 \quad (*)$$

Gdje je :

K_m- preostali dio zajma (glavnog duga);

a_m -godišnji anuitet;

R_m – odgovarajuća rata za m-tu godinu, m =1, 2, ... ,n

i_m - interes za m-tu godinu, m = 1, 2, ... ,n.

Napraviti ***plan otplate (amortizacije) zajma*** znači izračunati sve navedene veličine K_m, i_m, R_m, a_m i svrstati ih (radi bolje preglednosti) u odgovarajuću tabelu.

VRAĆANJE ZAJMA JEDNAKIM RATAMA

$$R_1 = R_2 = \ldots = R_n \equiv R, \quad R = \frac{K}{n}$$

$$i_1 = \frac{pK}{100}, \quad i_2 = \frac{p(K-R)}{100}, \quad \ldots \quad , i_n = \frac{p\left[K-(n-1)R\right]}{100}$$

$$a_1 = R + i_1, \quad a_2 = R + i_2, \quad \ldots \quad , a_n = R + i_n$$

Uzastopni godišnji interesi obrazuju artimetički niz čiji je prvi član i_1, n-ti član i_n i razlika $-\frac{pR}{100}$, pa je zbir svih godišnjih kamata :

$$\sum i_m = (i_1 + i_n)\cdot\frac{n}{2} = \left(\frac{pK}{100} + \frac{pK}{100} - \frac{pK}{100} + \frac{pK}{100n}\right)\cdot\frac{n}{2} = \frac{pK(n+1)}{200}$$

Godišnji anuiteti obrazuju artimetički niz čiji je prvi član a_1, n-ti član a_n i razlika $-\frac{pR}{100}$, pa je zbir svih godišnjih kamata :

$$\sum a_m = \sum i_m + nR = \frac{pK(n+1)}{200} + K = K\left[1 + \frac{p(n+1)}{200}\right]$$

VRAĆANJE ZAJMA JEDNAKIM ANUITETIMA KRAJEM ROKA

Godišnji anuiteti su jednaki i iznose:

$$\boxed{a_1 = a_2 = \ldots = a_n \equiv a}$$

$$i_1 = \frac{pK}{100} \Rightarrow K_1 = K + \frac{pK}{100} - a = Kq - a$$

$$i_2 = \frac{pK_1}{100} \Rightarrow K_2 = K_1 + \frac{pK_1}{100} - a = K_1 q - a = Kq^2 - aq - a = Kq^2 - a(1+q)$$

$$i_3 = \frac{pK_2}{100} \Rightarrow K_3 = K_2 + \frac{pK_2}{100} - a = Kq^3 - a(1+q+q^2)$$

...

$$i_n = \frac{pK_{n-1}}{100} \Rightarrow K_n = Kq^n - a(1+q+q^2+\ldots+q^{n-1})$$

VRAĆANJE ZAJMA JEDNAKIM ANUITETIMA KRAJEM ROKA

Zajam je vraćen kada je $K_n = 0$, tj.:

$$a(1+q+\ldots+q^{n-1}) = Kq^n$$

Izraz u zagradi je zbir od n članova geometrijskog niza čiji je prvi član 1, količnik q, pa je:

$$a\frac{q^n-1}{q-1} = Kq^n$$

Odnosno godišnji anuitet je:

$$\boxed{a = Kq^n\frac{q-1}{q^n-1}}$$

Iz poznatog anuiteta i interesa određujemo ratu:

$$R_m = a_m - i_m = a - i_m$$

VRAĆANJE ZAJMA JEDNAKIM ANUITETIMA

KRAJEM ROKA

Dokažimo da uzastopne rate obrazuju geometrijski niz čiji je prvi član R_1 i količnik q.

Kako je:

$$a = R_1 + i_1 \qquad \text{i} \qquad a = R_2 + i_2$$

Izjednačavajući desne strane i zamjenjujući i_1 i i_2 svojim vrijednostima, dobijamo da je:

$$R_2 + \frac{pK_1}{100} = R_1 + \frac{pK}{100}$$

Odnosno:

$$R_2 = R_1 + \frac{p(K - K_1)}{100} = R_1 + \frac{pR_1}{100} = R_1 \cdot (1 + \frac{p}{100})$$

$$R_2 = R_1 q$$

Na isti se način provjerava da je:

$$\boxed{R_m = R_{m-1} q = R_1 q^{m-1}}$$

VRAĆANJE ZAJMA JEDNAKIM ANUITETIMA POČETKOM ROKA

$$K_1 = K - a + (K - a) \cdot \frac{p}{100} = Kq - aq$$

$$K_2 = (K_1 - a) + (K_1 - a) \cdot \frac{p}{100} = Kq^2 - aq(1 + q)$$

$$K_3 = Kq^3 - aq(1 + q + q^2)$$

$$\ldots$$

$$K_{n-1} = Kq^{n-1} - aq\frac{q^{n-1} - 1}{q - 1}$$

Neka je K_n’ ostatak zajma početkom n-te godine. Tada važi:

$$K_n^{'} = K_{n-1} - a$$

Iz uslova Kn’=0 dobijamo anuitet:

$$\boxed{a = Kq^{n-1}\frac{q - 1}{q^n - 1}}$$

SLUČAJ ANTICIPATIVNOG OBRAČUNA KAMATA

- Zamjenom anticipativne ekvivalentnom dekurzivnom stopom, obračun možemo napraviti kao u prethodnim slučajevima.
- Međutim, zajmodavac može da traži da se kamate i efektivno daju unaprijed. U tom slučaju korisnik dobija zajam umanjen za kamatu, tj, ako je (anticipativna) kamatna stopa p:

$$K - \frac{Kp}{100} = K(1 - \frac{p}{100}) = \frac{K}{r}, \quad r = \frac{100}{100 - p}$$

- Zbir sadašnjih vrijednosti svih anuiteta (ako se plaćaju krajem termina) je:

$$\frac{a}{r} + \frac{a}{r^2} + \ldots + \frac{a}{r^n}$$

- Prema principu ekvivalencije, imamo da je:

$$\frac{K}{r} = \frac{a}{r} + \frac{a}{r^2} + \ldots + \frac{a}{r^n}$$ odnosno $$\boxed{a = Kr^{n-1}\frac{r-1}{r^n - 1}}$$

INTERKALARNA KAMATA

- Korisnik zajma, obično, ne podiže cio zajam odjednom, nego u djelovima - tzv. ***tranšama*** - zavisno od tempa realizacije projekta za koji je dobio zajam.
- **Interkalarna kamata** se plaća za vrijeme koje protekne od momenta dobijanja tranše do početka vraćanja zajma (tzv. grace (grejs) period).
- 3 metode obračuna interkalarne kamate:

  1. Kamata se obračunava prostim interesnim računom uz primjenu dogovorene kamatne stope na cio zajam za polovinu broja termina.

  2. Prostim interesnim računom kamata se obračuna za svaku tranšu posebno za jedno polugodište manje od ukupnog broja termina.

  3. Kamata se obračunava po složenom kamatnom računu za svaku tranšu posebno, a za broj termina se uzima broj polugodišta umanjen za jedan za svaku tranšu pojedinačno. Kamatna stopa je polugodišnja relativna ili konformna.

ISPITIVANJE RENTABILNOSTI INVESTICIJE

METODA RAVNOMJERNIH EKVIVALENTNIH GODIŠNJIH TROŠKOVA (EGT)

- Metoda se sastoji u tome da se svi troškovi (bilo da su godišnji ili zbirni) po svim varijantama svedu na jednake godišnje iznose. Ona varijanta po kojoj su ti troškovi najmanji biće najrentabilnija.

- Ukoliko troškovi korišćenja i održavanja nijesu isti svake godine onda najprije treba izračunati njihovu sadašnju vrijednost, koja će biti osnovica za obračun anuiteta. Tako nastaju EGT korišćenja i održavanja. Nabavna vrijednost mašine i sl. je već sadašnja vrijednost pa će se EGT od nabavne vrijednosti dobiti primjenom obrasca za anuitet, gdje je K jednako nabavnoj vrijednosti. Ukupni EGT jednak je zbiru prethodna dva EGT-a.

METODA SADAŠNJE VRIJEDNOSTI

- Metoda se sastoji u tome da se svi troškovi po svim varijantama svedu na sadašnje troškove (trenutak t=0) i tako svedeni troškovi uporede.

- Ako investicije ne daju isti efekat tada se izračuna neto efekat investicije (kapitalna vrijednost investicije) za t=0 , kao razlika sadašnje vrijednosti prihoda i sadašnje vrijednosti troškova.

- Ako je riječ o rentabilnosti jedne investicije, ona je rentabilna ako je njen neto efekat pozitivan. Prosječni godišnji neto efekat investicije dobijamo ako izračunamo anuitet od neto efekta (za t=0).

Metod sadašnje vrijednosti kvantifikuje očekivanu rentabilnost investicije u apsolutnom monetarnom iznosu za razliku od anuitetnog metoda, koji pruža mogućnost kvantifikacije prosječnih veličina karakterističnih za investiciju.

Definicija:

- **Obveznice** predstavljaju dugoročne hartije od vrijednosti kod kojih se izdavalac obavezuje da isplati kamatu i glavnicu, imaocu hartije, na tačno određene datume.
- **Jednokratno isplative** obveznice *(bez kupona).*
- **Višekratno isplative** obveznice *(sa kuponima)*

Definicija:

- **NOMINALNA VRIJEDNOST** – iznos koji izdavalac plaća na datum dospijeća (*naznačena je na samoj hartiji – obveznici*).
- **DATUM DOSPIJEĆA** – datum kada je izdavalac dužan da izvrši isplatu nominalne vrijednosti.
- **KUPONSKA KAMATNA STOPA** – kamatna stopa koja se obračunava na nominalnu vrijednost.

13

Vrednovanje obveznica

Potrebni podaci:

- **Informacije o novčanom toku**:
  - Periodične isplate kamata
  - Nominalna vrijednost
- **Rok dospijeća**
- **Očekivana stopa povraćaja investicije**

14

Prinos na obveznice

- Očekivana stopa prinosa obveznice je diskontna stopa koja izjednačava sadašnju vrijednost budućih novčanih tokova sa tekućom tržišnom cijenom obveznice.

- Računsko određivanje istovjetno određivanju IRR stope (biće obrađeno kasnije)

15

Obveznice

1. Vrijednost obveznice je obrnuto srazmjerna tekućoj kamatnoj stopi *(sadašnjoj očekivanoj stopi povraćaja investicije)*.
2. Tržišna vrijednost obveznice će biti manja od nominalne vrijednosti ukoliko je očekivana stopa investicija iznad kuponske kamatne stope.

Obveznice

3. Sa približavanjem roka dospjeća, tržišna vrijednost obveznice se približava nominalnoj vrijednosti.
4. Dugoročna obveznica nosi veći rizik kamatne stope od kratkoročne obveznice.
5. Osjetljivost vrijednosti obveznice na promjenu kamatnih stopa ne zavisi samo od dužine vremena do dospjeća, nego i od novčanog toka projektovanog obveznicom.