4. NAIZMJENIČNE STRUJE

4.1 Prostoperiodične harmonične veličine i njihove osnovne karakteristike

U elektrotehnici se najčešće primjenjuju uređaji koji koriste naizmjeničnu struju "i". Kod naizmjenične struje mijenja se, tokom vremena, i intenzitet i smjer. Naizmjenične struje nastaju u električnom kolu u kojem djeluju naizmjenične elektromotorne sile e (odnosno naponi u). I struje i ems-e su periodične funkcije vremena i zadovoljavaju uslov:

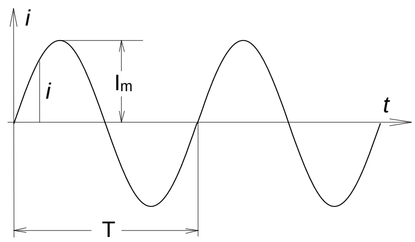
$$i(t) = i(t+T) \quad ; \quad \mathrm{e(t) = e(t+T)} \ \text{ i } \ \mathrm{u(t) = u(t+T)}$$

Veličina T naziva se ***perioda*** periodične funkcije – to je vremenski interval poslije koga se funkcija ponavlja. U teorijskoj elektrotehnici struja je prostoperiodična harmonična funkcija vremena (sinusna struja). Zbog toga će dalje, ako drugačije ne bude napomenuto, ovdje naizmjenična struja biti smatrana sinusoidalnom.

Naizmjenična struja (napon, ems) karakteriše se (Slika 4.1): trenutnom vrijednošću i (u, e), maksimalnom vrijednošću (amplitudom) I_m $(U_m, \mathrm{E_m})$, trajanjem punog ciklusa (periodom) T ili brojem perioda u jedinici vremena (učestanošću, frekvencijom) f

$$f = \frac{1}{T} \qquad (4.1)$$

Očigledno je da je jedinica za učestanost 1/sec. Ova jedinica ima poseban naziv ***–jedan herc (1Hz; 1Hz (=) 1/s).***



Slika 4.1 Sinusna struja u funkciji vremena.

Učestanost naizmjenične struje za napajanje elektroenergetskih uređaja međunarodno je standardizovana i iznosi 50 Hz. Ipak, u zemljama Sjeverne amerike i dijelu Japana ovaj standard nije prihvaćen, te je, kao standardna, usvojena učestanost od 60Hz.

Za pokretanje brzohodnih elektromotora koriste se i učestanosti (400-2000)Hz. Za napajanje indukcionih peći, koje se koriste za topljenje metala i za zagrijavanje metala radi termičke obrade, koriste se učestanosti i do 50MHz. U sistemima radiodifuzije srijeću se učestanosti i do $3\text{x}10^{10}$Hz.

Kod visokofrekventnih uređaja, umjesto učestanosti, široko se koristi, kao veličina koja karakteriše naizmjenični signal, talasna dužina λ. Talasna dužina je definisana na osnovu brzine prostiranja talasa v i učestanosti f, (odnosno periode)

$$\lambda = \frac{v}{f} = vT \ [\mathrm{m}]. \qquad (4.2)$$

Veličina

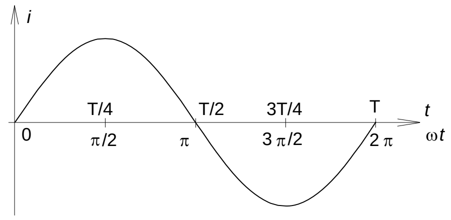
$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \ [\mathrm{s}^{-1}] \qquad (4.3)$$

široko se koristi u elektrotehnici i naziva se kružna učestanost (kružna frekvencija, fazna brzina).

Trenutna vrijednost sinusoidalne struje može se izračunati, za bilo koji trenutak vremena t, preko njene maksimalne vrijednosti i faze (ugla pomjeraja) ωt na sljedeći način

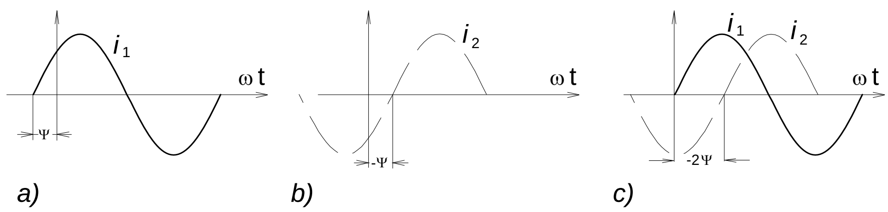
$$i = I_m \sin \omega t \qquad (4.4)$$

Dakle, pri predstavljanju naizmjenične struje, na apscisu, umjesto vremena t, može se nanositi ugao ωt, kao što je to predstavljeno na slici 4.2.



Slika 4.2 Naizmjenična struja u funkciji ugla i vremena

Za bilo koju od sinusoidalno promjenljivih veličina, moguće je uvijek odabrati početak računanja vremena tako da se početak sinusoide poklapa sa koordinantnim početkom (t=0, ωt=0). Promjene nekoliko sinusoidalnih veličina mogu se odvijati uz neki međusobni pomjeraj u vremenu. U takvim slučajevima, kaže se da su naizmjenične veličine fazno pomjerene. Na slici 4.3 predstavljene su dvije naizmjenične struje različito pomjerene po fazi. Struja sa slike 4.3a pomjerena je u jednu stranu, a struja sa slike 4.3b u drugu stranu u odnosu na koordinantni početak. Na slici 4.3c prikazano je stanje obje struje tako da se početak prve struje poklopio sa koordinantnim početkom.



4.3 Dvije struje fazno pomjerene predstavljene u: a) i b) Različitim koordinantnim sistemima; c) Istom koordinantnom sistemu.

Za početnu fazu ψ kaže se da je pozitivna ako je trenutna vrijednost sinusoidalne veličine, pri t=0, pozitivna, i obratno, za početnu fazu ψ kaže se da je negativna kad je trenutna vrijednost veličine, pri t=0, negativna. Za veličinu sa pozitivnom početnom fazom kaže se da prednjači, a za veličinu sa negativnom početnom fazom kaže se da kasni u odnosu na veličinu čija je početna faza jednaka nuli.

U opštem slučaju, trenutna vrijednost naizmjenične veličine izražava se kao

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi) \qquad (4.5)$$

s tim što φ može biti: pozitivno, negativno ili jednako nuli.

4.2 Efektivna vrijednost naizmjenične veličine

Pri mjerenju i davanju podataka o vrijednosti naizmjenične struje, u elektrotehničkoj praksi se očigledno ne govori o trenutnoj vrijednosti struje. Uostalom, pošto se struja mijenja, o trenutnoj vrijednosti struje se može govoriti samo ako se odredi i trenutak posmatranja. Već sa grafičke predstave naizmjenične struje, jasno je da je njena srednja vrijednost u toku jedne periode T jednaka nuli, tj. da je:

$$\frac{1}{T}\int_0^T idt = 0.$$

Međutim, često se, da bi se istakla uloga pojedinih naizmjeničnih veličina u određenim efektima električne struje, za kvantitativno izražavanje naizmjeničnih veličina, koristi srednja vrijednost odgovarajuće veličine ne za vrijeme jedne periode, već za vrijeme T/2 (za jednu poluperiodu). Tako je za struju

$$I_{sr} = \frac{1}{T/2}\int_0^{T/2} idt = \frac{1}{T/2}\int_0^{T/2} I_m \sin(\omega t) = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} I_m \sin(\omega t) d(\omega t) =$$

$$= -\frac{1}{\pi} I_m \left|\cos(\omega t)\right|_0^{\pi} = \frac{1}{\pi} I_m \left|\cos(\omega t)\right|_{\pi}^{0} = \frac{2}{\pi} I_m$$

odnosno

$$I_{sr} = \frac{2}{\pi} I_m \quad U_{sr} = \frac{2}{\pi} U_m \quad E_{sr} = \frac{2}{\pi} E_m, \tag{4.6}$$

za sve tri interesantne sinusoidalne veličine (struja, napon i ems).

Kao osnovna karakteristika za kvantitativno izražavanje naizmjeničnih veličina, koristi se njihova ***efektivna vrijednost***. Uobičajeno je da se kao efektivna vrijednost naizmjenične struje I_{ef} (I) smatra ona vrijednost struje, koja bi da je stalna, za vrijeme T, prolazeći kroz termogeni otpor R, oslobodila istu količinu toplote kao i ta naizmjenična struja. Da bi se došlo do ove vrijednosti, dakle, treba poći od

$$RI^2T = \int_0^T Ri^2 dt .$$

Odavde se, izvlačenjem I i sređivanjem odgovarajućeg izraza, dobija:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T I_m^2 \sin^2(\omega t) dt} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{T} I_m^2 \int_0^T \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos(2\omega t)\right] dt} = \sqrt{\frac{1}{T} I_m^2 \frac{1}{2} T} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

Na sličan način definiču se efektivne vrijednosti napona U i ems E, pa važi

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \quad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \quad E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}. \tag{4.7}$$

Pogodnost davanja podataka u efektivnim vrijednostima struje i napona je očigledna. To su vrijednosti koje mjerni instrumenti direktno mjere. S tim se vrijednostima direktno, pomoću Džulovog zakona, može sračunati srednja snaga kojom se oslobađa toplota u kolu: $P = RI^2$ ili $P = U^2 / R$, i sl.

Još jednom da podsjetimo da izrazi (4.6) i (4.7) važe samo za prostoperiodične (sinusne) veličine.

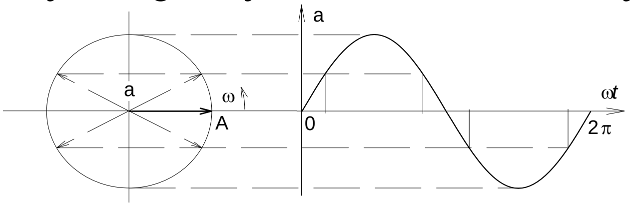
Odnos između efektivne i srednje vrijednosti naizmjenične veličine $\xi = I/I_{sr}$ naziva se faktor oblika i, za sinusne veličine, iznosi $\xi_o = 1{,}11$.

4.3 Predstavljanje naizmjeničnih veličina obrtnim vektorima-fazorima

U mehanici (teorija harmonijskih oscilacija) razrađen je metod vektorskih dijagrama, koji omogućava da se harmonijsko oscilovanje predstavi projekcijom nekog radijus-vektora na nepokretnu osu, pri njegovom obrtanju stalnom brzinom. Na slici 4.4 predstavljen je radijus vektor A koji se obrće stalnom ugaonom brzinom ω suprotno kretanju kazaljke na satu. Položaj toga vektora u trenutku t=0 odgovara pozitivnom smjeru ose 0x. Projekcija radijus-vektora na ordinatnu osu, pri njegovom obrtanju stalnom ugaonom brzinom ω, mijenja se prema

$$a = A\sin(\omega t),$$

što je, na slici 4.4 predstavljeno odgovarajućom sinusoidom u funkciji ωt.



Slika 4.4 Predstavljanje harmonijske oscilacije obrtnim vektorom.

Navedeni metod, očigledno je, može biti primijenjen i za predstavljanje naizmjeničnih (sinusnih) veličina, što je ilustrovano, na primjeru četiri naizmjenične veličine, slikom 4.5.

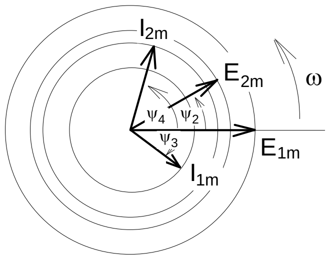
Veličinama predstavljenim na slici 4.5, očigledno, odgovaraju zapisi

$$e_1 = E_{1m}\sin(\omega t + 0);\ e_2 = E_{2m}\sin(\omega t + \psi_2);$$

$$i_1 = I_{1m}\sin(\omega t - \psi_3);\quad i_2 = I_{2m}\sin(\omega t + \psi_4).$$

Kako je kod sinusoidalnih veličina odnos maksimalnih i efektivnih vrijednosti konstanta ($2^{1/2}$), to se ove veličine mogu predstaviti i radijus-vektorima čiji moduli odgovaraju efektivnim vrijednostima.

Dakle, prostoperiodične funkcije vremena mogu se predstaviti obrtnim vektorima (fazorima). Pošto se fazori obrću istom ugaonom brzinom ω, oni su, dakle, međusobno nepokretni, te je njihov međusobni položaj u bilo kom drugom trenutku isti kao u trenutku t=0. Na taj način, moguće je prostoperiodične veličine sabirati grafički.



Slika 4.5 Četiri električne veličine predstavljene obrtnim vektorima.

Međutim, ovakva, grafička metoda, nije pogodna za rješavanje iole složenijeg kola, jer ne pruža mogućnost dublje, preciznije i obuhvatnije analize složenog kola.

4.4 Predstavljanje naizmjeničnih veličina kompleksnim količinama

Analiza malo složenijeg kola za naizmjeničnu veličinu preko trenutnih vrijednosti predstavljala bi mukotrpan posao rješavanja sistema diferencijalnih jednačina. S druge strane, analiza istih pomoću vektorskih veličina podrazumijeva složene operacije nad vektorima. Ove teškoće su uslovile traženje metoda koji bi pojednostavio analizu kola za naizmjeničnu struju. Značajan korak naprijed u rješavanju složenih kola, načinio je Štajnmec (1894. god.). On je grafičko predstavljanje obrtnim vektorima zamijenio analitičkom predstavom pomoću kompleksnog broja. Na taj način, geometrijske operacije sa fazorima svode se na algebarske operacije sa kompleksnim brojevima. Time se i problem rješavanja diferencijalnih jednačina svodi na rješavanje algebarskih jednačina sa kompleksnim brojevima. Ovaj metod obično se naziva ***simbolički metod*** sa kompleksnim brojevima

Da bi se objasnio ovaj metod, valja se prvo podsjetiti da je opšti oblik ***kompleksnog broja*** $\underline{Z}$

$$\underline{Z} = R + jX \quad ,$$

gdje je: R – realna komponenta kompleksnog broja (realna osa)

X – imaginarna komponenta kompleksnog broja (imaginarna osa)

$j = \sqrt{-1}$ - imaginarna jedinica, nazvana imaginarnom zato što je $j^2 = -1$, što nije slučaj kod ijednog realnog broja. (podsjetimo da je: $j^3 = j^2 j = -j$ ili $\frac{1}{j} = \frac{1}{j}\frac{j}{j} = -j$

a da je eksponencijalni oblik kompleksnog broja

$$\underline{Z} = Z \cdot e^{j\varphi} .$$

Veza između ova dva oblika je Ojlerov obrazac

$$e^{j\varphi} = \cos\varphi + j\sin\varphi \text{, te je}$$

$$\underline{Z} = Z \cdot \cos\varphi + jZ \cdot \sin\varphi \text{, ili}$$

$$R = \mathrm{Re}\{\underline{Z}\} = Z \cdot \cos\varphi \text{ i } X = \mathrm{Im}\{\underline{Z}\} = Z \cdot \sin\varphi,$$

sa ***modulom kompleksnog broja*** $|\underline{Z}| = Z = \sqrt{R^2 + X^2}$

i ***argumentom kompleksnog broja*** $\varphi = arctg\left(\frac{X}{R}\right)$

Ako ugao fazora sa realnom osom zavisi od vremena $\Theta = (\omega t + \varphi)$ tada se kompleksni broj piše u obliku:

$$\underline{z}(t) = |\underline{Z}|e^{j(\omega t + \varphi)} = Ze^{j(\omega t + \varphi)}$$

Ovih nekoliko konstatacija, koje su čitaocu poznate iz kompleksnog računa, koristićemo kod rješavanja električnih kola naizmjenične struje. Stoga, navedimo ovdje i sljedeće: neka je elektromotorna sila prostoperiodična funkcija vremena, čija je trenutna vrijednost data u obliku:

$$e(t) = E_m \sin(\omega t + \varphi) .$$

Ona se može izraziti u kompleksnom obliku:

$$\underline{e}(t) = E_m e^{j(\omega t + \varphi)} \qquad (4.8)$$

Izvod po vremenu ovog kompleksnog izraza je:

$$\frac{d\underline{e}}{dt} = j\omega E_m e^{j(\omega t + \varphi)} = j\omega \underline{e}, \qquad (4.9)$$

a integral istog izraza je:

$$\int \underline{e} dt = \frac{1}{j\omega} E_m e^{j(\omega t + \varphi)} = \frac{1}{j\omega} \underline{e} \qquad (4.10)$$

Imajući prethodno u vidu, uvijek se, na osnovu kompleksnog predstavnika, može jednoznačno odrediti originalna funkcija kao imaginarni dio kompleksne količine.

Ako u linearnom električnom kolu (kolu sa konstantnim parametrima R, L i C) svi izvori imaju istu učestanost, tada i naponi na krajevima pojedinih elemenata kola, i struje u njima, imaju istu učestanost. Fazne razlike između pojedinih naizmjeničnih veličina su konstantne, pa ako se. za cijelo kolo, usvoji isti početni trenutak, fazne razlike ostaju jednake razlikama početnih faza odgovarajućih veličina (i, e i u). Na osnovu prethodnog, može se, iz oblika za trenutnu vrijednost neke veličine, naći njen kompleksni predstavnik, za što je neophodno poznavati amplitudnu ili efektivnu vrijednost te sinusne veličine i njenu početnu fazu.

4.5 Struja u kolu: termogene, kapacitivne i induktivne otpornosti

Pri izučavanju kola jednosmjerne struje konstatovali smo da struja u takvom kolu, za određenu vrijednost ems, zavisi samo od termogene otpornosti R kola. S druge strane, struje u kolima sa kondenzatorima javljaju se kroz grane sa kondenzatorima samo pri punjenju i pražnjenju kondenzatora, dok u ustaljenim režimima izčezavaju, te kondenzator u takvoj grani, za ustaljeno stanje, predstavlja prekid grane. Slično, elektromagnetna indukcija javlja se samo pri promjeni fluksa, odnosno promjeni struje koja izaziva taj fluks. Dakle, kalem, koji se karakteriše induktivnošću L, ne pruža otpor stalnoj, već samo promjenljivoj struji. Zbog toga, prisustvo kalema u grani kola jednosmjerne struje za ustaljena stanja valja smatrati kratkom vezom.

Sasvim drugačije teku procesi u kolima za naizmjeničnu struju. Naizmjenični napon, ili naizmjenična ems, u kolu sa kondenzatorom izaziva neprekidno ponavljanje procesa punjenja i pražnjenja kondenzatora, što govori o tome da se, u toku jedne periode, kondenzator ponaša čas kao prijemnik (uzima energiju kada napon raste – kondenzator se puni) a čas kao izvor (vraća energiju kada dovedeni napon opada – kondenzator se prazni). Dakle, prisustvo kondenzatora u kolu za naizmjeničnu struju, i pri ustaljenom stanju, treba uvažiti preko neke posebne otpornosti, koju kondenzator izaziva u odnosu na naizmjeničnu struju. S druge strane, u kalemu se javlja elektromagnetna indukcija pri svakoj promjeni fluksa, tj. pri svakoj promjeni, pa i sinusnoj promjeni struje kao uzroka pojave fluksa. Pri tome, u kalemu se indukuje takva ems koja teži da suzbije uzrok svoje pojave. Ovo, takođe, govori o tome da kalem pruža neki posebni otpor promjenama struje kroz njega, što se ne smije zanemariti pri analizi kola za naizmjeničnu struju, koja sadrže ovakve elemente, ni kada se radi o stacionarnim režimima.

Pojam stacionarnog stanja ovdje ima drugi smisao nego kad se radi o kolima jednosmjerne struje. Naime, stacionarnim se smatra ono stanje pri kojem se naizmjenične veličine neprekidno mijenjaju u vremenu, ali se, pri tome, te promjene, u toku vremena posmatranja, stalno ponavljaju, tj., pri tome ne dolazi do promjena njihovih amplituda niti učestanosti.

Pomenućemo samo kao činjenicu, da je aktivna (termogena) otpornost veća pri naizmjeničnoj nego pri jednosmjernoj struji, tj. da je

$$R_{\approx} = kR_{=} \qquad (4.11)$$

gdje je K>1 i naziva se faktor potiskivanja. Kažimo samo još da je k utoliko veće ukoliko je učestanost naizmjenične struje veća i ukoliko je presjek provodnika veći.

Važno je napomenuti da ne postoje elektrotehnički uređaji, niti elementi, koji pružaju samo jedan oblik otpornosti proticanju naizmjenične struje. Međutim, pojedini vidovi otpornosti, kod nekih uređaja ili elemenata, mogu biti dominantni, te je često dozvoljeno druge oblike otpornosti zanemariti pri nekim analizama.

Ako se pođe od toga da je uvijek moguće odabrati toliko mali interval vremena posmatranja naizmjeničnih veličina i odnosa među njima, u kojem se te veličine mogu smatrati konstantnim (stalnim), tada nije neophodno dokazivati da svi algoritmi za rješavanje kola jednosmjerne struje važe i za kola za naizmjeničnu struju, ako se računa sa odgovarajućim trenutnim vrijednostima naizmjeničnih veličina, tj. važi i:

$$u = Ri; \quad \sum_{k=1}^{m} i_k = 0;$$
$$\sum_{i=1}^{m} u_i = 0; \quad p = ui. \tag{4.12}$$

Jedan od metoda za analizu kola za naizmjeničnu struju oslanja se na algoritme date izrazom (4.12). I pored toga što je ovaj metod dosta složen i nepraktičan, zbog njegovog izvornog značaja, valja ga primijeniti na neke jednostavne primjere kola.

4.5.1 Otpornik u kolu naizmjenične struje

Kada je na krajeve kola sa slike 4.6a doveden napon oblika

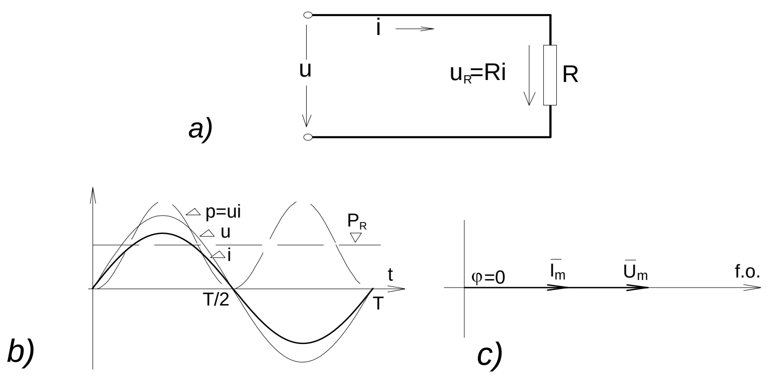
$$u = U_m \sin(\omega t),$$

tom naponu, u svakom trenutku vremena, mora držati ravnotežu pad napona na otporniku

$$u_R = Ri$$

tako da je:

$$u - u_R = 0,$$



Slika 4.6 Otpornik u kolu naizmjenične struje:
a) Kolo; b) Vremenski dijagram; c) Vektorski dijagram.

odnosno

$$u = u_R = Ri.$$

Odavde je

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_m}{R}\sin(\omega t) = I_m \sin(\omega t). \tag{4.13}$$

Ovo je ilustrovano vremenskim (Slika 4.6b) i vektorskim dijagramom (Slika 4.6c). Iz izraza (4.13) i sa ovih slika, jasno je da su, u ovakvom kolu, promjene napona i struje jednovremene, tj. da nisu međusobno fazno pomjereni, pa kažemo **da je *struja u fazi sa naponom***. Dakle, termogena otpornost ne utiče na promjenu faznog stava struje u odnosu na napon koji je uzrokovao tu struju.

Pored izraza za trenutnu vrijednost naizmjenične struje i=u/R, jednostavno je uočiti odnose između maksimalnih i efektivnih vrijednosti

$$I_m = \frac{U_m}{R} \quad \text{i} \quad I = \frac{U}{R}. \tag{4.14}$$

Trenutna snaga ovoga kola, saglasno (4.12), je

$$
\begin{aligned}
p = ui = U_m \sin(\omega t) I_m \sin(\omega t) = \sqrt{2}U \sin(\omega t)\sqrt{2}I \sin(\omega t) = \\
= 2\mathrm{UI}\sin^2(\omega t) = UI\,2\sin^2(\omega t) = UI\left[(1-\cos(2\omega t)\right] = \qquad (4.15)\\
= \mathrm{UI} - \mathrm{UI}\cos(2\omega t).
\end{aligned}
$$

Prvi član u konačnom izrazu za trenutnu snagu (4.15) predstavlja srednju, ili aktivnu, snagu $P_R = UI$, dok drugi član predstavlja periodičnu komponentu trenutne snage koja osciluje oko srednje vrijednosti dvostrukom učestanošću napajanja, pa je srednja vrijednost te komponente, za vrijeme T, jednaka nuli. Trenutna snaga p u otporniku nema negativnih vrijednosti što govori o tome da se čitava snaga, koja dolazi u otpornik, troši u njemu (pretvara u toplotu) i da se nikakav njen dio ne vraća izvoru (mreži).

4.5.2 Kalem u kolu naizmjenične struje

Kolo sa kalemom predstavljeno je na slici 4.7a. Neka su krajevi kola priključeni na napon $u = U_m \sin(\omega t)$. Pod uticajem ovog napona, kroz kolo će proteći struja i. Da bi se u kolu uspostavila ravnoteža, mora biti $u - u_L = 0$, pa, kako je:

$$u_L = -e_L = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d(Li)}{dt} = L\frac{di}{dt},$$

to je

$$u = L\frac{di}{dt},$$

odnosno

$$U_m \sin(\omega t) = L\frac{di}{dt},$$

što, razdvajanjem promjenljivih, dovodi do

$$di = \frac{1}{L}U_m \sin(\omega t)dt.$$

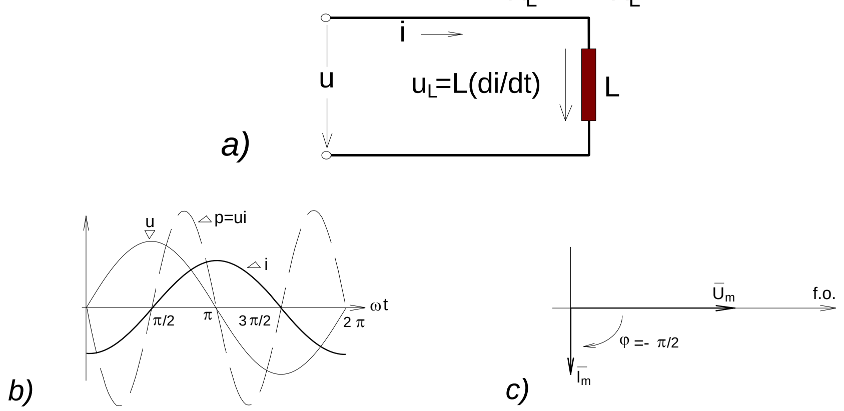
Integraljenjem lijeve i desne strane ovog izraza, dobija se

$$i = -\frac{1}{\omega L}U_m \cos(\omega t) = \frac{1}{\omega L}U_m \sin(\omega t - \pi/2) = I_m \sin(\omega t - \pi/2) \quad (4.16)$$

Činjenica da struja kroz ovo kolo fazno zaostaje za ugao π/2 za naponom, što se da uočiti iz izraza (4.16), prikazana je na slikama 4.7b i 4.7c. Proizvod ωL označava se sa X_L i naziva se ***induktivnom otpornošću ili reaktansom***.

Saglasno prethodnim izrazima, očigledno, važi:

$$I_m = \frac{U_m}{X_L};\quad I = \frac{U}{X_L} \quad \text{i} \quad U = X_L I = -E_L. \qquad (4.17)$$



Slika 4.7 Kalem u kolu naizmjenične struje; a) Kolo;
b) Dijagram u funkciji ωt; c) Vektorski dijagram.

Trenutna snaga p predstavlja brzinu promjene energije magnetnog polja kalema p_L i jednaka je:

$$p_L = u_L i = U_m \sin(\omega t)\cdot\left[-I_m \cos(\omega t)\right] = \\ = -2UI\sin(\omega t)\cos(\omega t) = -UI\sin(2\omega t) \qquad (4.18)$$

Iz izraza (4.18) jasno je da je srednja (aktivna) snaga jednaka nuli (P=0). Dakle, kalem naizmjenično, sa učestanošću 2f (vidi sliku 4.7b), uzima energiju iz mreže (izvora) i vraća je istoj. Ova energija se angažuje na "stvaranje" magnetnog polja u okolini kalema i vraća mreži pri "ukidanju" toga polja.

4.5.3 Kondenzator u kolu naizmjenične struje

Kada se na ulaz kola sa slike 4.8a dovede napon oblika $u=U_m\sin(\omega t)$, tom naponu mora držati ravnotežu u_C:

$$u - u_C = 0.$$

Kako je $u_C = q/C$, to je i $u = q/C$, pa važi

$$\frac{du}{dt} = \frac{1}{C}\frac{dq}{dt} = \frac{1}{C}i,$$

odakle se dobija:

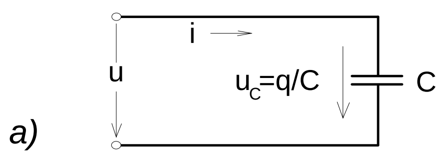
$$i = C\frac{du}{dt} = C\frac{d}{dt}\left[U_m \sin(\omega t)\right] = \omega C U_m \cos(\omega t),$$

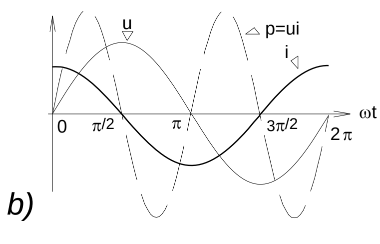
ili:

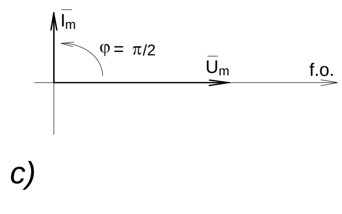
$$i = I_m \sin(\omega t + \pi/2), \qquad (4.19)$$

gdje je:

$$I_m = \omega C U_m = \frac{U_m}{1/\omega C} \quad \text{i} \quad I = \frac{U}{1/\omega C}. \qquad (4.20)$$







Slika 4.8 Kondenzator u kolu naizmjenične struje:
a) Kolo; b) Dijagram u funkciji ωt; c) Vektorski dijagram.

Struja u kolu sa kondenzatorom (čisto kapacitivno opterećenje) pomjerena je u odnosu na dovedeni napon za π/2, što se vidi iz izraza (4.19) i sa dijagrama 4.8b i 4.8c, i prednjači dovedenom naponu za taj ugao.

Veličina 1/ωC označava se sa

$$\frac{1}{\omega C} = X_C,$$

i naziva se ***kapacitivna otpornost ili kapacitivna reaktansa***.

U skladu sa razmatranjima iz ovog dijela, može se pisati

$$I_m = \frac{U_m}{X_c}; \quad I = \frac{U}{X_c} \quad i \quad U = X_c I. \qquad (4.21)$$

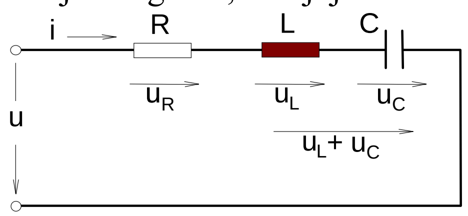
Srednja vrijednost trenutne snage kola

$$p = ui = u_c i = UI\sin(2\omega t) \qquad (4.22)$$

jednaka je nuli (P=0). Dakle, kondenzator naizmjenično, uz učestanost 2f, prima energiju iz mreže (puni se) i odaje energiju mreži (prazni se).

4.6 Potpuno prosto kolo naizmjenične struje

Na slici 4.9 prikazano je potpuno prosto kolo naizmjenične struje. Potpuno, zato što kolo, osim aktivnog elementa –izvora (mreže) naizmjenične struje, sadrži i sva tri pasivna elementa; otpornik otpornosti R, kalem induktivnost L i kondenzator kapacitivnosti C. Prosto kolo, zato, što sadrži samo jednu granu, u kojoj su redno vezani pasivni elementi.



Slika 4.9 Potpuno prosto kolo naizmjenične struje

Rješavanje kola najčešće se svodi na određivanje struje u kolu, kada su poznati parametri kola; R, L i C i vrijednost naizmjeničnog napona u (ems-e e).

Kao što je pokazano za prosto kolo jednosmjerne struje, na osnovu zakona o održanju energije, u svakom trenutku mora biti zadovoljena jednačina ravnoteže električnih sila u kolu:

$$u - u_R - u_L - u_C = 0.$$

Neka je za kolo sa slike 4.9 na krajeve kola doveden napon oblika $u = U_m \cos\omega t$. Jednačina ravnoteže električnih sila može se pisati u formi:

$$U_m \cos\omega t - Ri - L\frac{di}{dt} - u_C = 0 \qquad (4.23)$$

odnosno, kako je $u_C = q/C$ i i = dq/dt imamo:

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = U_m \cos\omega t. \qquad (4.24)$$

Ova diferencijalna nehomogena jednačina drugog reda sa konstantnim koeficijentima (parametri R, L i C se ne mijenjaju tokom posmatranja) poznato je, ima rješenje, koje se sastoji od zbira opšteg i partikularnog rješenja. Opšte rješenje, međutim, veoma brzo teži nuli. Partikularno rješenje, koje je u ovom slučaju prostoperiodična struja, opisuje ustaljeni režim (stacionarno stanje) naizmjenične struje.

Mi ćemo izučiti samo ustaljeni režim, tj. tražićemo izraz za struju u kolu, ne neposredno nakon priključenja kola na izvor (mrežu), već struju koja se u kolu ustali poslije izvjesnog vremena. Praktično se može uzeti da se u kolu uspostavlja ustaljeni režim već poslije nekoliko mili- ili mikrosekundi.

Kako je napon, kao uzročnik kretanja elektriciteta u kolu, oscilatorna funkcija, intuicija navodi da i rješenje bude takođe oscilatorna funkcija, koja može biti fazno pomjerena u odnosu na napon, pa rješenje jednačine (4.24) potražimo u obliku:

$$q = q_m \sin(\omega t - \varphi)\,. \qquad (4.25)$$

Dakle, za rješenje je neophodno odrediti q_m i fazni stav φ.

Imajući u vidu da je:

$$i = \frac{dq}{dt} = \omega q_m \cos(\omega t - \varphi)\,, \qquad (4.26)$$

i drugi izvod po vremenu:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} = -\omega^2 q_m \sin(\omega t - \varphi)\,. \qquad (4.27)$$

Uvrstimo li izraze (4.25), (4.26) i (4.27) u jednačinu (4.24) imamo:

$$\left[\frac{1}{C} - \omega^2 L\right]\sin(\omega t - \varphi) + \omega R\cos(\omega t - \varphi) = \frac{U_m}{q_m}\cos\omega t \qquad (4.28)$$

Koristeći adicione teoreme za sinus i kosinus razlike uglova, gornja jednačina se može napisati u pogodnijem obliku:

$$\begin{aligned}&\left\{\left[\frac{1}{C} - \omega^2 L\right]\cos\varphi + \omega R\sin\varphi\right\}\sin\omega t + \\ &+\left\{\left[\omega^2 L - \frac{1}{C}\right]\sin\varphi + \omega R\cos\varphi\right\}\cos\omega t \equiv \frac{U_m}{q_m}\cos\omega t\end{aligned} \qquad (4.29)$$

Kako ravnoteža električnih sila u kolu mora biti zadovoljena u svakom trenutku, to lijeva strana jednačine (4.29) mora biti identički jednaka desnoj strani. To je moguće samo ako je na lijevoj strani član uz $\sin\omega t$ jednak nuli, a član uz $\cos\omega t$ jednak desnoj strani, tj.

$$\left[\frac{1}{C} - \omega^2 L\right]\cos\varphi + \omega R\sin\varphi = 0 \qquad (4.30)$$

$$\left[\omega^2 L - \frac{1}{C}\right]\sin\varphi + \omega R\cos\varphi = \frac{U_m}{q_m} \qquad (4.31)$$

Iz jednačina (4.30) i (4.31) možemo odrediti tražene nepoznate veličine q_m i φ. Iz jednačine (4.30) direktno slijedi:

$$\varphi = arctg\,\frac{\omega L - \dfrac{1}{\omega C}}{R} = arctg\,\frac{X_L - X_C}{R} = arctg\,\frac{X}{R}\,, \qquad (4.32)$$

a nakon kvadriranja i sabiranja jednačina (4.30) i (4.31) slijedi:

$$q_m = \frac{1}{\omega}\frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{1}{\omega}\frac{U_m}{\sqrt{R^2 + X^2}} \qquad (4.33)$$

Sada je ustaljena naizmjenična struja, koja predstavlja prinudne oscilacije pod dejstvom naizmjeničnog napona:

$$i = \frac{dq}{dt} = \omega q_m \cos(\omega t - \varphi) \qquad (4.34)$$

ili kako je uobičajeno da se označava:

$$i = I_m \cos(\omega t - \varphi) \qquad (4.35)$$

Maksimalna vrijednost struje, očigledno je iz obrasca (4.33), je:

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + X^2}} = \frac{U_m}{Z} \qquad (4.36)$$

gdje je ***Z impedansa kola.***

Prema tome, impedansa ili ***prividna otpornost*** kola se sastoji od:

R – termogena ili aktivna otpornost, Ω

$X_L = \omega L$ - induktivna otpornost, Ω

$X_C = \dfrac{1}{\omega C}$ - kapacitivna otpornost, Ω

$X = X_L - X_C$ - reaktivna otpornost ili kraće ***reaktansa kola.***

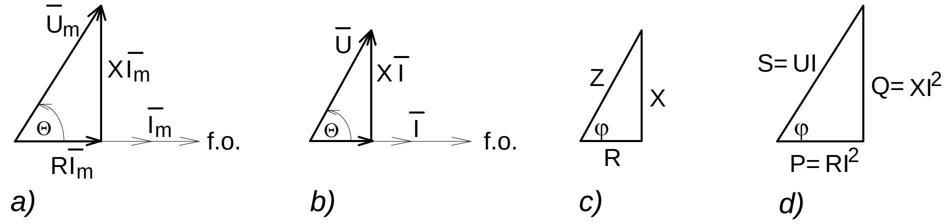
Svi ovi otpori se mjere u omima, ali, kao što pokazuje jednačina (4.36), oni se ne sabiraju jednostavno, već na način koji podsjeća na Pitagorino pravilo za pravougaoni trougao.

Zadržimo našu pažnju još malo na posmatranom prostom kolu. Kolo može biti realizovano sa različitim vrijednostima parametara R, L i C (moguće je da kolo ne sadrži L i/ili C). Ako je induktivni otpor veći od kapacitivnog, kolo nazivamo ***pretežno induktivno*** kolo, tada je ugao faznog stava φ pozitivan, pa ***struja kasni*** za naponom za ugao φ. Obrnuto, ako je kapacitivni otpor veći od induktivnog, kolo nazivamo ***pretežno kapacitivno*** kolo, ugao φ je negativan i ***struja prednjači*** naponu za ugao φ.

Iako realno kolo ne može biti realizovano bez aktivne otpornosti R, ipak se, u teorijskim razmatranjima, kolo sa kalemom za koje važi da je $X_L >> R$ smatra čisto induktivnim. Kao što je pokazano ranije struja u kalemu kasni za ugao $\varphi = \pi/2$. Kada je realizovano kolo sa kondenzatorom, u kome je $X_C >> R$, smatramo ga čisto kapacitivnim, a struja u njemu prednjači naponu za $\varphi = \pi/2$.

Iz izraza za impedansu (4.36) se vidi, da otpornost kola naizmjenične struje zavisi od učestanosti f napona na koji je kolo priključeno $(\omega = 2\pi f)$. Učestanost, pri kojoj je zadovoljen uslov $X_L = X_C$, naziva se ***rezonantna učestanost,*** a pojava se naziva ***rezonancija.*** Očigledno, pri rezonanciji je impedansa minimalna $Z = Z_{\min} = R$, pa je struja u kolu maksimalna. Ova interesantna pojava se koristi u mnogim praktičnim primjenama.

Prelaskom na vektorsku interpretaciju, može se reći da vektoru dovedenog napona U_m drže ravnotežu dvije komponente, koje su međusobno fazno pomjerene za π/2, kako je to ilustrovano slikom 4.10a.



Slika 4.10 Dijagrami R, L, C - kola;
a) Dijagram maksimalnih vrijednosti; b) Dijagram efektivnih vrijednosti;c) Trougao impedanse; d) Trougao snaga.

Kada se sve komponente dijagrama sa slike 4.10a podijele sa $2^{1/2}$ dobija se vektorski dijagram efektivnih vrijednosti veličina, kakav je prikazan na slici 4.10b. Sa ovih slika jasno se uočavaju jednakosti

$$U_m^2 = R^2 I_m^2 + X^2 I_m^2 \quad \text{i} \quad U^2 = R^2 I^2 + X^2 I^2,$$

odakle se dobijaju izrazi za odgovarajuće struje:

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + X^2}} \quad \text{i} \quad I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X^2}}. \qquad (4.37)$$

Iz trougla napona sa slike 4.10c, može se dobiti i fazni pomjeraj napona u odnosu na struju:

$$\text{tg}\,\theta = \frac{XI}{RI} = \frac{X}{R} = \frac{X_L - X_C}{R}. \qquad (4.38)$$

Veličina

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \qquad (4.39)$$

predstavlja neku uopštenu otpornost kojom se kolo suprotstavlja proticanju struje kroz njega. Očigledno je da se impedansa može predstaviti trouglom kao što je to učinjeno na slici 4.10c, na kojoj je θ zamijenjeno simbolom φ koji se češće srijeće u literaturi. Komponente impedanse (otpor R i reaktansa X) mogu se sračunati preko:

$$R = Z\cos\varphi \quad \text{i} \quad X = X_L - X_C = Z\sin\varphi. \qquad (4.40)$$

Bilans snaga u RLC kolu jasno se da sagledati iz trougla sa slike 4.10d, dobijenog kada su stranice trougla sa slike 4.10b pomnožene sa I.

Shodno Džulovom zakonu, komponenta RI^2 predstavlja srednju (aktivnu) snagu kola i obično se označava sa P, a izražava u W. Analogno ovome, definisana je komponenta XI^2 kao reaktivna snaga kola, i ona se označava sa Q, a izražava u VAr (volt-amper reaktivni).

Proizvod $UI=U^2(R^2+X^2)^{1/2}$ naziva se ukupna, ili prividna, snaga i obično se označava sa S i izražava u VA (volt-amper).

Dakle, važe relacije

$$P = RI^2; \; Q = XI^2 \; \text{i} \; S = UI. \qquad (4.41)$$

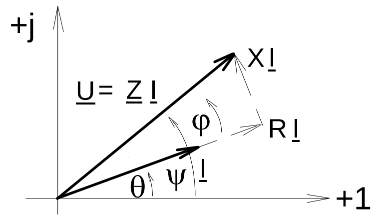
Iz trougla snaga sa slike 4.10d jasni su odnosi

$$P = S\cos\varphi = UI\cos\varphi \; \text{i} \; Q = S\sin\varphi = UI\sin\varphi. \qquad (4.42)$$

Veličina cosφ naziva se faktor snage i predstavlja jednu od osnovnih veličina kojom se kvantitativno karakterišu kola za naizmjeničnu struju.

4.7 Osnovni zakoni kola u kompleksnom obliku

Ako na krajevima kola za naizmjeničnu struju djeluje napon $\underline{U} = Ue^{j\theta}$, i kroz njega teče struja $\underline{I} = Ie^{j\psi}$, a kad kolo, pored aktivne otpornosti sadrži i reaktivnu, pretežno induktivnu, otpornost, tada odgovarajući dijagram u kompleksnoj ravni izgleda kao na slici 4.11.



Slika 4.11 Dijagram ravnoteže napona u kompleksnoj ravni.

Veličina, koja je jednaka odnosu kompleksnog napona na krajevima prijemnika i kompleksne struje kroz taj prijemnik, $\underline{Z}$ naziva se kompleksna otpornost ili impedansa prijemnika

$$\underline{Z}=\frac{\underline{U}}{\underline{I}}=\frac{Ue^{j\theta}}{Ie^{j\psi}}=\frac{U}{I}e^{j(\theta-\psi)}=\frac{U}{I}e^{j\varphi}.$$

Ovdje Z=U/I predstavlja moduo impedanse, a φ=θ-ψ njen argument.

Dakle, kada je prijemnik pretežno induktivnog karaktera, tada struja zaostaje (kasni) u odnosu na napon, ili napon prednjači struji (θ>ψ), pa je φ>0, te je:

$$\underline{Z}=Ze^{j\varphi}=Z\cos\varphi+jZ\sin\varphi=R+jX.$$

U suprotnom, struja prednjači naponu (θ<ψ), pa je φ<0, te je:

$$\underline{Z}=Ze^{-j\varphi}=Z\cos\varphi-jZ\sin\varphi=R-jX.$$

Shodno prethodnom, može se napisati izraz za struju

$$\underline{I}=\frac{\underline{U}}{\underline{Z}}=\frac{U}{Z}e^{j(\theta-\varphi)}=Ie^{j\psi}. \qquad (4.43)$$

Ovaj izraz predstavlja ***kompleksni iskaz Omovog zakona***.

Izrazom (4.12) iskazan je, između ostalog, I Kirhofov zakon preko trenutnih vrijednosti. U slučaju kad su struje: i_1, i_2,...,i_k,... sinusoidalnog oblika, shodno ranijim razmatranjima, iste se mogu predstaviti u kompleksnom obliku i važi:

$$\sum\underline{I}_k=0, \qquad (4.44)$$

što predstavlja izraz za ***I Kirhofov zakon u kompleksnom obliku***.

Drugi Kirhofov zakon u kompleksnom obliku može se izvesti polazeći od izraza za II Kirhofov zakon izražen preko trenutnih vrijednosti primijenjen na proizvoljnu konturu koja sadrži proizvoljan broj grana i u njima izvore, otpornike, kondenzatore i kaleme

$$\sum e_k=\sum\left(R_k i_k+L_k\frac{di_k}{dt}+\frac{1}{C_k}\int i_k dt\right).$$

Kada su ems prostoperiodične harmoničke funkcije vremena, u linearnom električnom kolu i naponi i struje biće istog oblika, pa važi:

$$\sum\underline{E}_k=\sum\left[R_k+j\left(X_L-X_C\right)\right]\underline{I}_k.$$

Konačno, izraz za ***Drugi kirhofov zakon u kompleksnom obliku*** može se napisati kao

$$\sum\underline{E}_k=\sum\underline{Z}_k\underline{I}_k. \qquad (4.45)$$

Dakle, rješavanje, kako prostih tako i složenih, kola za naizmjeničnu struju, za ustaljena stanja, vrši se prema algoritmima iznijetim kada su razmatrana kola stalnih struja samo što se, pri rješavanju kola za naizmjeničnu struju, radi sa kompleksnim količinama.

4.7.1 Kompleksni oblik snage u kolu naizmjenične struje

Ako su poznati napon i struja u kolu naizmjenične struje u kompleksnom obliku ($\underline{U}=Ue^{j\theta}$ i $\underline{I}=Ie^{j\psi}$), tada je prividnu snagu oguće izračunati na sljedeći način

$$\underline{S}=\underline{U}\underline{\underline{I}}, \qquad (4.46)$$

gdje je $\underline{\underline{I}}$ konjugovana vrijednost struje $\underline{I}$.

Odgovarajućim smjenama, prethodni izraz dobija oblik

$$\underline{S}=Ue^{j\theta}Ie^{-j\psi}=UIe^{j(\theta-\psi)}UIe^{j\varphi}=S\cos\varphi+jS\sin\varphi=P+jQ. \qquad (4.47)$$

Realni dio kompleksne prividne snage predstavlja aktivnu snagu

$$P=S\cos\varphi=UI\cos\varphi, \qquad (4.48)$$

a imaginarni dio prividne snage predstavlja reaktivnu snagu

$$Q = S \sin\varphi = UI \sin\varphi, \qquad (4.49)$$

pa je

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \;\; i \;\; \varphi = arctg\left(\frac{Q}{P}\right). \qquad (4.50)$$

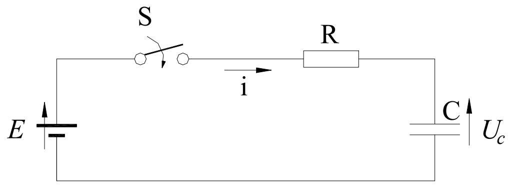
Za pretežno induktivni prijemnik $(X_L > X_C)$ je Q>0 pa se smatra da on troši reaktivnu snagu. Kada je prijemnik pretežno kapacitivan $(X_L < X_C)$,onda je Q<0, te se smatra da on proizvodi (generiše) reaktivnu snagu.

4.8 Prelazna stanja u prostom kolu

Pod prelznim stanjem podrazumjevaćemo promjene struja i napona nastalih zbog promjene konfiguracije kola otvaranjem ili zatvaranjem prekidača. Našu pažnju zadržaćemo samo na prostim kolima sa konstantnim parametrima R, L i C i jednosmjernim elektromotornim silama.

4.8.1 Punjenje kondenzatora

Realno električno kolo sa kondenzatorom ne može se izvesti bez termogene otpornosti, pa je na sl.4.12. na red sa C povezan R.



Slika 4.12 Punjenje kondenzatora

U trenutku t=0 zatvorimo prekidač S. Pod dejstvom ems-e E, kroz kolo će proteći izvjesna struja i. Kako smo već više puta naglasili, u svakom trenutku, za kolo mora da važi jednačina dinamičke ravnoteže električnih sila:

$$E - u_R - u_c = 0 \quad \text{ili} \quad E - R\frac{dQ}{dt} - \frac{Q}{C} = 0 \qquad (4.51)$$

Ponovimo da ova jednačina proističe iz zakona o održanju energije. Preuredimo li jednačinu (4.51) u oblik:

$$R\frac{dQ}{dt} + \frac{1}{C}Q = E \qquad (4.52)$$

prepoznaćemo nehomogenu diferencijalnu jednačinu prvog reda sa konstantnim koeficijentima i konstantom sa desne strane. Rješenje ovakve jednažine, kao što je poznato, sastoji se od zbira opšteg i partikularnog rješenja:

$$Q = C \cdot E + A \cdot e^{-p \cdot t}$$

$$R \cdot p + \frac{1}{C} = 0; \quad p = -\frac{1}{R \cdot C}$$

Integracionu konstantu A određujemo iz početnih uslova. Neka je u trenutku $t = 0^-$ (neposredno prije uključenja prekidača), na pločama kondenzatora bila količina elektriciteta Q_0. U trenutku $t = 0^+$ (neposredno poslije uključenja prekidača), količina elektricirteta na pločama mora ostati ista. Kad ovo ne bi bilo tako, to bi značilo da se, za beskonačno kratko vrijeme, količina elektriciteta na pločama kondenzatora povećala, a time bi se povećala elektrostatička energija kondenzatora za beskonačno kratko vrijeme, a to je moguće samo sa beskonačno velikom snagom. Pošto u prirodi nema pojava koje se odvijaju beskonačno velikom snagom, mora biti:

za t=0 $Q_0 = CE + A \rightarrow A = Q_0 - CE$

$$Q = CE + (Q_0 - CE) \cdot e^{-\frac{t}{T}}, \qquad (4.53)$$

$$i = \frac{dQ}{dt} = \frac{E - \frac{Q_0}{C}}{R} \cdot e^{-\frac{t}{T}}. \qquad (4.54)$$

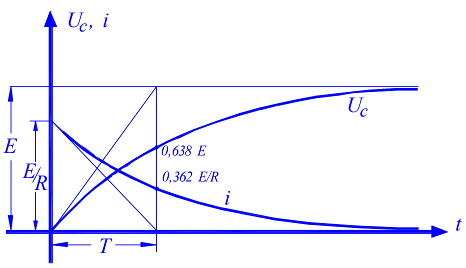
Veličina T=RC naziva se ***vremenska konstanta kola*** i mjeri se u sekundama: $T = RC(=) \cdot \Omega F = \frac{V}{A}\frac{C}{V} = \frac{As}{A} = s$

U posebnom slučaju, inače u praktičnoj primjeni najčešći slučaj, ako je kondenzator u trenutku uključenja prekidača bio prazan (tj. $Q_0 = 0$), jednačine (4.53) i (4.54) postaju:

$$Q = CE \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right); \qquad (4.55)$$

$$i = \frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{t}{T}} \qquad (4.56)$$

Na sl.4.13. predstavljen je dijagram promjene napona (u=Q/C) i struje prema jednačinama (4.55) i (4.56).

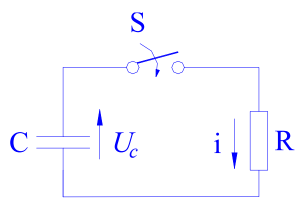


Slika 4.13 Promjena napona i struje za vrijeme punjenja kondenzatora

Sa dijagrama se vidi da napon raste po eksponencijalnom zakonu, a struja naglo poraste na vrijednost E/R, a zatim po eksponencijalnom zakonu pada na nulu. Dakle, kroz kondenzator struja može teći samo dok se kondenzator puni. Kada se kondenzator napuni napon na njemu poraste do vrijednosti EMS-e izvora kojoj tada drži ravnotežu.

4.8.2. Pražnjenje kondenzatora

Pražnjenje kondenzatora nazivamo stanje koje nastaje neposredno poslije zatvaranja prekidača u kolu na sl. 4.14.



Slika 4.14 Pražnjenje kondenzatora

Kondenzator je napunjen količinom elektriciteta Q_0. On, dakle, raspolaže električnom energijom: $W_E = \frac{Q_0^2}{2C} = \frac{CU_c^2}{2}$, gdje je U_c napon koji vlada na njegovim pločama. Pod uticajem ovog napona kroz kolo će proteći određena struja i. U svakom trenutku važi jednačina ravnoteže električnih sila:

$$R\frac{dQ}{dt}+\frac{1}{C}Q=0 \qquad (4.57)$$

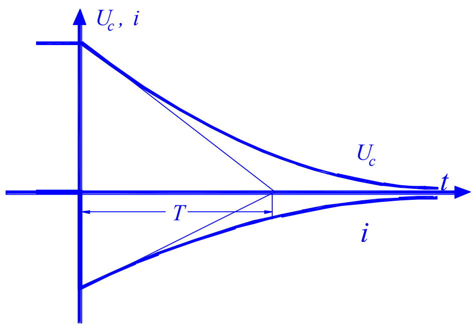
Za početni uslov T=0, $Q = Q_0$, rješenje jednačine (4.57) daje:

$$Q = Q_0 \cdot e^{-\frac{t}{T}} \qquad (4.58)$$

$$i = -\frac{Q_0}{RC}\cdot e^{-\frac{t}{T}}$$

Znak minus za struju znači da ona teče u smjeru suprotnom u odnosu na punjenje, kada je tekla pod uticajem ems-e E, a sada teče pod uticajem napona kondenzatora. Promjena napona i struje data je na sl.4.15. Struja, prolazeći kroz otpornik R, zagrijeva ga prema Džulovom zakonu. Na taj način, elektrostatička energija kondenzatora pretvorena je u toplotnu energiju, koju otpornik R odaje okolini.

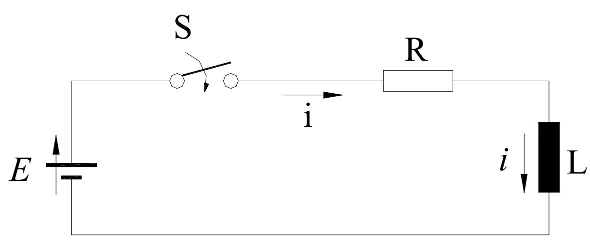
Napomenimo, da ako u toku prelaznog procesa, dakle, prije uspostavljanja stacionarnog stanja (bilo punjenja bilo pražnjenja kondenzatora) dođe do otvaranja prekidača-prekid procesa- struja će naglo pasti na nulu, a na pločama kondenzatora će se zadržati zatečeni napon.



Slika 4.15 Promjena struje i napona pri pražnjenju kondenzatora

4.8.3 Prelazne pojave u induktivnom kolu

Razmotrićemo prelaznu pojavu u kolu prema sl.4.16, u kome jednosmjerna ems-a E napaja redno vezani termogeni otpor R i induktivitet koeficijenta samoindukcije L.



Slika 4.16 Induktivno kolo

Kada se zatvori prekidač, pod uticajem ems-e E, kroz kolo će proteći struja i. U svakom trenutku mora da postoji dinamička ravnoteža električnih sila:

$$E - R \cdot i - L\frac{di}{dt} = 0 \qquad (4.59)$$

Rad izvora troši se na zagrijavanje provodnika R i stvaranje magnetnog polja. Induktivitet, dakle, raspolaže magnetnom energijom:

$$W_M = \frac{1}{2} L \cdot i^2. \qquad (4.60)$$

Jednačinu (4.59) napišimo u pogodnijem obliku:

$$L \cdot \frac{di}{dt} + R \cdot i = E \qquad (4.61)$$

$$L \cdot p + R = 0; \qquad p = -\frac{R}{L}$$

Zbir partikularnog i opšteg rješenja je:

$$i = \frac{E}{R} + A \cdot e^{-\frac{R}{L} \cdot t} \qquad (4.62)$$

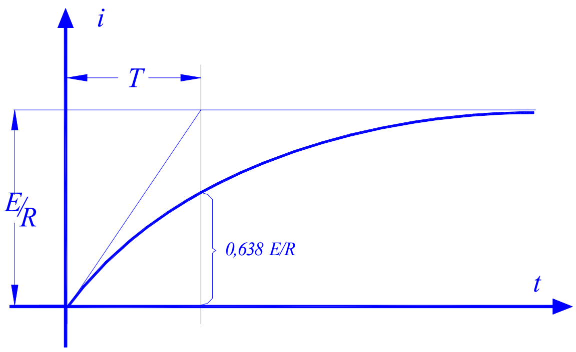
Pri određivanju integracione konstante A polazimo od sledećeg rezona: Ako je prije zatvaranja prekidača $t = 0^-$ struja u koju bila i=0, onda i u trenutku nakon zatvaranja prekidača $t = 0^+$ struja mora biti i=0. Ako to ne bi bilo tako, značilo bi da za beskonačno kratko vrijeme magnetna energija od nule poraste na određenu vrijednost, a to bi značilo da se rad morao obavljati beskonačno velikom snagom. Kako u prirodi nema procesa koji se obavljaju beskonačnom snagom, mora da važi:

$$0 = \frac{E}{R} + A; \quad A = -\frac{E}{R},$$

pa je rješenje:

$$i = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right). \qquad (4.63)$$

Ova promjena struja predstavljena je na sl.4.17.



Slika 4.17 Promjena struje u induktivnom kolu

$$T = \frac{L}{R}(m)\frac{H}{\Omega} = \frac{Vs}{A}\frac{A}{V} = s;$$

predstavlja, dakle, vrijeme, mjeri se u sekundama i naziva se vremenska konstanta kola. Prema (4.63), tek nakon beskonačno dugog vremena, struja će postati konstantna i=E/R. Međutim, već nakon isteka vremena od nekoliko vremenskih konstanti struju u kolu možemo smatrati ustaljenom.

Šta će se desiti ako otvorimo prekidač kada kroz kalem teče određena struja? Koristeći rezon u prethodnom razmatranju, zaključujemo da struja ne može trenutno pasti na nulu, jer bi to značilo trenutno smanjenje energije sa određene vrijednosti na nulu, a to opet znači vršenje rada beskonačnom snagom, što nije moguće. Otvaranje prekidača izaziva smanjenje struje što uzrokuje indukovanje elektromotorne sile samoindukcije koja, po Lencovom zakonu, djeluje u smjeru struje, nastoji da je održi. Ova ems-a samoindukcije dovoljno je velika da stvori električni luk između kontakta prekidača i, na taj način, zadrži struju u kolu. Struja u kolu će teći dok se magnetna energija kalema ne utroši na zagrijavanje otpora u kolu i na toplotu oslobođenu u električnom luku. Detaljnije razmatranje prekidanja struje u induktivnom kolu zahtijevalo bi obuhvatanje električnog luka, koji ima nelinearnu zavisnost između struje i napona, a to izlazi iz okvira našeg interesovanja.