

# 1. ELEKTROSTATIKA

Elektrostatika je oblast elektrotehnike u kojoj se izučava elektricitet u mirovanju makroskopski posmatrano u odnosu na posmatračev referentni sistem, što znači da naelektrisanja smatramo statičkim (u miru) iako u njima postoji stalno kretanje naelektrisanih čestica.

## 1.1 Međusobno djelovanje naelektrisanja – Kulonov zakon

Rezultantno naelektrisanje atoma koji sadrži jednak broj protona i elektrona jednako je nuli. Tijelo koje sadrži jednak broj protona i elektrona takođe je nenaelektrisano. Kad neko tijelo sadrži višak elektrona, u odnosu na protone, kaže se da je negativno naelektrisano. U suprotnom, za tijelo koje ima manjak elektrona, kaže se da je pozitivno naelektrisano. Naelektrisanje  $q$ , za koje se u literaturi susreću i nazivi: električno opterećenje, količina elektriciteta, naboj ili tovar, dakle, predstavlja cijeli multipl elementarnog naelektrisanja  $q = n \cdot q_e$ .

Naelektrisano tijelo zanemarljivo malih dimenzija naziva se tačkastim, ili punktualnim, naelektrisanjem.

Makroskopsko svojstvo međusobnog djelovanja naelektrisanih tijela mehaničkom silom  $F$ , za slučaj djelovanja dva tačkasta naelektrisanja  $q_1$  i  $q_2$ , koja se nalaze u homogenoj sredini na međusobnom rastojanju  $r$ , kvantitativno se izražava **Kulonovim zakonom**:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (1.1)$$

gdje je: - $F$  Kulonova (mehanička) sila,  $[N]$  (njutna)

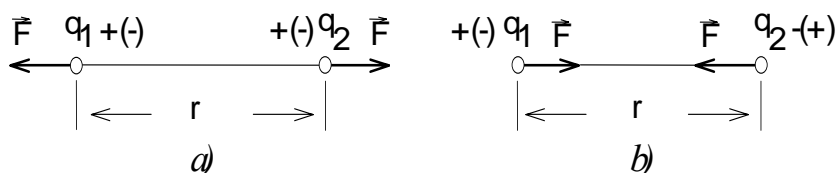
- $q_1$  količina elektriciteta prvog tijela,  $[C]$  (kulona)

- $q_2$  količina elektriciteta drugog tijela,  $[C]$

- $\epsilon$  (epsilon) dielektrična konstanta,  $\left[ \frac{C^2}{Nm^2} \right]$

- $r$  rastojanje između naelektrisanih tijela,  $[m]$

Kulonova sila međusobnog djelovanja naelektrisanja ima pravac duži koja spaja tačke u kojima se nalaze naelektrisanja  $q_1$  i  $q_2$ . Kada su naelektrisanja istoimena, među njima djeluju odbojne sile, a kada su raznoimena, među njima djeluju privlačne sile (Slike 1.1a i 1.1b).



Slika 1.1 Pravac i smjer sile za slučaj a) Istoimenih i b) Raznoimenih naelektrisanja.

U vektorskom obliku Kulonova sila je:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_1 q_2}{r^3} \vec{r} \quad (1.2)$$

Smjer vektora  $\vec{r}$  saglasan je konstatacijama o smjerovima djelovanja sila u zavisnosti od karaktera naelektrisanja.

**Dielektrična konstanta**  $\varepsilon$  ili, kako se još naziva, specifična dielektrična propustljivost, ukazuje da Kulonova sila, osim od količina elektriciteta kojima su tijela naelektrisana i rastojanja tih tijela, zavisi i od sredine u kojoj se tijela nalaze. Najmanju dielektričnu konstantu ima prazan prostor -vakum i ona iznosi:

$$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \left[ \frac{C^2}{Nm^2} \right].$$

Sve ostale supstance imaju dielektričnu konstantu  $\varepsilon > \varepsilon_0$ . Odnos  $\varepsilon / \varepsilon_0 = \varepsilon_r$  naziva se **relativna dielektrična konstanta**. U narednoj tabeli date su vrijednosti relativne dielektrične konstante za neke karakteristične sredine

sredina	$\varepsilon_r$
vazduh	1,0006
transformatorsko ulje	2,2 - 2,5
čista voda	78
elektrotehnički porcelan	5,5 - 6,0
staklo	4 - 17
guma	3,0 - 6,0

## 1.2 Elektrostatičko polje

Prema shvatanjima savremene fizike, svako uzajamno djelovanje (osim mehaničkog) prenosi se posredstvom fizičkog polja. Fizička polja se prostiru brzinom svjetlosti. Polje u okolini naelektrisanog tijela koje miruje naziva se **elektrostatičko polje**  $E$ .

Ako se u neku tačku polja, na rastojanju  $\vec{r}$  od naelektrisanja  $q$ , koje je pobudilo to polje, unese neko probno naelektrisanje  $q_p$  (naelektrisanje koje je tako malo da njegovo polje zanemarljivo djeluje na promjenu polja izazvanog od naelektrisanja  $q$ ), tada će, na to unijeto naelektrisanje, saglasno Kulonovom zakonu, djelovati sila  $\vec{F}$ . Odnos sile kojom polje djeluje na  $q_p$  i vrijednosti  $q_p$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_p} \left[ \frac{N}{C} \right] \quad (1.3)$$

predstavlja veličinu kojom se karakteriše to polje, a koja se naziva vektor **jačine elektrostatičkog polja**.

Često se Kulonov zakon (elektrostatička sila koja djeluje na tačkasto naelektrisanje  $q$  koje se nalazi u elektrostatičkom polju  $K$ ) izražava u formi:

$$\vec{F} = \vec{E} \cdot q$$

što je očigledno iz jednačine (1.3).

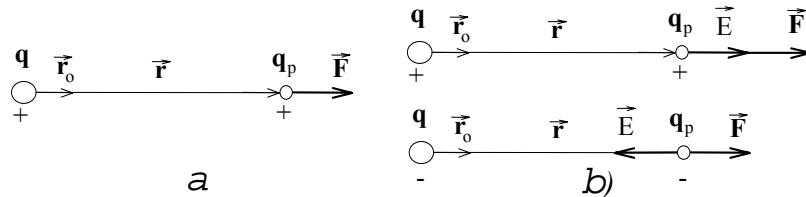
### 1.2.1 Polje usamljenog tačkastog naelektrisanja

Na slici 1.2a prikazano je tačkasto naelektrisanje  $q$  i na rastojanju  $\vec{r}$  od njega probno naelektrisanje  $q_p$ , toliko malo da se njegov uticaj na polje naelektrisanja  $q$  može zanemariti, pa se naelektrisanje  $q$  može smatrati usamljenim. Jačina polja usamljenog tačkastog naelektrisanja  $q$ , saglasno izrazu (1.3), je

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{r}_o \quad (1.4)$$

Na slici 1.2b prikazana su dva slučaja kojima se ilustruje način određivanja pravca i smjera vektora jačine elektrostatičkog polja (usamljeno pozitivno i usamljeno negativno tačkasto naelektrisanje).

Iz relacije (1.4), i sa slike 1.2b, da se uočiti da je, za pretpostavljeni smjer jediničnog vektora  $\vec{r}_o$ , smjer vektora jačine elektrostatičkog polja podudaran sa smjerom sile kada je q pozitivno, a suprotan kada je q negativno, odnosno smjer polja je **od** pozitivno naelektrisanog tijela i **ka** negativno naelektrisanom tijelu.



Slika 1.2 a) Usamljeno tačkasto naelektrisanje; b) Smjerovi polja usamljenog tačkastog naelektrisanja.

### 1.2.2 Polje naelektrisanog tijela

Za određivanje jačine polja, koje potiče od n tačkastih naelektrisanja raspoređenih u prostoru, važi princip superpozicije prema kojem se rezultatna jačina polja može dobiti kao

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i \quad (1.5)$$

Kod elektrostatičkih pojava polazi se od pretpostavke da se u sistemu elektricitet (makroskopski) ne kreće. Otuda proizilazi da je pri elektrostatičkim pojavama u unutrašnjosti provodnika električno polje jednako nuli. Da nije tako, na naelektrisane čestice djelovala bi Kulonova sila  $\vec{F} = \vec{E} \cdot q$  i primorala slobodne elektrone da se kreću. Jedino na površini tijela električno polje može biti različito od nula, ali mora biti usmjereno normalno na površinu, u protivnom, ako bi imalo tangencijalnu komponentu, došlo bi do kretanja elektrona po površini. Sila usmjerena normalno na površinu ne može da pokrene naelektrisane čestice van tijela (osim u posebnom slučaju kada pri jakom električnom polju može da dođe do površinske emisije elektrona). U tome ih sprečavaju sile koje održavaju strukturu površine tijela. Dakle, možemo zaključiti da je, kod naelektrisanih provodnih tijela, elektricitet raspoređen po površini tijela, pa je uputno

uvesti pojam **površinska gustina naelektrisanja**  $\sigma = \frac{dq}{dS} \left[ \frac{C}{m^2} \right]$

Da bi izračunali polje pobuđeno od naelektrisanog tijela u nekoj tački M, moramo sabrati elementarna polja dK koja potiču od svih elementarnih naelektrisanja na površini S tijela

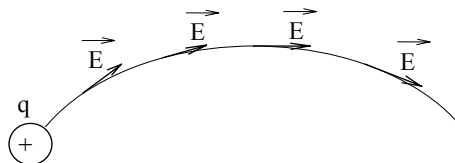
$$\vec{E} = \oint_S d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \oint_S \frac{dq}{r^3} \vec{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \oint_S \frac{\sigma}{r^3} \vec{r} dS$$

U slučaju da imamo više naelektrisanih tijela, električno polje bi bilo jednako vektorskom zbiru polja pojedinih tijela. Napomenimo, međutim, da će, iako važi princip

superpozicije, unošenje neutralnog tijela u električno polje poremetiti to električno polje, te njegovo određivanje postaje veoma složeno i van okvira je našeg interesovanja.

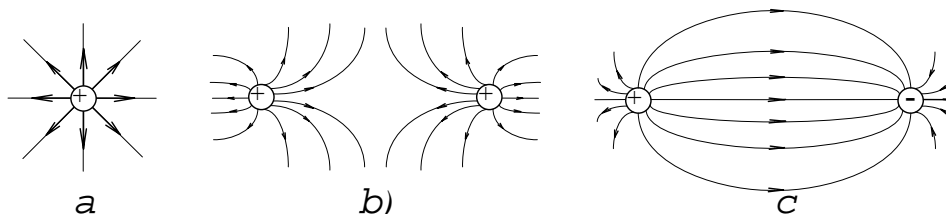
### 1.2.3 Predstavljanje elektrostatickog polja

Često matematički model nije dovoljan da bi se stekla potpunija predstava o električnom polju, pa se polje predstavlja geometrijski, pomoću tzv **linija električnog polja**. Pri tome, linija električnog polja ima svojstvo da joj je tangenta, u bilo kojoj njenoj tački, podudarna sa pravcem vektora jačine polja u toj tački, kako je to prikazano na slici 1.3.



Slika 1.3 Primjer linije polja usamljenog tačkastog naelektrisanja.

Smjer linija polja, prema konvenciji, ide od pozitivno naelektrisanog tijela prema negativno naelektrisanom tijelu. Skup linija polja, koji predstavlja posmatrano polje, naziva se spektrom polja. Na slici 1.4 prikazani su spektri tipičnih kombinacija tačkastih naelektrisanja.



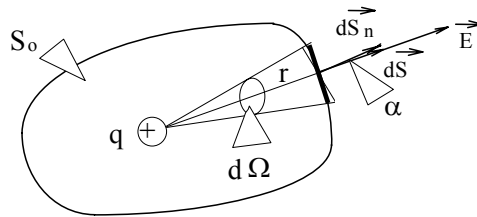
Slika 1.4 Spektri polja za slučajeve: a) Usamljeno tačkasto pozitivno naelektrisanje; b) Dva pozitivna tačkasta naelektrisanja; c) Jedno pozitivno i jedno negativno tačkasto naelektrisanje.

Sa slike 1.4c uočava se analogija sa hidrodinamičkim poljem, u pogledu spektra polja, s tim što je pozitivno naelektrisanje analog izvora, a negativno naelektrisanje analog ponora, dok linije polja imaju analogiju sa strujnicama fluida. Kako onda tumačiti spektar polja sa slike 1.4a? Ovo se tumači na osnovu predstave da postojanje pozitivnog naelektrisanja uslovljava postojanje, negdje u prostoru, isto tolikog negativnog naelektrisanja.

Površine sa osobinom da linije električnog polja prolaze kroz njih pod pravim uglom nazivaju se **ekvipotencijalne površine**.

### 1.3 Elektrostaticki fluks – Gausova teorema

Zamislimo površinu  $S_0$  u elektrostatickom polju pozitivnog naelektrisanja  $q$ , kao na slici 1.5.



Slika 1.5 Ilustracija dokaza Gausove teoreme.

Element te površine možemo prikazati elementarnim vektorom  $d\vec{S}$  upravnim na površinu, usmjerenim od negativne ka pozitivnoj strani površine, intenziteta srazmjernog površini  $dS$ . Definišimo **vektor dielektričnog pomjeraja**  $\vec{D}$ , koji je kolinearan sa vektorom jačine električnog polja  $\vec{E}$ ,

$$\vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E}. \quad (1.6)$$

Vektor  $\vec{D}$  u nekoj tački, dakle, uzima u obzir položaj tačke, prirodu i intenziteta naelektrisanja, ali preko dielektrične konstante  $\varepsilon$ , eliminiše uticaj sredine u kojoj se ta tačka nalazi.

Skalarni proizvod vektora dielektričnog pomjeraja  $\vec{D}$  (koji se u literaturi srijeće i pod nazivom “vektor deplasman” ili “vektor elektrostatičke indukcije”) na mjestu površine  $dS$  i elementarnog vektora te površine  $d\vec{S}$  naziva se **elementarni električni fluks**  $d\Psi$

$$d\Psi = \vec{D} \cdot d\vec{S} = D \cdot dS \cdot \cos \alpha, \quad (1.7)$$

a integral elementarnih električnih flukseva po cijeloj zatvorenoj površini  $S$  naziva se **električni fluks** kroz površinu  $S$ :

$$\Psi = \oint_S d\Psi = \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \oint_S \varepsilon \cdot \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

Elektrostatički fluks je, dakle, skalarna veličina uvedena radi jednostavnijeg izražavanja kvantitativnih pokazatelja elektrostatičkog polja nego što je to moguće preko vektora jačine polja (rad sa skalarima je jednostavniji nego sa vektorima).

Prema **Gausovoj teoremi**, u svakom električnom polju fluks vektora elektrostatičkog polja kroz zatvorenu površinu jednak je algebarskom zbiru svih količina elektriciteta koje su obuhvaćene tom površinom. Gausova teorema se izražava jednačinom:

$$\Psi = \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum_S q \quad (1.8)$$

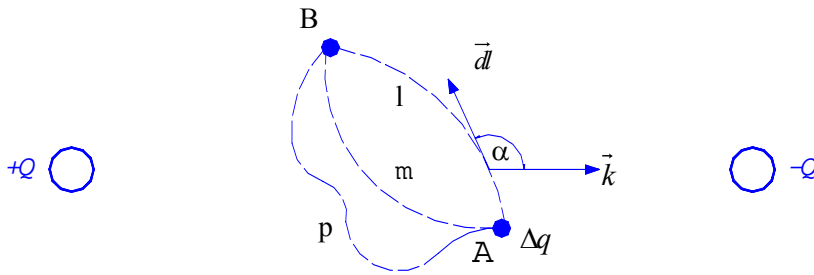
Očigledno, dielektrični pomjeraj  $D$  se izražava u kulonima po kvadratnom metru, a električni fluks  $\Psi$  u kulonima C, kao i količina elektriciteta  $q$ .

#### 1.4 Elektrostatički potencijal i napon

Posmatrajmo malo pozitivno probno naelektrisanje  $+\Delta q$  koje se nalazi u tački A elektrostatičkog polja K kao na sici 1.6

Prenesimo lagano naelektrisanje  $+\Delta q$  iz tačke A u tačku B djelujući spoljašnjom silom (npr. mehaničkom). Pri tome će spoljašnja sila izvršiti određeni rad jer djeluje **protiv sile električnog polja**:

$$\Delta A = \int_A^B \Delta \vec{F} d\vec{l} = -\Delta q \int_A^B \vec{K} d\vec{l} = W_B - W_A \quad (1.9)$$



Slika 1.6 Uz određivanje porasta potencijala

Uloženi rad, prema zakonu o održanju energije, mora povećati potencijalnu energiju sistema naelektrisanih tijela. Povećanje potencijalne energije sistema jednako je izvršenom radu sile  $\Delta A$ , a  $W_A$  i  $W_B$  su elektrostatičke potencijalne energije naelektrisanja u tačkama A i B, respektivno. Kako potencijalna energija zavisi samo od **položaja** tijela, to će njeno povećanje pri prenosu naelektrisanja  $\Delta q$  iz tačke A u tačku B biti nezavisno od puta kojim je to opterećenje prenijeto. Povećanje je isto, bez obzira da li smo prenošenje izvršili trasom “m”, “p” ili ma kojom drugom.

Količnik između rada spoljašnjih sila  $\Delta A$  i količine elektriciteta  $\Delta q$  naziva se **porast potencijala** od tačke A do tačke B:

$$U_{AB} = \lim_{\Delta q \rightarrow 0} \frac{\Delta A}{\Delta q} \quad (1.10)$$

ili s obzirom na jednačinu (1.9) imamo:

$$U_{AB} = \int_A^B \vec{E} d\vec{l} = \int_A^B E dl \cos(\vec{E}, d\vec{l}) \quad (1.11)$$

Napomenimo da se često za **potencijalnu razliku** ili **napon** između dvije tačke uzima gore definisana vrijednost, ali sa promijenjenim znakom. U tom slučaju se napon izražava **radom električnih sila** po jedinici opterećenja. Pri prenosu naelektrisanja pod dejstvom sila električnog polja, ukupna potencijalna energija sistema naelektrisanih tijela opada, pa se tada radi o **padu potencijala** između dvije tačke, ili o **padu napona**. Preporučljivo je da mi pod pojmom napon uvijek podrazumijevamo porast napona od tačke A do tačke B definisan izrazom (1.11), pa ako se dobije negativna vrijednost to znači da je tačka B na nižem potencijalu od tačke A, tj. da od tačke A do tačke B imamo pad napona.

Postojanje elektrostatičke potencijalne energije podrazumijeva postojanje neke referentne tačke P u kojoj je potencijalna energija jednaka nuli. S ovim u vezi, elektrostatička potencijalna energija pozitivnog probnog naelektrisanja  $q_p$  u nekoj tački M polja, u odnosu na tačku P, biće jednaka radu potrebnom da se to naelektrisanje dovede iz tačke P u tačku M nasuprot djelovanju sila polja

$$W_M = -q_p \int_P^M \vec{E} d\vec{l} = q_p \int_M^P \vec{E} d\vec{l} \quad (1.12)$$

Osnovna svojstva integrala iz (1.12) su: vrijednost mu ne zavisi od puta integraljenja, vrijednost mu zavisi od položaja krajnjih tačaka P i M, i vrijednost ovog integrala po zatvorenoj konturi jednaka je nuli.

Količnik  $W_M / q_p$  naziva se elektrostatički (električni) potencijal  $V_M$  u toj tački polja

$$V_M = \frac{W_M}{q_p} = -\int_P^M \vec{E}d\vec{l} = \int_M^P \vec{E}d\vec{l} \quad (1.13)$$

pri čemu je

$$V_p = \int_P^P \vec{E}d\vec{l} = 0 \quad (1.14)$$

Fizički se potencijal u nekoj tački polja može shvatiti kao rad koji izvrše sile polja pomjerajući pozitivno jedinično probno naelektrisanje  $q_p$  (1C) iz posmatrane tačke polja u referentnu tačku P, za koju je usvojeno da joj je potencijal jednak nuli, uz uslov da sva ostala naelektrisanja ostaju nepokretna.

Obično se, kao referentna, usvaja beskonačno udaljena tačka, pa je

$$V_M = \int_M^\infty \vec{E}d\vec{l}. \quad (1.15)$$

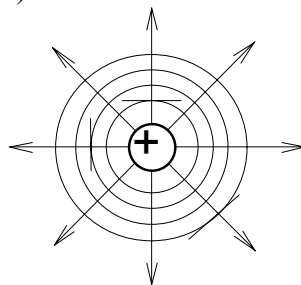
Na osnovu (1.13), vidi se da je dimenziono potencijal jednak radu kroz naelektrisanje ( $V=A/q$ ), pa je jedinica potencijala  $J/C=V$  (Volt).

Razlika potencijala između dvije tačke A i B u električnom polju naziva se napon

$$U = V_A - V_B = \int_A^P \vec{E}d\vec{l} - \int_B^P \vec{E}d\vec{l} = \int_A^B \vec{E}d\vec{l} \quad (1.16)$$

i njegova jedinica je takođe 1V.

Dimenziono, jačina električnog polja je  $E=F/q=U/l$ , odakle proizilazi da je jedinica za električno polje V/m (volt po metru)



Slika 1.7 Spektar polja i ekvipotencijalne površina usamljenog tačkastog naelektrisanja.

Ranije smo napomenuli da su ekvipotencijalne površine upravne na linije električnog polja, pa potencijal u svakoj njihovoj tački ima istu vrijednost, jer je rad pri pomjeranju probnog naelektrisanja po ekvipotencijalnoj površini jednak nuli. Na slici 1.7 predstavljen je spektar elektrostatičkog polja usamljenog tačkastog naelektrisanja sa odgovarajućim ekvipotencijalnim površinama.

## 1.5 Elektrostatičko polje u supstancijama

Dosadašnja izlaganja odnosila su se uglavnom na elektrostatičko polje u vakumu. Može se reći da se razmatranja u vakumu mogu primijeniti, ne čineći znatniju grešku, i na vazдушnu sredinu (jer su im dielektrične konstante približno jednake). Interesantno je razmotriti elektrostatičko polje u prisustvu čvrste supstancije. U tom smislu, nužno je izvršiti podjelu čvrstih supstancija u odnosu na sadržaj slobodnih elementarnih nosilaca naelektrisanja (elektrona) na **provodnike**, koji sadrže veliki broj slobodnih elementarnih naelektrisanja, i **dielektrike** (izolatore), koji gotovo da ne sadrže slobodna elementarna naelektrisanja.

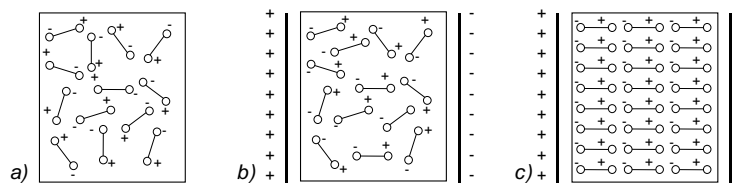
Među provodnim supstancijama tipični su metali (Au, Ag, Pt, Cu, Al, Fe, itd.) čija je osnovna karakteristika da sadrže elektrone koji su slabo vezani za matične atome pa, pod dejstvom sila električnog polja, mogu lako prelaziti od atoma do atoma i kad je to polje slabog intenziteta. Kretanje slobodnih elektrona naziva se **električna struja**.

Zbog vrlo malog sadržaja slobodnih elektrona u dielektricima, struja koja može nastati u njima pod uticajem sila polja umjerenog intenziteta je vrlo slaba.

### 1.5.1 Elektrostatičko polje u dielektricima

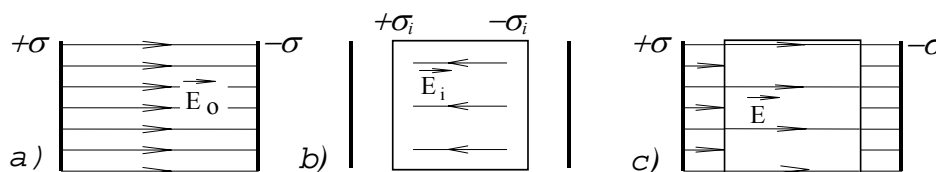
S obzirom na zanemarljivo mali broj slobodnih nosilaca naelektrisanja u dielektricima, dielektrične supstancije se mogu zamisliti kao skup velikog broja vezanih naelektrisanja koje nazivamo **električni dipoli**.

Kada se dielektrična supstancija unese u homogeno električno polje tada će njeni dipoli težiti da se postave u pravcu i smjeru polja. Elementarna naelektrisanja unutar dielektrika su međusobno kompenzirana, dok na spoljašnjim površima dielektrika postoje nagomilana nekompenzirana naelektrisanja, koja su vezana za dielektrik i, pri umjerenim poljima, ne mogu ga napustiti. Ova pojava nagomilavanja naelektrisanja na površini dielektrika naziva se **polarizacija dielektrika**.



Slika 1.8 Polarizacija dielektrika. a) Predstava homogenog dielektrika; b) Proces polarizacije; c) Konačni efekti polarizacije.

Sniženje polja unutar dielektrika može se tumačiti povećanjem dielektrične konstante  $\epsilon$ , koja karakteriše svojstva dielektrika, u odnosu na dielektričnu konstantu vakuma  $\epsilon_0$ .



Slika 1.9 Dielektrik u homogenom polju. a) Homogeno polje; b) Sopstveno polje zbog polarizacije; c) Rezultantno polje.

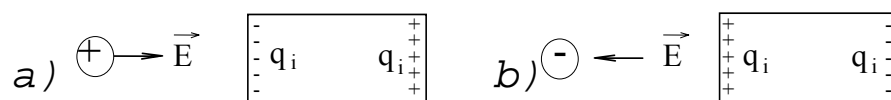
Na osnovu izloženog, može se izvesti opšti zaključak da izrazi za veličine, koje karakterišu elektrostatička polja u dielektriku, imaju isti oblik kao i odgovarajući za vakum, s tim što se, u ovim izrazima, umjesto veličine  $\epsilon_0$  pojavljuje veličina  $\epsilon$ . Naravno, ovo važi za homogene dielektrike kada se nađu u homogenim poljima.

Napomenimo da se postavljanje dielektrika u električno polje koristi kod tzv. dielektičnog zagrijavanja. Istina, u tom slučaju se koristi brzopromjenljivo električno polje - polje koje u vremenu mijenja smjer. Kako se dipoli u dielektriku orjentišu prema smjeru polja, to će u njemu doći do intenzivnog kretanja materijalnih čestica, što se, u krajnjem, manifestuje porastom temperature dielektrika.



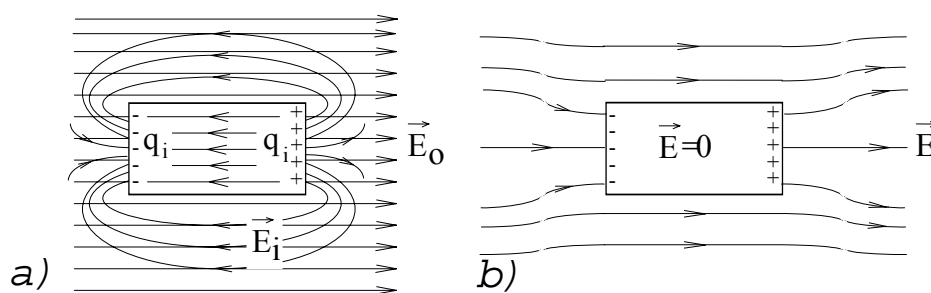
### 1.5.2 Elektrostatičko polje u provodnicima

Ako se provodno nenaelektrisano tijelo unese u električno polje, sile polja će djelovati na njegova elementarna naelektrisanja. Pozitivna elementarna naelektrisanja (protoni) su vezani za jezgra atoma i nemaju mogućnost pomjeranja, dok će se slobodni elektroni kretati kroz provodno tijelo u smjeru suprotnom od smjera električnog polja. Na slici 1.10 prikazani su efekti te pojave koju nazivamo **elektrostatička indukcija** ili **influencija**.



Slika 1.10 Efekti pojave elektrostatičke indukcije u provodnom tijelu.

Efekti pojave elektrostatičke indukcije su, dakle, što se na jednom kraju provodnog tijela u električnom polju grupišu slobodni elektroni, a na drugom njegovom kraju ostaje manjak elektrona. Naelektrisanja indukovana na provodniku stvaraju dodatno (indukovano) polje  $\vec{E}_i$  koje mijenja polje koj ga je izazvalo  $\vec{E}_0$  jer se sa njim superponira dajući rezultatno polje  $\vec{E}$ , kao što je to pokazano na slici 1.11.

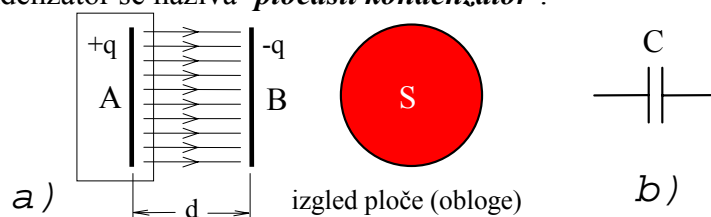


Slika 1.11 a) Provodno tijelo u stranom polju; b) Rezultantno polje.

Sa slike 1.11b, vidi se da je rezultatno polje unutar provodnog tijela jednako nuli. Da nije tako, proces kretanja naelektrisanja bi se nastavio. Izvan provodnog tijela, indukovano polje deformiše polje koje ga je izazvalo.

### 1.6 Električna kapacitivnost – Kondenzator

Kondenzator "C" je, pored otpornika "R" i kalema "L", jedan od tri osnovna "pasivna" elementa, koji se pojavljuju u električnim uređajima. Generalno, kondenzatorom se naziva svaki sistem od dva provodna tijela, bez obzira da li je među njima vazduh ili neki dielektrik. Ta dva provodna tijela u praktičnoj izvedbi obično su dvije provodne ploče (obloge) jednakih dimenzija postavljene paralelno na rastojanju  $d$ , naelektrisane sa  $+q$  i  $-q$ , kako je to predstavljeno na slici 1.12a. Ovakav kondenzator se naziva **-pločasti kondenzator-**.



Slika 1.12 Pločasti kondenzator.

Pored pločastih, često se srijeću i drugi oblici kondenzatora, kao što su cilindrični kondenzatori. Nekada su provodne ploče zamijenjene aluminijumskom folijom, a

dielektrik je specijalni kondenzatorski papir, a nekada su sa jednom oblogom oblika šupljeg provodnog cilindra, i drugom oblogom oblika cilindra, postavljenom koncentrično unutar prve obloge, i sa dielektrikom među njima.

Kao važnom elektrotehničkom uređaju, kondenzatoru ćemo posvetiti odgovarajuću pažnju, i, pri tome, imaćemo u vidu pločasti kondenzator (sl.1.13).

Kako su ploče naelektrisane istom količinom raznoimenih količina elektriciteta  $+q$  i  $-q$ , imajući u vidu da se raznoimena naelektrisanja međusobno privlače, zaključujemo da će se pozitivni i negativni elektricitet nalaziti samo na unutrašnjim površinama ploča, privlačeći se međusobno Kulonovim silama.

Kako je unutar provodne ploče jačina električnog polja  $K=0$ , a površina ploče predstavlja ekvipotencijalnu površinu (da nije tako došlo bi do kretanja elektriciteta po površini ploče), zaključujemo, prvo, da su linije električnog polja upravne na površinu ploča i, drugo, da polje postoji samo između ploča. Ovo nije baš sasvim korektno, zbog pojave tzv. "ivičnog efekta", ali taj uticaj je zanemarljiv.

Uočimo sada jednu zatvorenu površinu  $S_0$  koja obuhvata jednu ploču kondenzatora (isprekidana linija oko ploče A na sl. 1.12). Primijenimo Gausovu teoremu na površinu, koja obavija ploču A naelektrisanu naelektrisanjem  $+q$

$$\oint_{S_0} \vec{D} d\vec{S} = \oint_{S_0} \varepsilon \cdot \vec{E} d\vec{S} = \sum_{S_0} q \quad (1.17)$$

Kako vektor električnog polja  $K$  postoji samo između ploča površine  $S$ , i kako je sa površinom  $S_0$  obuhvaćena samo količina elektriciteta na ploči A, to izraz (1.17) daje:

$$\varepsilon \cdot E \cdot S = q,$$

odnosno jačina električnog polja između ploča je:

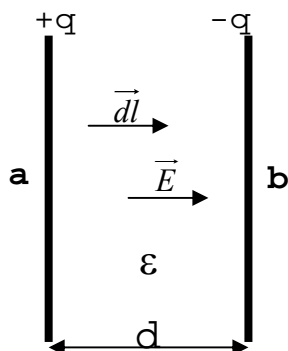
$$E = \frac{q}{\varepsilon \cdot S} \quad (1.18)$$

Pošto rastojanje površine  $S_0$  od ploče ne figuriše u izrazu (1.18) konstatujemo da je polje između ploča jednako na bilo kom rastojanju; pa kažemo da je polje između ploča kondenzatora homogeno.

### 1.6.1 Napon između ploča kondenzatora

Uočimo dvije tačke a i b, jednu naspram druge, na pločama kondenzatora (sl.1.13). Tačka a se nalazi na negativnoj, a tačka b na pozitivnoj ploči kondenzatora. Kako je električno polje između ploča homogeno, napon –porast potencijala- između ovih tačaka je:

$$U_{ab} = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_a^b \frac{q}{\varepsilon \cdot S} dl \cdot \cos(0^\circ) = \frac{q}{\varepsilon \cdot S} d = \frac{q}{\varepsilon \cdot S} \cdot d \quad (1.19)$$



Slika 1.13 Uz određivanje napona kondenzatora

Veličina

$$\frac{\varepsilon \cdot S}{d} = C \quad (1.20)$$

naziva se **kapacitivnost kondenzatora**. To je veličina koja karakteriše kondenzator kao uređaj, i zavisi od njegove izvedbe. Kapacitivnost kondenzatora je utoliko veći ukoliko su veće aktivne površine ploča, ukoliko je manje rastojanje između ploča i ukoliko je veća dielektrična konstanta sredine između ploča.

Imajući u vidu izraze (1.19) i (1.20), očigledna je međuzavisnost između kapacitivnosti  $C$  kondenzatora, napona  $U$  (razlike potencijala) koji vlada između njegovih ploča i količine elektriciteta  $q$  na pločama:

$$C = \frac{q}{U}; \quad U = \frac{q}{C}; \quad q = U \cdot C. \quad (1.21)$$

Jedinica za mjerenja kapacitivnosti je **farad (F)**. Očigledno je:

$$1F = \frac{1C}{1V} = \frac{1kulon}{1volt}$$

(Uočimo da sa "C" obilježavamo i kapacitet kondenzatora i jedinicu količine elektriciteta).

Napomenimo da je jedinica 1F relativno velika jedinica, pa, u elektrotehničkoj praksi najčešće srećemo kondenzatore mnogo manjeg kapacitivnosti, npr. reda mikrofarada ( $1\mu F = 10^{-6} F$ ) ili pikofaradima ( $1pF = 10^{-12} F$ ).

### 1.6.2 Energija napunjenog kondenzatora

Realno, kondenzator se "puni" na taj način što se ploče spoljnim provodnicima povežu sa izvorom, npr. baterijom, koji na neki način prebaci jedan broj elektrona sa jedne ploče na drugu.

U teorijskom razmatranju pojava u kondenzatoru možemo, međutim, pretpostaviti da su ploče kondenzatora izolovane (da između njih nema provodne veze), a da smo ih naelektrisali na taj način što smo elektrone sa pozitivne ploče polako, prolazeći kroz električno polje između ploča, prebacivali na negativnu ploču (sl.1.13). Tom našem radu se suprotstavlja mehanička elektrostatička sila kojom polje djeluje na elektrone. Izvršeni rad se nije izgubio, on se utrošio na *punjenje* kondenzatora, pa, prema tome, **napunjeni kondenzator raspolože potencijalnom energijom**. Pri *pražnjenju* kondenzator će izvršiti određeni rad, na primjer, ako se isprazni preko uređaja za zavarivanje metala, potencijalna energija kondenzatora će se pretvoriti u toplotu.

Obilježimo sa  $-dq$  elementarnu količinu negativnog elektriciteta koju smo prenijeli prenoseći elektrone sa pozitivne ploče na negativnu. Tom prilikom izvršili smo elementarni rad (sl.1.13)

$$dA = dF \cdot d = Edq \cdot d = \frac{q}{\varepsilon \cdot S} dq \cdot d = \frac{1}{C} qdq. \quad (1.22)$$

Jednačina (1.22) daje elementarni rad spoljašnjih sila, a ukupan rad, potreban da se kondenzator napuni količinom elektriciteta  $q$ , je:

$$A = \frac{1}{C} \int_0^q qdq = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \quad (1.23)$$

Uloženi rad u suštini predstavlja potencijalnu elektrostatičku energiju napunjenog kondenzatora:

$$W_E = A = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} q \cdot U = \frac{1}{2} C \cdot U^2 \quad (1.24)$$

Energija se mjeri u džulima (1J), pa važe odnosi među jedinicama:

$$1J = \frac{1C^2}{1F} = 1C \cdot 1V = 1F \cdot 1V^2.$$

Smatra se da je sjedište energije napunjenog kondenzatora u dielektriku -prostoru između ploča. Kako je električno polje kod pločastog kondenzatora homogeno, to će i gustina energije biti homogena, pa ćemo **zapreminsku gustinu energije** dobiti dijeleći ukupnu energiju sa zapreminom:

$$w_E = \frac{W_E}{V} = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C \cdot S \cdot d} = \frac{1}{2} \varepsilon E^2 \quad \left[ \frac{J}{m^3} \right] \quad (1.25)$$

### 1.6.3 Mehanička sila između ploča kondenzatora

Znamo da se suprotno naelektrisana tijela, dakle i ploče kondenzatora, međusobno privlače elektrostatičkom (mehaničkom) silom. Intenzitet (vrijednost) sile kojom se privlače ploče kondenzatora izračunaćemo koristeći virtuelni (zamišljeni) rad. Zamislimo da su ploče izolovane jedna od druge. Na jednoj je količina elektriciteta +q, a na drugoj – q. Elektrostatička sila teži da ploče približi. Ako ih, međutim, mi udaljimo djelovanjem spoljašnje mehaničke sile F (sl.1.14) za neko rastojanje dl, tada će se električno polje proširiti i na zapreminu  $S \cdot dl$ . Kako jačina polja između ploča ne zavisi od rastojanja ploča, već od količine elektriciteta q, površine ploča S i dielektrične konstante sredine, jačina električnog polja u zapremini  $S \cdot dl$  će ostati nepromijenjena, tj:

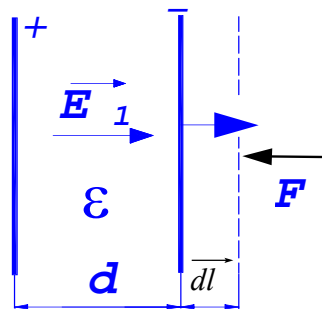
$$E_2 = E_1 = \frac{q}{\varepsilon \cdot S}$$

Priraštaj energije kondenzatora mora biti jednak radu spoljne sile F:

$$F \cdot dl = w_E \cdot S \cdot dl = \frac{1}{2} E^2 \varepsilon \cdot S \cdot dl$$

odakle dobijamo vrijednost sile:

$$F = \frac{1}{2} \varepsilon E^2 S = \frac{1}{2} \frac{C \cdot U^2}{d} = \frac{1}{2} \frac{q \cdot U}{d} \quad (1.26)$$



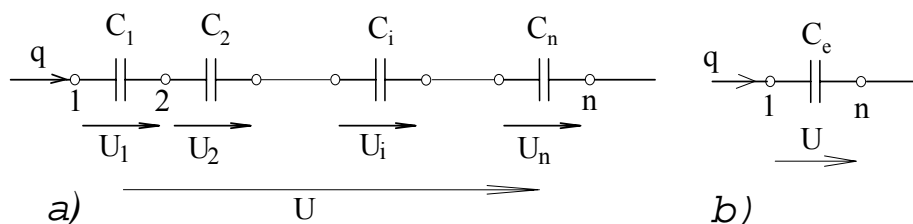
Slika 1.14 Uz određivanje mehaničke sile između ploča kondenzatora

Efekt djelovanja mehaničke sile doste se koristi kod izrade nekih mjernih uređaja, kao i u neke druge svrhe

#### 1.6.4 Međusobno vezivanje više kondenzatora

Često se, sa ciljem dobijanja željene kapacitivnosti, kondenzatori vežu među sobom provodnim vezama. Dva ili više kondenzatora mogu bit povezani redno, paralelno ili mješovito (redno-paralelno).

Za kondenzatore vezane kao na slici 1.15a kažemo da su **redno vezani**.



Slika 1.15 a) Redna veza kondenzatora; b) Ekvivalentni kondenzator.

Redno vezani kondenzatori  $C_1, C_2, \dots, C_n$  ponašaće se kao neki ekvivalentni kondenzator  $C_e$ , s tim da kapacitivnost ekvivalentnog kondenzatora bude takva da, spolja posmatrano, ostane isti odnos između količine elektriciteta  $q$  i napona  $U$ .

Pošto u ovakvoj (rednoj) vezi kondenzatora protok elektriciteta mora biti isti (po zakonu o nestišljivosti elektriciteta), a pretpostavlja se da su svi kondenzatori bili “prazni”, onda je:

$$q = q_1 = q_2 = \dots = q_i = \dots = q_n = C_1 U_1 = C_2 U_2 = \dots = C_i U_i = \dots = C_n U_n$$

i

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_i + \dots + U_n = q \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_i} + \dots + \frac{1}{C_n} \right)$$

Ako se želi ovakav sistem redno vezanih kondenzatora predstaviti jednim kondenzatorom ekvivalentne kapacitivnosti  $C_e$ , kao na slici 1.15b, tj. pomoću jednog kondenzatora sa naelektrisanjem  $q$  između čijih krajeva je napon  $U$ ,

$$U = \frac{q}{C_e},$$

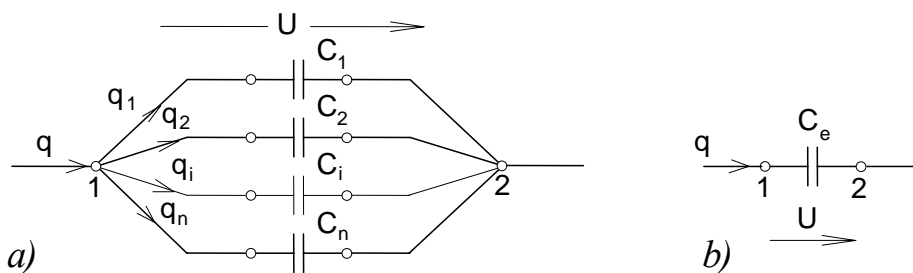
tada ekvivalentnu kapacitivnost  $C_e$  određujemo iz izraza

$$\frac{1}{C_e} = \frac{U}{q} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}. \quad (1.27)$$

Na primjer, dva redno vezana kondenzatora čije su kapacitivnosti  $C_1$  i  $C_2$  ekvivalentni su jednom kondenzatoru kapacitivnosti:

$$C_e = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

Za kondenzatore vezane kao na slici 1.16a kažemo da su **paralelno vezani**.



Slika 1.16 a) Paralelna veza kondenzatora; b) Ekvivalentni kondenzator.

Dva, ili više, paralelno vezanih kondenzatora takođe se mogu zamijeniti jednim ekvivalentnim kondenzatorom kapacitivnosti  $C_e$

U slučaju paralelne veze, napon  $U$  na svim kondenzatorima je isti, pa važi:

$$q_1=C_1U; q_2=C_2U; \dots; q_i=C_iU; \dots; q_n=C_nU$$

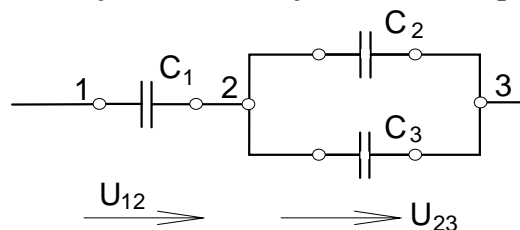
i

$$q=q_1+q_2+q_i+\dots+q_n$$

pa je:

$$C_e = \frac{q}{U} = \sum_{i=1}^n C_i. \quad (1.28)$$

Veza kondenzatora može biti i **mješovita**. Primjer takve veze prikazan je na slici 1.17.



Slika 1.17 Primjer mješovite veze kondenzatora.

Ekvivalentna kapacitivnost mješovite veze kondenzatora nalazi se uz postupnu primjenu algoritama (1.28 i 1.27) za paralelnu i rednu vezu.

### 1.7 Elektroizolacioni materijali

Elektroizolacioni materijali su materijali koji obezbjeđuju sprečavanje prelaska potencijala sa aktivnih provodnih djelova uređaja na provodne djelove u okolini. Elektroizolacioni materijali (dielektrici koji se koriste u elektrotehničkoj primjeni) pojavljuju se u sva tri agregatna stanja. Najveću grupu, ipak, čine čvrsti dielektrici kao što su: papir, kvarc, mermer, staklo, liskun, guma, PVC i drugi. Od tečnih dielektrika pomenimo hemijski čistu vodu i transformatorsko ulje, a od gasovitih dielektrika vazduh i vodonik.

**Električna čvrstoća** (probojna čvrstoća) predstavlja važnu karakteristiku elektroizolacionog materijala, a predstavlja najnižu vrijednost jačine električnog polja pri kojoj dolazi do "proboja" dielektrika. Pod probomem se podrazumijeva događaj pri kojem dielektrik doživi bitne promjene dielektričnih svojstava, do toga da na mjestu proboja poprimi provodna svojstva. Probojna čvrstoća, osim od svojstava dielektrika, zavisi od: dimenzija (debljine), radne temperature, vlažnosti, dužine dejstva polja, i još od nekih faktora. U odnosu na dielektričnu čvrstoću, dielektrike ima smisla upoređivati samo za jednake uslove. Izolacija tokom eksploatacije "stari", tj. mijenja dielektrična svojstva, pa se može govoriti o njenom "vijeku trajanja". Pod vijekom trajanja izolacije podrazumijeva se onaj period u kojem izolacija, radeći u normalnim uslovima, održava potrebna izolaciona svojstva. Povećane vrijednosti radne temperature utiču znatno na skraćenje vijeka izolacije.