

- Deformacije u gredama, zone zatezanja i pritiska
- Primjer izvođenja jedne ploče
- Oblikovanje armature
- Sidrenje armature
- Nastavljanje armature
- Određivanje debljine zaštitnog sloja betona
- Moguća naponska stanja
- Jednostruko armirani pravougaoni presjek
- Dvostruko armirani pravougaoni presjek
- Minimalna i maksimalna količina armature

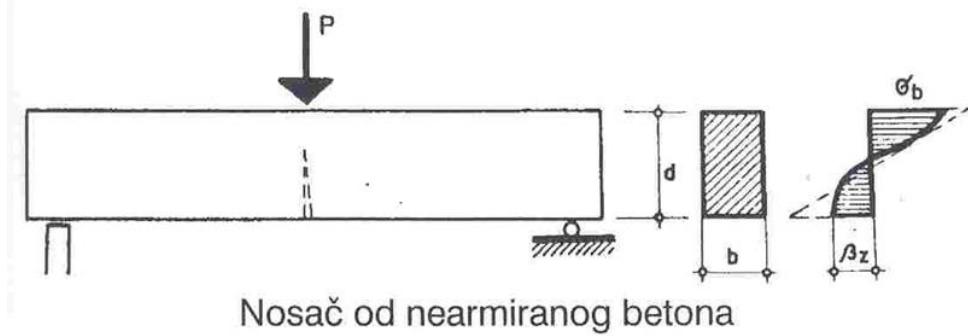
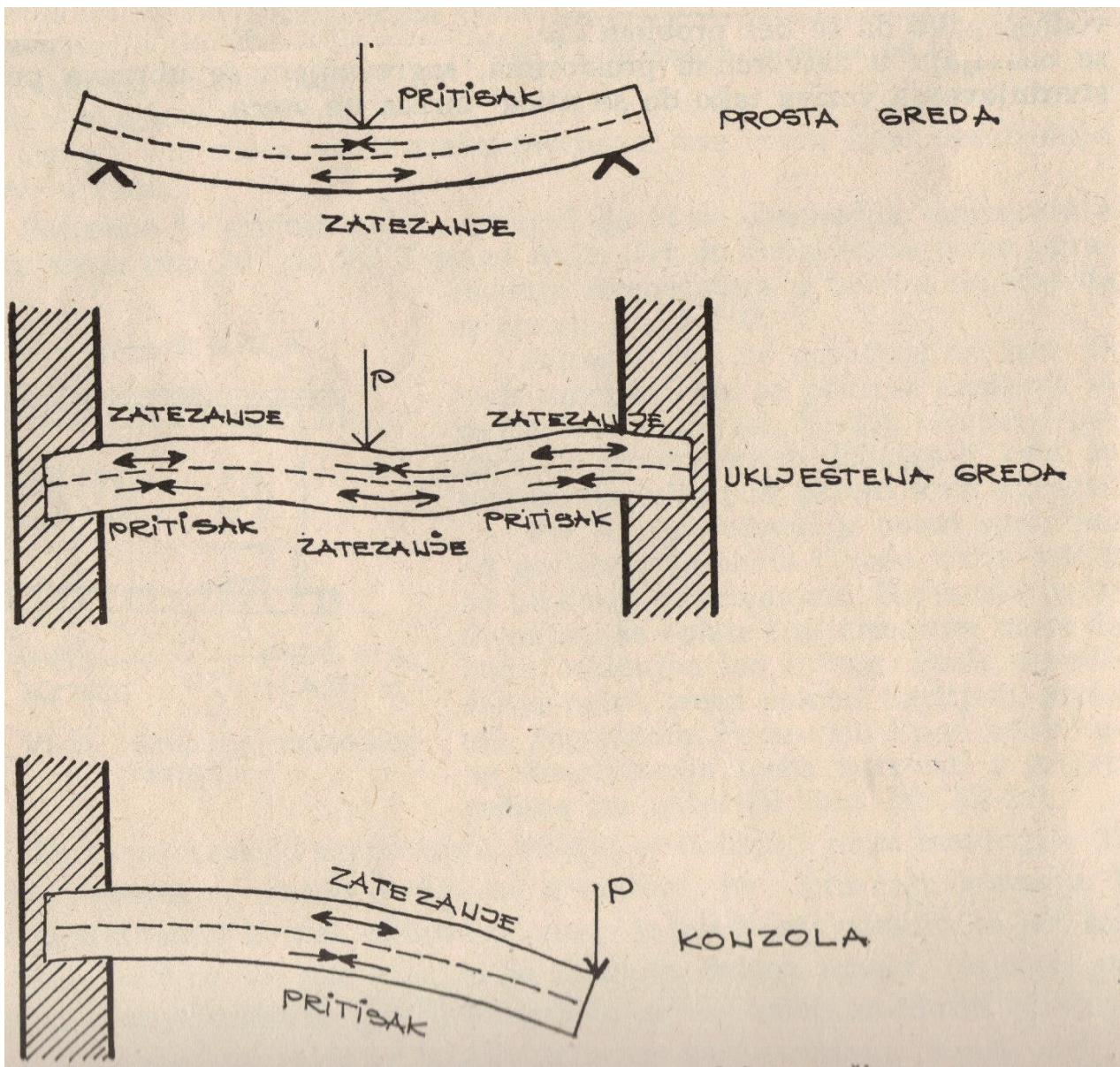
Literatura korišćena za pripremu prezentacije:

Gukov I. „Betonske konstrukcije I – predavanja”, Zagreb 2017

Brujić Z. „Betonske konstrukcije u zgradarstvu prema Eurokodu”, Beograd 2018

Hrapin A. „Dimenzioniranje betonskih Dimenzioniranje betonskih konstrukcija prema TPBK konstrukcija prema TPBK (EC2) ”, Split

Raspored naprezanja u grednim nosačima



Beton i čelik "rade" zajedno jer:

beton ima svojstvo da u toku svog stvrdnjavanja čvrsto prianja uz čelik, susjedne čestice betona i čelika imaju jednake deformacije.

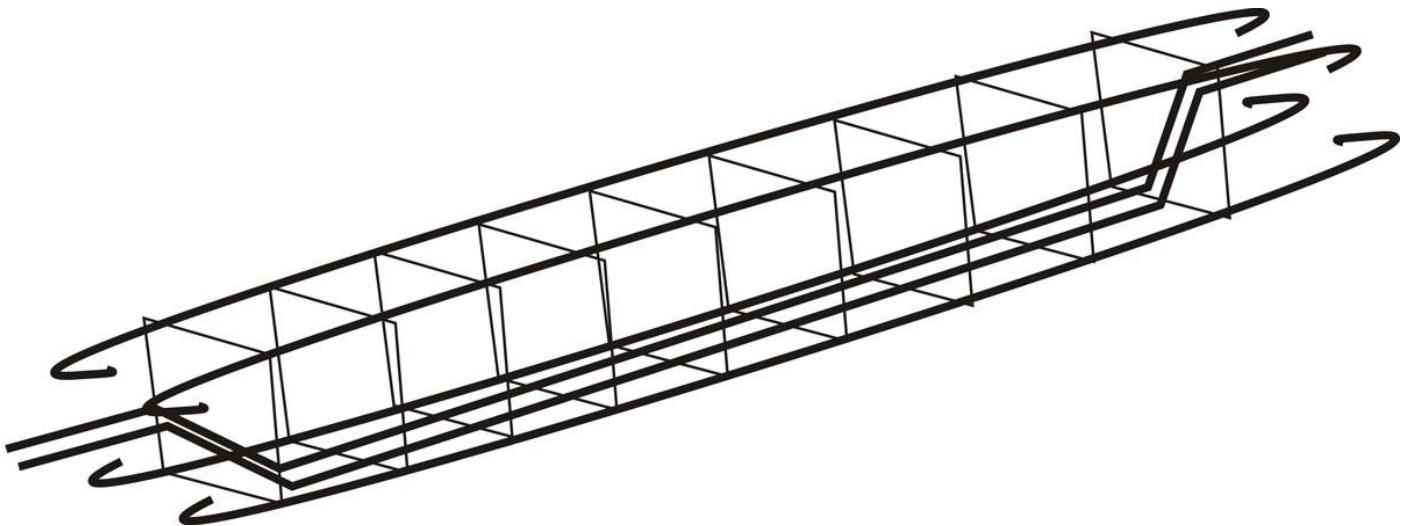
beton i čelik imaju približno jednake temperaturne koeficijente; beton od 0.7×10^{-5} do 1.4×10^{-5} , a čelik 1.2×10^{-5} .

beton štiti čelik od korozije, ako je dovoljno kompaktan, zbog baznog karaktera hemijskih reakcija.

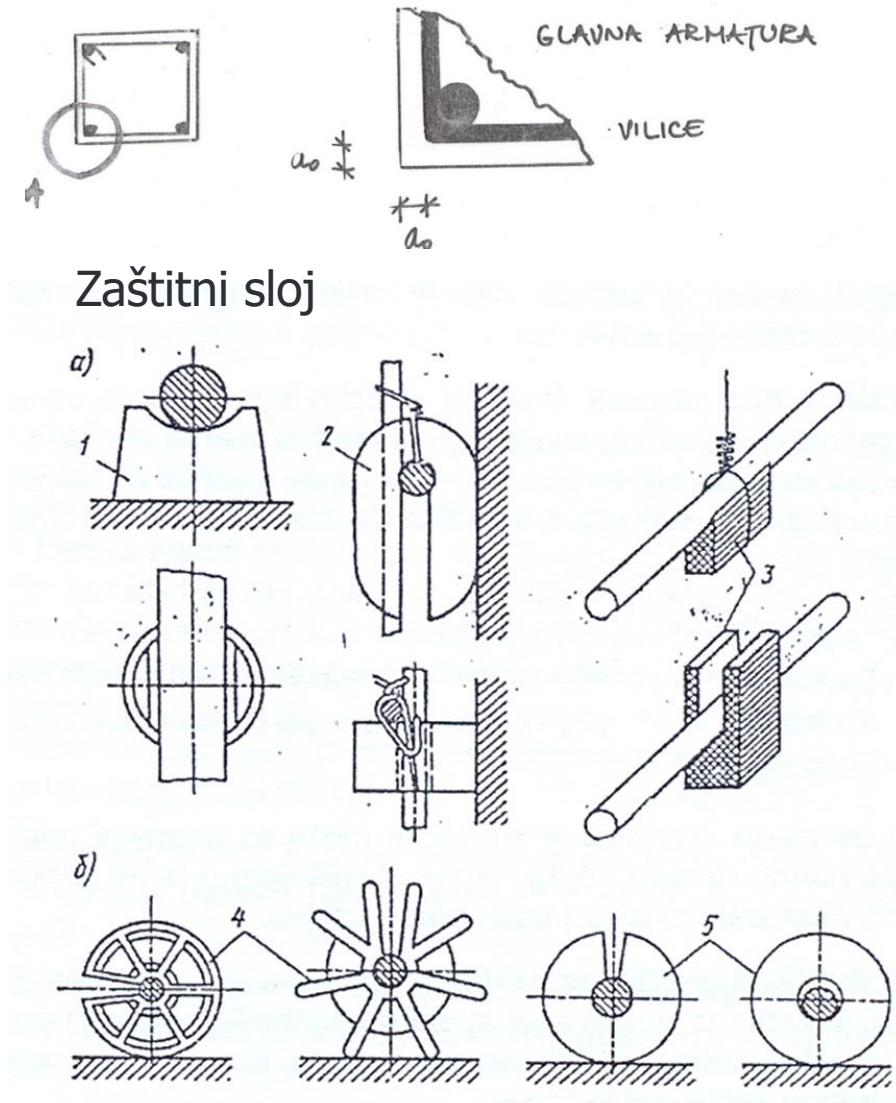
Izvođenje AB ploče



Podužna i poprečna armatura, prikaz u aksonometriji i položaj u poprečnom presjeku



Armatura u gredi.
Vide se podužne šipke i uzengije



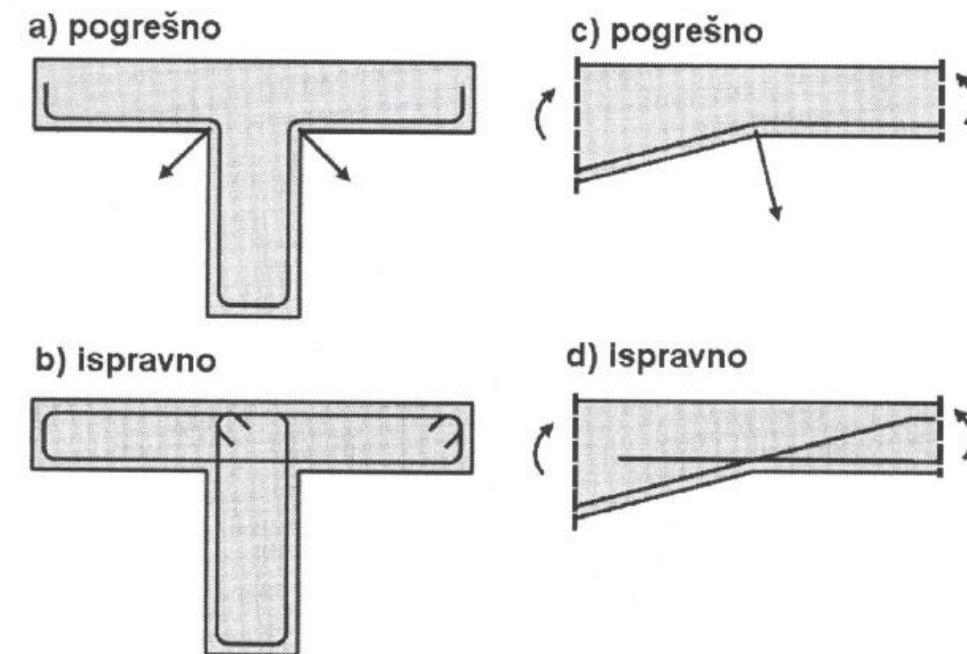
Razne vrste distancera

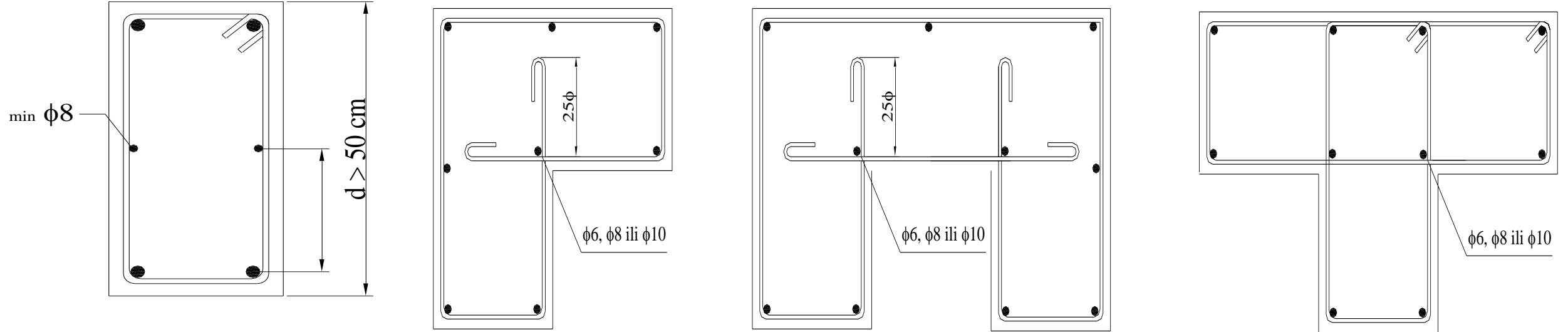
Oblikovanje i konsruisanje armature

- Proračunata armatura se oblikuje u presjeku i sidri prema tačno određenim pravilima. Razmak šipki treba da bude takav da osigura ugradnju betona ali i da omogući prionljivost između armature i betona.
- Da bi element spadao u grupu armirani beton mora biti armiran sa minimalnom količinom armature.
- Minimalno rastojanje između šipki armature je veća vrijednost između: prečnik šipke ϕ , maksimalni prečnik zrna agregata u recepturi betona + 5mm ili 20mm.
- U gornjoj zoni grede mora se osaviti razmak za prolazak igle pervibratora, min 5 cm.

$$\frac{\phi_i^2 \pi}{4} = A_a = n \frac{\phi_a^2 \pi}{4}$$

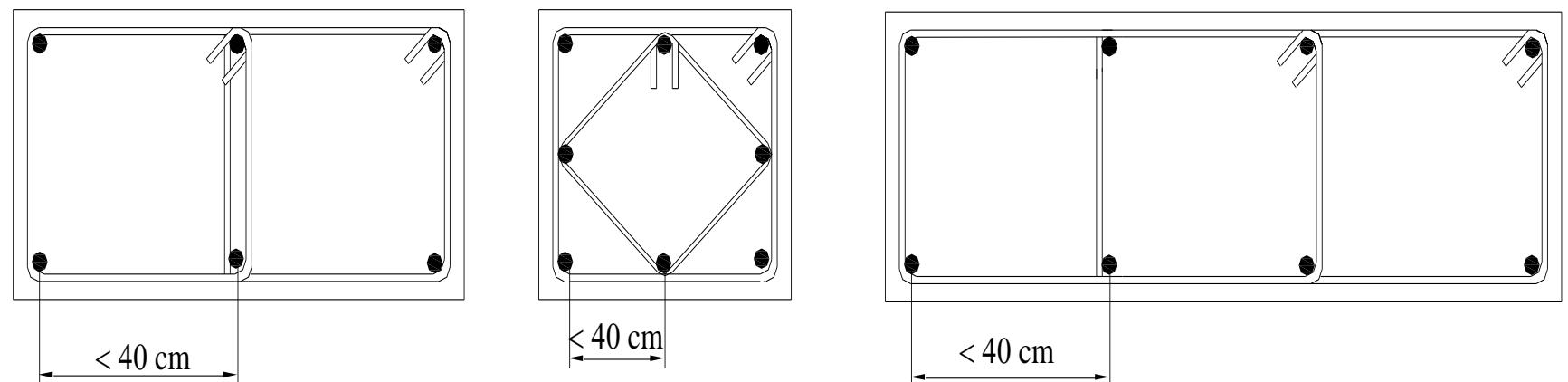
zamjenjujući prečnik profila je $\phi = \phi_a \sqrt{n}$





Na bočnim stranama greda i greda "T" presjeka čija visina je viša od 50 cm rastojanje podužnih šipki armature može iznositi najviše 30 cm. Prečnik te armature mora iznositi najmanje 8 mm.

Razmak podužne armature u stubovima ne smije iznositi više od 40 cm.



Ako su presjeci razuđeni uzengija se mora prekinuti i usidriti u stub. Na mjestima ukrštanja krajeva uzengija postavljaju se montažne šipke prečnika $\phi 6, \phi 8 \text{ ili } \phi 10$.

Sidrenje armature

U najčešće korišćenoj **klasi betona C25/30 i za armaturu B500** dužina sidrenja se može izračunati pomicu jednostavne jednačine:

Zona dobrih uslova prijanjanja je zona zatezanja u visini od 25 cm.

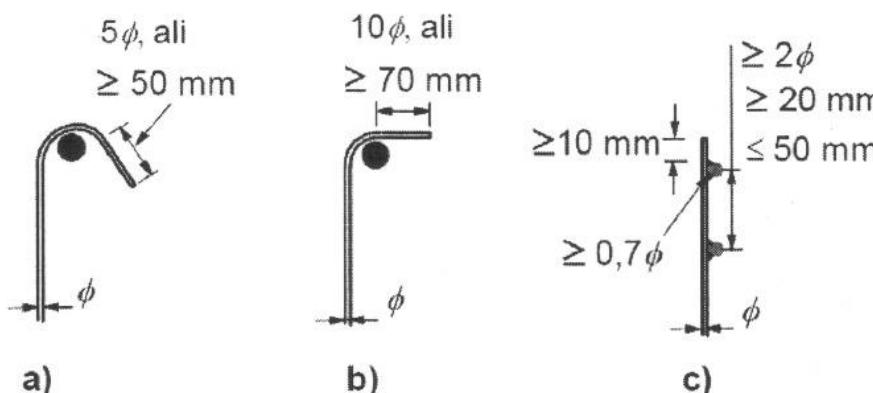
$l_{bd} = 40\phi$ za dobre uslove prijanjanja

$l_{bd} = 58\phi$ za loše uslove prijanjanja

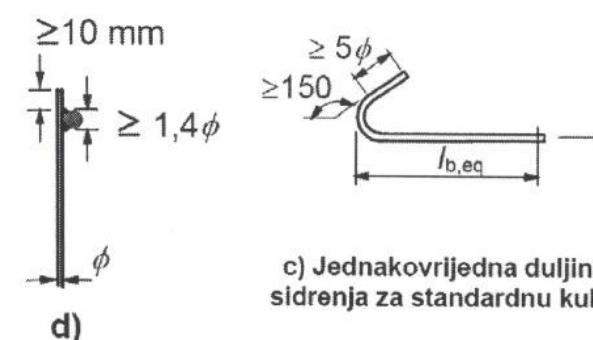
Za betone **klase C30/37 i armaturu B500** dužina sidrenja iznosi:

$l_{bd} = 36\phi$ za dobre uslove prijanjanja

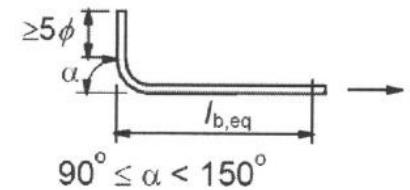
$l_{bd} = 52\phi$ za loše uslove prijanjanja



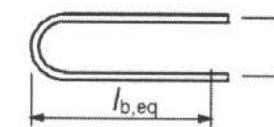
Sidrenje uzengija



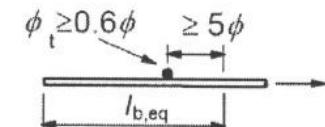
c) Jednakovrijedna duljina sidrenja za standardnu kuku



b) Jednakovrijedna duljina sidrenja za standardno savijanje



d) Jednakovrijedna duljina sidrenja za standardnu petlju



e) Jednakovrijedna duljina sidrenja za zavarenu poprečnu šipku

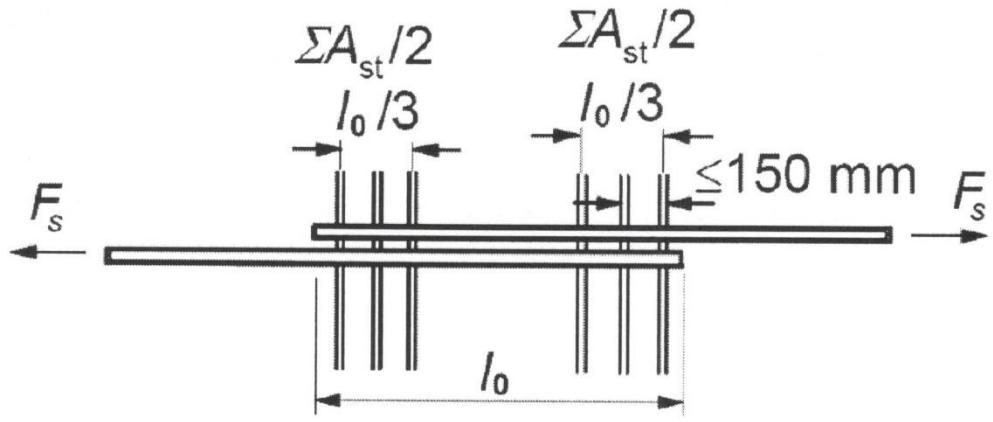
Sidrenje šipki armature

Nastavljanje armature

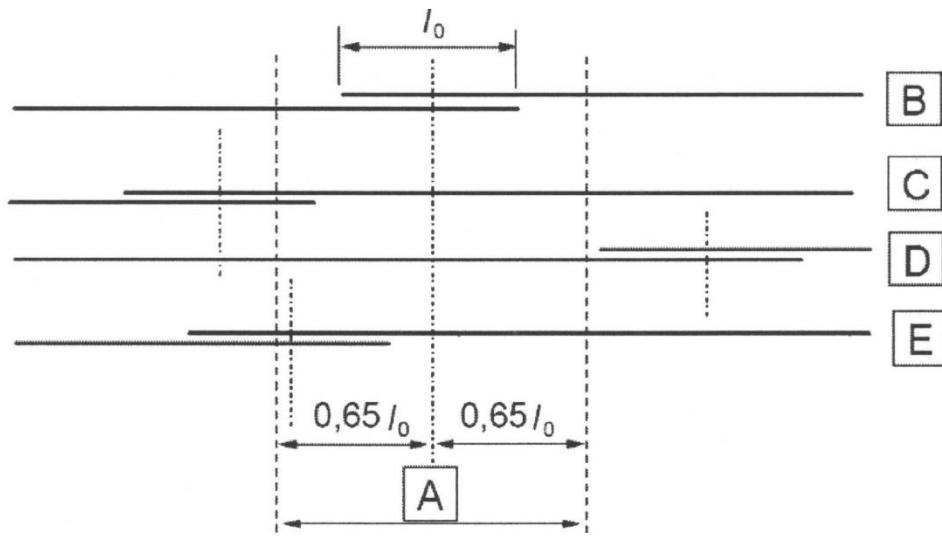
Armatura može biti nastavljana preklapanjem, zavarivanjem i mehaničkim nastavcima.

Preklapanje armature

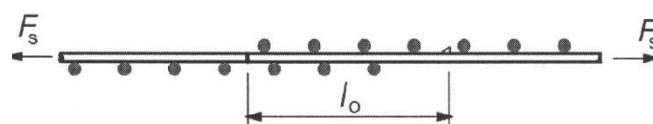
- Šipke prečnika većeg od $\phi > 32$ mm mogu se nastaviti preklapanjem samo ako su pretežno opterećene na savijanje.
- Šipke koje se preklapaju ne po pravilu ne treba nastaviti 100% u jedom presjeku, osim iznimno u području koje nije jako opterećeno.
- Nastavci armature u zoni plastičnih zglobova nisu dozvoljeni.
- Ako se preklapaju šipke prečnika manjeg od $\phi 20$ potrebno je da se poprečne sile zatezanja prihvate poprečnom armaturom i to 25% površine preklopljenih šipki.
- Ako se preklapaju šipke prečnika većeg od $\phi 20$ potrebno je da se poprečne sile zatezanja prihvate poprečnom armaturom i to 100% površine preklopljenih šipki.
- Kod šipki koje su stalno u pritisku po jednu šipku treba postaviti na rastojanju 4ϕ od zone preklopa
- Dužina preklopa mreža se izračunava, ali minimalni preklop mora biti veći od 15ϕ ili 20 cm.



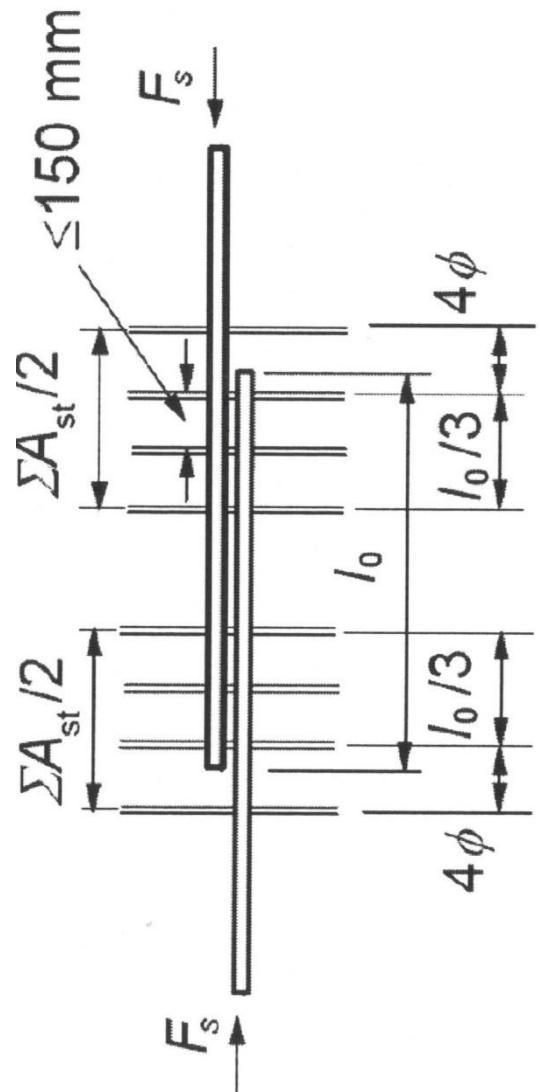
Preklapanje zategnute armature



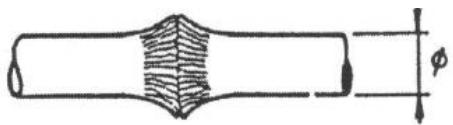
Primjer nastavljanja armature



Primjer preklapanja mreža

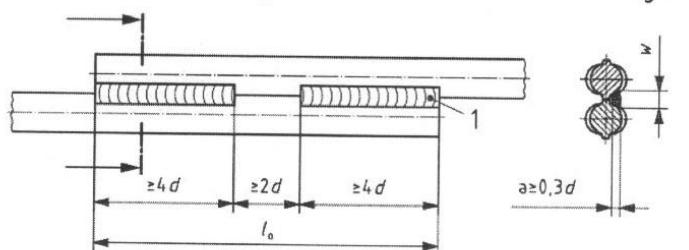


Preklapanje pritisnute armature

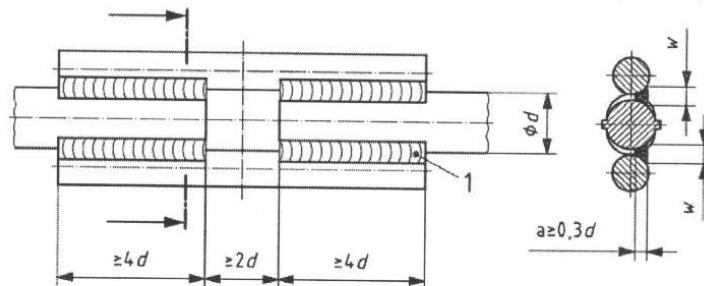


Sl. 1/84. Sučeno zavarivanje šipki

Sučeno zavarivanje



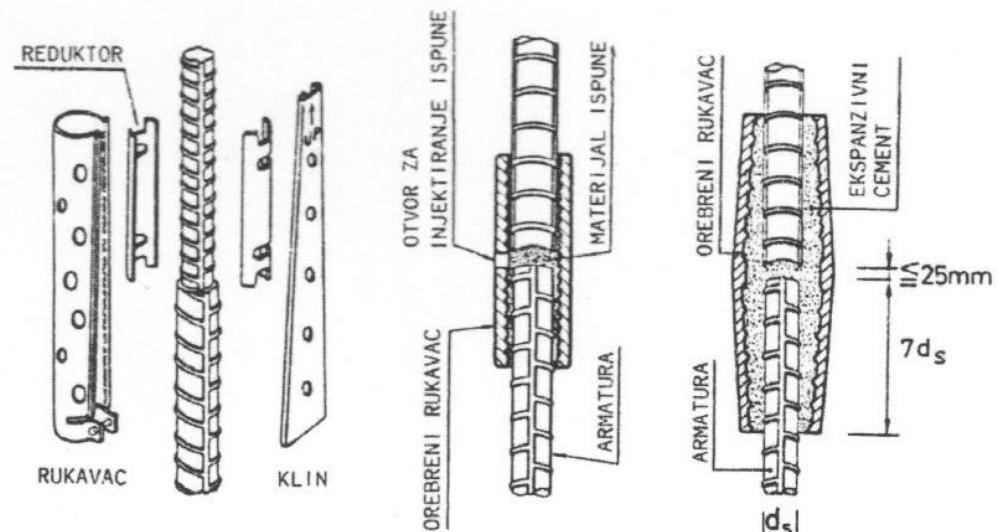
Sl. 1/86. Nastavljanje armature jednostrukim zavarenim preklopom [47]



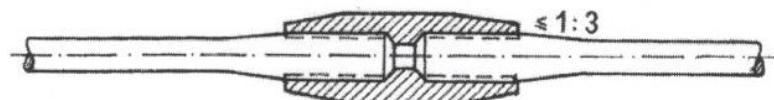
Sl. 1/87. Nastavljanje armature jednostrukim posrednim zavarenim preklopom [47]



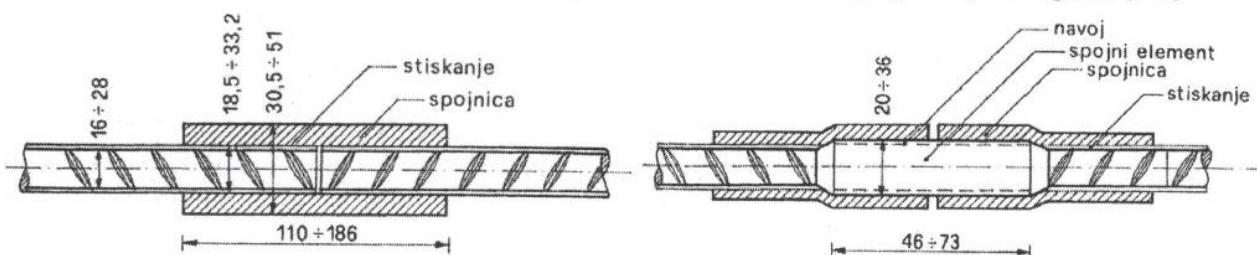
Sl. 1/89. Nastavljanje zavarenim preklopom bez podvezice [14]



Sl. 1/90. Neki tipovi mehaničkih spojница [14]



Sl. 1/91. Nastavljanje armature preko mehaničke spojnica, navojem [14]



Različite vrste mehaničkih nastavaka armature

Određivanje debljine zaštitnog sloja

Zaštitni sloj je udaljenost od vanjske ivice presjeka do prve armature. Zaštitni sloj doprinosi trajnosti konstrukcije i čuva armaturu od korozije. Istovremeno obezbeđuje protiv požarnu zaštitu konstrukcije.

$$c_{nom} = c_{min} + \Delta c$$

c_{nom} - Nominalna debljina zaštitnog sloja je zbir minimalne debljine zaštitnog sloja c_{min} (zavisi od agresivnosti sredine u kojoj se dio konstrukcije nalazi) i od dodatne vrijednosti Δc (obuhvata netačnosti pri izvođenju).

Za osiguranje prenosa sila najmanja debljina zaštitnog sloja ne smije biti manja od prečnika odabrane uzdužne armature ϕ , pri čemu je ϕ prečnik armature ili zaštitne cijevi kabla za prednaprezanje, odnosno zamjenjujućeg prečnika kod armature grupisane u svežnjeve $\phi\sqrt{n}$ (n je broj šipki u svežnju).

Uvjeti za zaštitni sloj	Razred agresivnog djelovanja okoliša									
	korozija karbonatizacijom XC				korozija kloridima XD			korozija kloridima (more) XS		
	1	2	3	4	1	2	3	1	2	3
	$c_{min} \geq d_s$ (odносно d_{sv})				$c_{min} \geq d_s$ (odносно d_{sv})			$c_{min} \geq d_s$ (odносно d_{sv})		
c_{min} (čelik za armiranje) ¹⁾	10	20	25	40				40		
c_{min} (prednapinjanje) ¹⁾	20	30	35	50				50		
Δc (dodatačna vrijednost) ²⁾	10	15	15	15				15		

¹⁾ za razred XM 1: $c_{min} + 5\text{mm}$; za XM 2: $c_{min} + 10\text{mm}$; za XM 3: $c_{min} + 15\text{mm}$

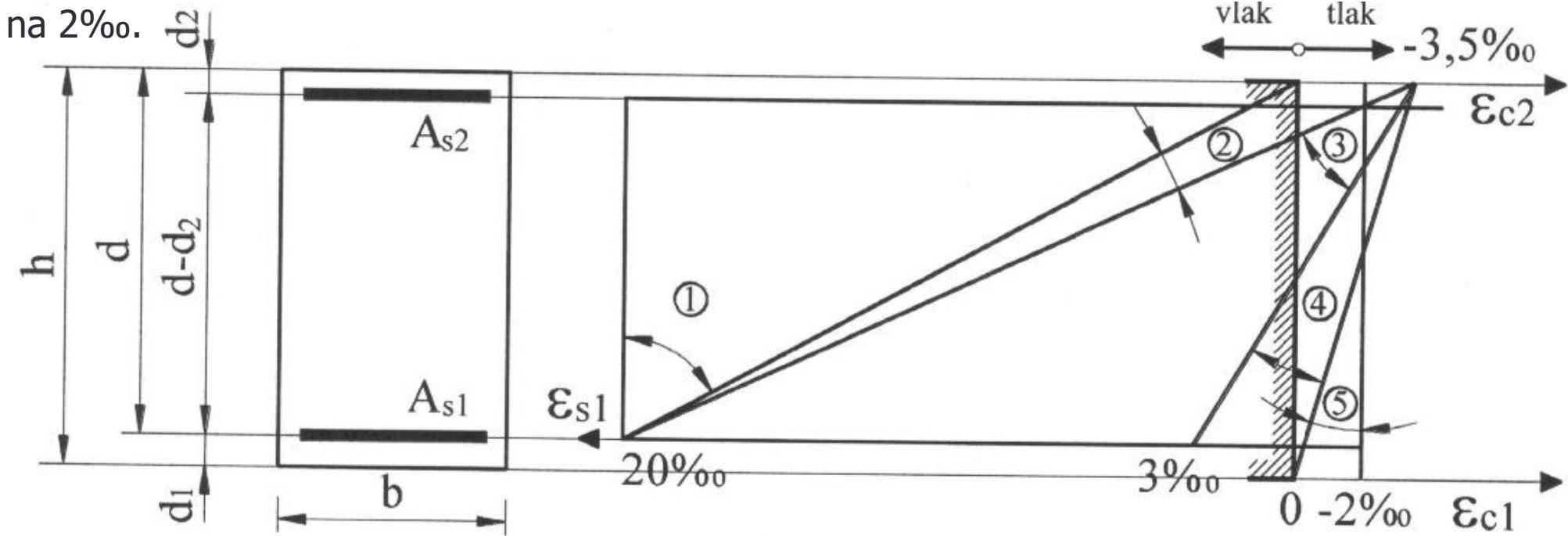
²⁾ za razred XC 1: 10%-fraktila, za XC 2 do XS 3: 5%-fraktila

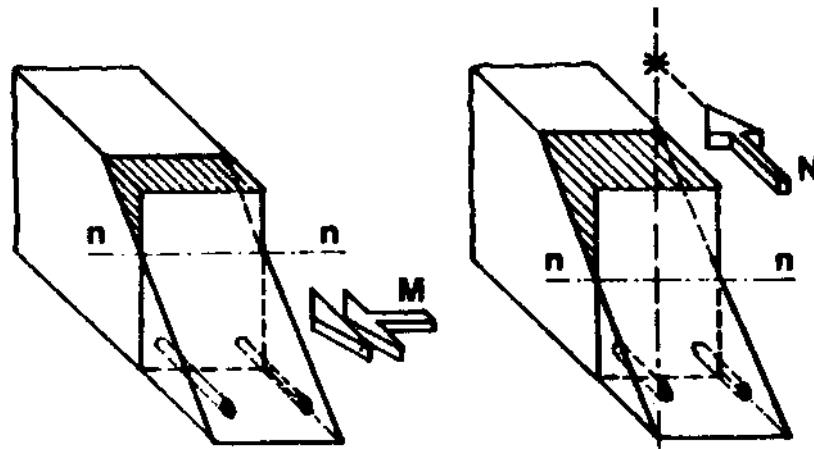
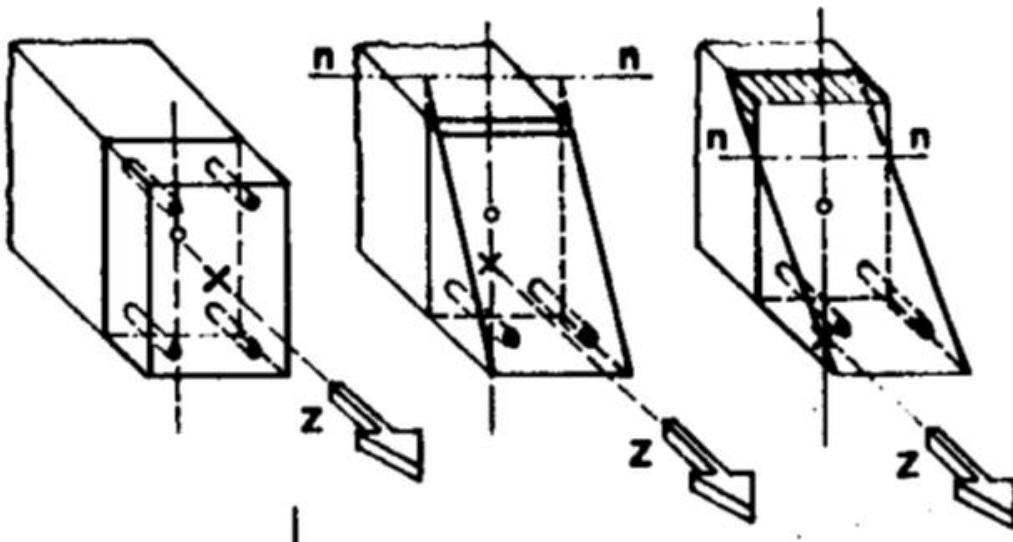
Za konstrukcijske elemente čiji je razred čvrstoće dva (2) razreda čvrstoće viši od najmanje potrebnog razreda koji predviđa HRN ENV 1992-1-1:2004, tablica 3.1., c_{min} može se smanjiti za 5 mm. Ovo smanjenje ne vrijedi za mostove.

Moguća naponska stanja

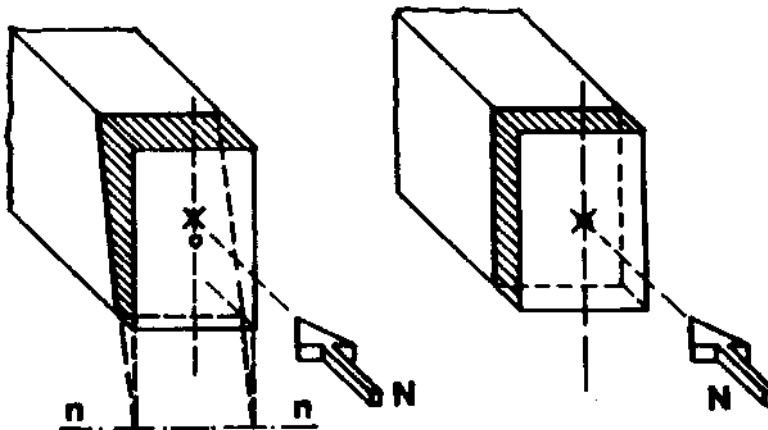
U zavisnosti od deformacija u betonu i čeliku razlikujemo pet osnovnih naponskih stanja:

- 1) Ekcentrično zatezanje sa malim ekcentricitetom – dilatacije u čeliku od 0-20% (20% čelik je potpuno iskorišćen);
 - 2) Čisto savijanje ili savijanje sa uzdužnom silom zatezanja – čelik je potpuno iskorišćen, beton dostiže granične deformacije od 3,5%
 - 3) Čisto savijanje ili savijanje sa uzdužnom silom pritiska, beton je potpuno iskorišćeni (dilatacije 3,5%), a u čeliku variraju od 3% do 20%
 - 4) Ekcentrični pritisak, beton je potpuno iskorišćen dilatacije 3,5%, a čelik ima deformacije od 0 do 3%
 - 5) Ekcentrični pritisak sa malim ekcentricitetom, cijeli presjek je pritisnut, deformacije u betonu se ograničavaju na u fazi centričnog pritiska na 2%. 



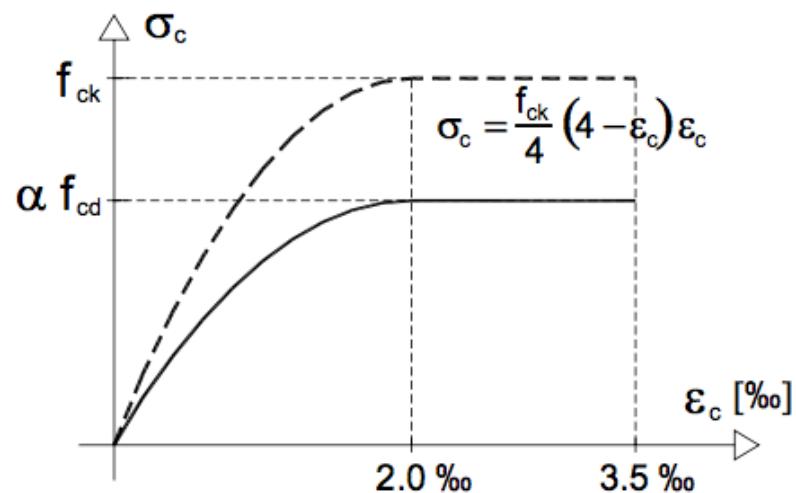


U odnosu na prethodne dijagrame i tekst koji ga prati dodata su i dva granična slučaja centrično zatezanja, prvi crtež, i centrični pritisak zadnja skica.



Razredi tlačne čvrstoće betona normalne gustoće (gustoća 2000-2600 kg/m³)

Karakteristika betona		C12/15	C16/20	C20/25	C25/30	C30/37	C35/45	C40/50	C45/55	C50/60
f_{ck} (MPa)	Čvrstoća na valjku	12	16	20	25	30	35	40	45	50
$f_{c,cub}$ (MPa)	Čvrstoća na kocki (MB 15)	15 (MB 15)	20 (MB 20)	25 (MB 25)	30 (MB 30)	37 (MB 40)	45 (MB 45)	50 (MB 50)	55 (MB 55)	60 (MB 60)
$f_{ct,m}$ (MPa)	Srednja vlačna čvrstoća	1.6	1.9	2.2	2.6	2.9	3.2	3.5	3.8	4.1
τ_{Rd} (MPa)	Posmična čvrstoća	0.18	0.22	0.26	0.30	0.34	0.37	0.41	0.44	0.48
E_{cm} (MPa)	Početni modul elastičnosti	26000	27500	29000	30500	32000	33500	35000	36000	37000



Koeffijentom "α" uzima se u obzir nepovoljno djelovanje dugotrajnog opterećenja i dinamičkih učinaka. Za "α" se uzima:
 $\alpha = 0.85$ za presjeke oblika pravokutnika
 $\alpha = 0.80$ za presjeke oblika trokuta ili trapeza

$$E_{cm} = 9500 \cdot \sqrt[3]{f_{ck} + 8} \quad [\text{MPa}] ; \quad f_{ck} \quad [\text{MPa}]$$

$$f_{ct,m} \approx 0.3 \cdot (f_{ck})^{2/3} \quad [\text{MPa}] ; \quad f_{ck} \quad [\text{MPa}]$$

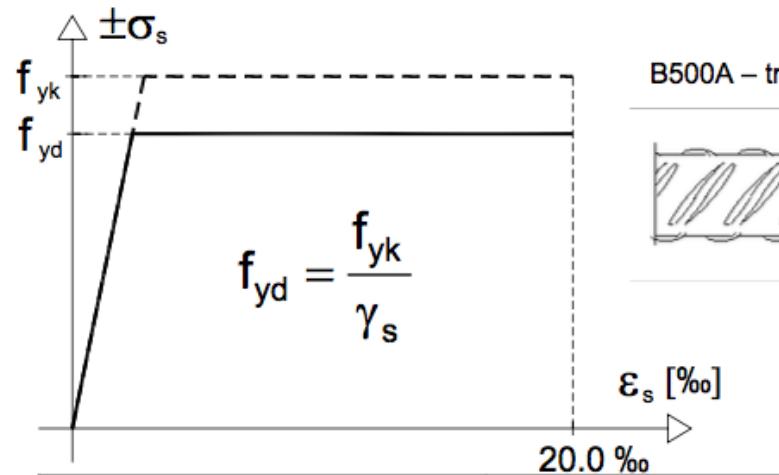
$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

Koefficijenti sigurnosti na materijal

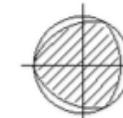
Materijal	Beton (γ_c)	Čelik (γ_s)
Kombinacija		
Uobičajena kombinacija	1.50	1.15
Izvanredna kombinacija	1.30	1.00

Svojstva čelika za armiranje:

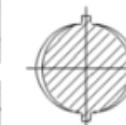
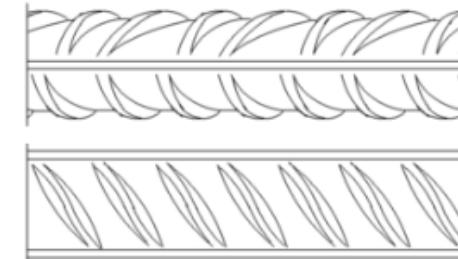
	Šipkasta armatura (nHRN EN 10080-2, nHRN EN 10080-3 i nHRN EN 10080-4)			Mrežasta armatura (nHRN EN 10080-5)		
Naziv i oznaka (broj) čelika	B500A (1.0438)	B500B (1.0439)	B450C (1.04...)	B500A (1.0438)	B500B (1.0439)	B450C (1.04...)
Nazivni promjer, d (mm)	Namot: 4-16 Šipke: 6-40	Namot: 6-16 Šipke: 6-40	Namot: 6-16	5-16	6-16	6-16
Granica razvlačenja f_{yk} (MPa)	≥ 500	≥ 500	≥ 450	≥ 500	≥ 500	≥ 450
Omjer vlačne čvrstoće i granice razvlačenja	≥ 1.05	≥ 1.08	≥ 1.15 ≤ 1.35	≥ 1.05	≥ 1.08	≥ 1.15 ≤ 1.35



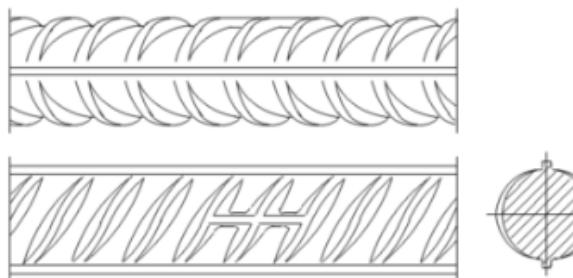
B500A – tri reda poprečnih rebara



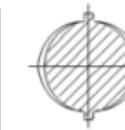
B450C – dva reda poprečnih rebara; s jedne strane rebara pod različitim kutovima u odnosu na os



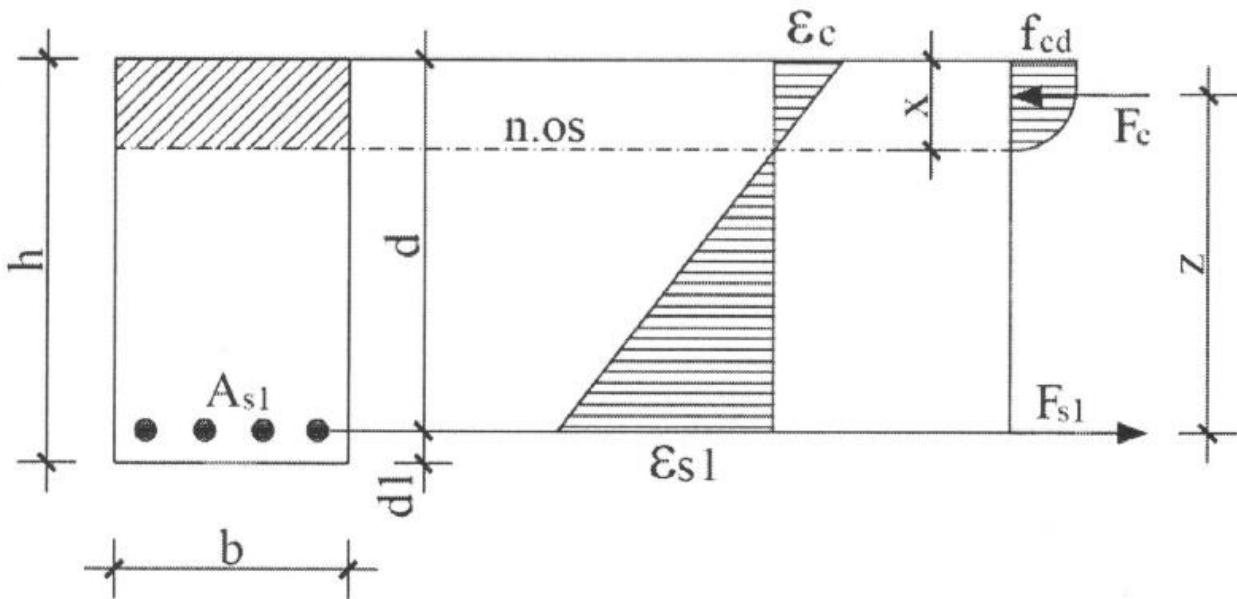
Materijal	Beton (γ_c)	Čelik (γ_s)
Kombinacija		
Uobičajena komb.	1.50	1.15
Izvanredna komb.	1.30	1.00



B500B – dva reda poprečnih rebara; s obje strane rebara su paralelna (pod istim kutom u odnosu na os)



Jednostruko armirani pravougaoni presjek



Uslov nosivosti presjeka je zadovoljen ako je računska vrijednost uticaja (unutrašnje sile) E_d manja ili jednak od odgovarajuće računske nosivosti presjeka R_d

$$E_d \leq R_d$$

Dimenzionisanje presjeka izvodi se tako da se iz jednačina ravnoteže odrede dimenzije presjeka i količina armature. $E_s = R_s$

$$E_d = R_d$$

Izrazi za dimenzionisanje dobijaju se iz uslova ravnoteže momenata savijanja, za presjeke izložene čistom savijanju.

$$M_{Ed} = M_{Rd}$$

M_{Ed} je granični računski moment savijanja

$$M_{E_d} = \sum (\gamma_{g,i} \times M_{g,i} + \gamma_q M_{q,i}) + \gamma_p M_p$$

Napomena: Prema EN, parcijalni koeficijenti sigurnosti za stalna dejstva iznose: $\gamma_G = 1.35$ (nepovoljno dejstvo); $\gamma_G = 1.00$ (povoljno dejstvo), dok za promjenljiva dejstva imamo: $\gamma_O = 1.50$ (nepovoljno dejstvo); $\gamma_O = 0$ (povoljno dejstvo).

M_{Rd} je računski moment nosivosti presjeka

$$M_{R_d} = F_c \times z = \alpha_v \times b \times f_{cd} \times z = \mu_{Rd} \times b \times d^2 \times f_{cd}$$

Gdje su:

b – geometrijska širina pravougaonog presjek

h – geometrijska visina pravougaonog presjeka

d – statička visina presjeka, udaljenje od težišta

zategnute armature do pritisnute ivice presjeka

x – udaljenje neutralne ose od pritisnute ivice presjeka

$$x = \xi \times d$$

$$z - krak unutrašnjih sila \quad z = \zeta \times d$$

F_c - sila pritiska u betonu

F_{s1} - sila u zategnutoj armaturi

ε_{s1} - dilatacije u zategnutoj armaturi

ε_c - dilatacije u pritisnutom betonu

α_v - koeficijent punoće pritisnutog dijela presjeka

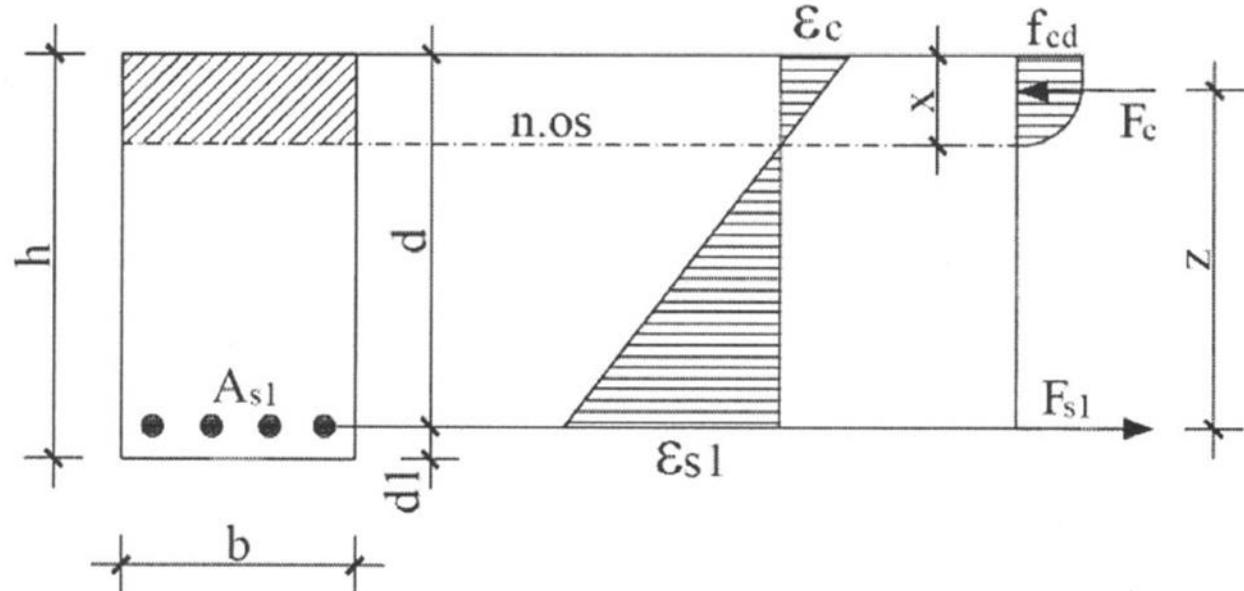
f_{cd} - računska čvrstoća betona na pritisak $\frac{f_{ck}}{\gamma_c}$

μ_{Rd} - bezdimenzionalna vrijednost za moment savijanja

$$\mu_{Rd} = \frac{M_{Ed}}{b \times d^2 \times f_{cd}} = \alpha_v \times \xi \times \zeta$$

ξ - je koeficijent udaljenosti neutralne ose od pritisnute

$$\xi = \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{s1} + \varepsilon_{c2}}$$



$$\sum M_{(B)} = 0$$

$$M_{Ed} = F_{s1} \cdot z = f_{yd} \cdot A_{s1} \cdot z$$

$$A_{s1} = \frac{M_{Ed}}{f_{yd} \cdot \zeta \cdot d}$$

Da bi se obezbijedila duktilnost presjeka EC2 propisuje uslov da odnos x/d ne prekorači vrijednost od 0,45 za klase betona do C50/60

Lom preko armature $\varepsilon_{s1}=20.0\%$

$\varepsilon_{c2} [\%]$	$\varepsilon_{s1} [\%]$	$\xi=x/d$	$\zeta=z/d$	ω_1	k_d	μ_{sds}
0.1	20.0	0.005	0.998	0.000	69.409	0.000
0.2	20.0	0.010	0.997	0.001	35.119	0.001
0.3	20.0	0.015	0.995	0.002	23.695	0.002
0.4	20.0	0.020	0.993	0.003	17.988	0.003
0.5	20.0	0.024	0.992	0.005	14.569	0.005
0.6	20.0	0.029	0.990	0.007	12.293	0.007
0.7	20.0	0.034	0.988	0.009	10.670	0.009
0.8	20.0	0.038	0.987	0.011	9.457	0.011
0.9	20.0	0.043	0.985	0.014	8.515	0.014
1.0	20.0	0.048	0.983	0.017	7.765	0.017
1.1	20.0	0.052	0.982	0.020	7.154	0.020
1.2	20.0	0.057	0.980	0.023	6.647	0.023
1.3	20.0	0.061	0.978	0.026	6.221	0.026
1.4	20.0	0.065	0.977	0.030	5.858	0.029
1.5	20.0	0.070	0.975	0.033	5.546	0.033
1.6	20.0	0.074	0.973	0.037	5.275	0.036
1.7	20.0	0.078	0.971	0.041	5.038	0.039
1.8	20.0	0.083	0.970	0.044	4.830	0.043
1.9	20.0	0.087	0.968	0.048	4.646	0.046
2.0	20.0	0.091	0.966	0.052	4.483	0.050
2.1	20.0	0.095	0.964	0.055	4.338	0.053
2.2	20.0	0.099	0.962	0.059	4.207	0.056
2.3	20.0	0.103	0.960	0.062	4.090	0.060
2.4	20.0	0.107	0.958	0.066	3.983	0.063
2.5	20.0	0.111	0.957	0.069	3.885	0.066
2.6	20.0	0.115	0.955	0.073	3.795	0.069
2.7	20.0	0.119	0.953	0.076	3.713	0.073
2.8	20.0	0.123	0.951	0.080	3.636	0.076
2.9	20.0	0.127	0.949	0.083	3.565	0.079
3.0	20.0	0.130	0.947	0.086	3.499	0.082
3.1	20.0	0.134	0.945	0.090	3.437	0.085
3.2	20.0	0.138	0.944	0.093	3.379	0.088
3.3	20.0	0.142	0.942	0.096	3.325	0.090
3.4	20.0	0.145	0.940	0.099	3.274	0.093
3.5	20.0	0.149	0.938	0.102	3.225	0.096

Lom preko armature $\varepsilon_{s1}=10.0\%$

$\varepsilon_{c2} [\%]$	$\varepsilon_{s1} [\%]$	$\xi=x/d$	$\zeta=z/d$	ω_1	k_d	μ_{sds}
0.1	10.0	0.010	0.997	0.000	49.242	0.000
0.2	10.0	0.020	0.993	0.002	24.996	0.002
0.3	10.0	0.029	0.990	0.004	16.920	0.003
0.4	10.0	0.038	0.987	0.006	12.885	0.006
0.5	10.0	0.048	0.984	0.009	10.468	0.009
0.6	10.0	0.057	0.981	0.013	8.860	0.013
0.7	10.0	0.065	0.977	0.017	7.714	0.017
0.8	10.0	0.074	0.974	0.022	6.857	0.021
0.9	10.0	0.083	0.971	0.027	6.193	0.026
1.0	10.0	0.091	0.968	0.032	5.664	0.031
1.1	10.0	0.099	0.965	0.038	5.233	0.037
1.2	10.0	0.107	0.962	0.044	4.876	0.042
1.3	10.0	0.115	0.959	0.050	4.576	0.048
1.4	10.0	0.123	0.956	0.056	4.321	0.054
1.5	10.0	0.130	0.953	0.062	4.102	0.059
1.6	10.0	0.138	0.950	0.069	3.912	0.065
1.7	10.0	0.145	0.947	0.075	3.747	0.071
1.8	10.0	0.153	0.944	0.082	3.602	0.077
1.9	10.0	0.160	0.941	0.088	3.474	0.083
2.0	10.0	0.167	0.938	0.094	3.361	0.089
2.1	10.0	0.174	0.934	0.101	3.260	0.094
2.2	10.0	0.180	0.931	0.107	3.170	0.099
1.3	10.0	0.187	0.928	0.113	3.090	0.105
2.4	10.0	0.194	0.925	0.119	3.017	0.110
2.5	10.0	0.200	0.922	0.125	2.950	0.115
2.6	10.0	0.206	0.919	0.130	2.889	0.120
2.7	10.0	0.213	0.916	0.136	2.833	0.125
2.8	10.0	0.219	0.913	0.142	2.781	0.129
2.9	10.0	0.225	0.910	0.147	2.733	0.134
3.0	10.0	0.231	0.907	0.153	2.689	0.138
3.1	10.0	0.237	0.904	0.158	2.647	0.143
3.2	10.0	0.242	0.901	0.163	2.609	0.147
3.3	10.0	0.248	0.898	0.168	2.573	0.151
3.4	10.0	0.254	0.895	0.173	2.539	0.155
3.5	10.0	0.259	0.892	0.178	2.507	0.159

U primjeru
koji slijedi
očitani podaci
iz ove rubrike



Lom preko armature $\varepsilon_{s1}=5.0\%$

$\varepsilon_{c2} [\%]$	$\varepsilon_{s1} [\%]$	$\xi=x/d$	$\zeta=z/d$	ω_1	k_d	μ_{sd}
0.1	5.0	0.020	0.993	0.001	35.049	0.001
0.2	5.0	0.038	0.987	0.003	17.905	0.003
0.3	5.0	0.057	0.981	0.007	12.194	0.007
0.4	5.0	0.074	0.975	0.012	9.342	0.011
0.5	5.0	0.091	0.969	0.018	7.634	0.017
0.6	5.0	0.107	0.963	0.025	6.498	0.024
0.7	5.0	0.123	0.958	0.032	5.688	0.031
0.8	5.0	0.138	0.952	0.041	5.083	0.039
0.9	5.0	0.153	0.947	0.050	4.615	0.047
1.0	5.0	0.167	0.942	0.059	4.242	0.056
1.1	5.0	0.180	0.937	0.069	3.938	0.064
1.2	5.0	0.194	0.931	0.079	3.687	0.074
1.3	5.0	0.206	0.926	0.089	3.477	0.083
1.4	5.0	0.219	0.922	0.100	3.298	0.092
1.5	5.0	0.231	0.917	0.110	3.144	0.101
1.6	5.0	0.242	0.912	0.121	3.012	0.110
1.7	5.0	0.254	0.907	0.131	2.897	0.119
1.8	5.0	0.265	0.902	0.142	2.796	0.128
1.9	5.0	0.275	0.898	0.152	2.708	0.136
2.0	5.0	0.286	0.893	0.162	2.630	0.145
2.1	5.0	0.296	0.888	0.172	2.562	0.152
2.2	5.0	0.306	0.883	0.181	2.501	0.160
2.3	5.0	0.315	0.879	0.190	2.446	0.167
2.4	5.0	0.324	0.874	0.199	2.397	0.174
2.5	5.0	0.333	0.870	0.208	2.352	0.181
2.6	5.0	0.342	0.865	0.216	2.312	0.187
2.7	5.0	0.351	0.861	0.224	2.275	0.193
2.8	5.0	0.359	0.857	0.232	2.241	0.199
2.9	5.0	0.367	0.852	0.240	2.210	0.205
3.0	5.0	0.375	0.848	0.248	2.181	0.210
3.1	5.0	0.383	0.844	0.255	2.154	0.216
3.2	5.0	0.390	0.840	0.263	2.129	0.221
3.3	5.0	0.398	0.836	0.270	2.106	0.226
3.4	5.0	0.405	0.832	0.277	2.084	0.230
3.5	5.0	0.412	0.829	0.283	2.064	0.235

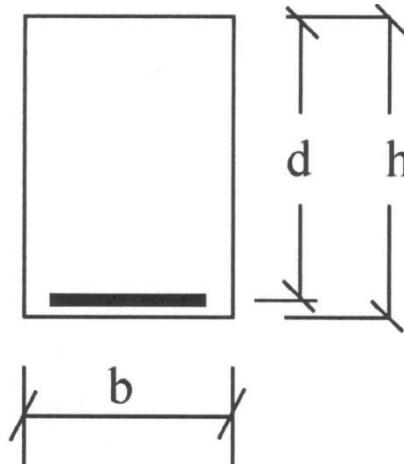
Lom preko betona $\varepsilon_{c2}=3.5\%$

$\varepsilon_{c2} [\%]$	$\varepsilon_{s1} [\%]$	$\xi=x/d$	$\zeta=z/d$	ω_1	k_d	μ_{sd}
3.5	20.0	0.149	0.938	0.102	3.225	0.096
3.5	19.5	0.152	0.937	0.105	3.193	0.098
3.5	19.0	0.156	0.935	0.107	3.161	0.100
3.5	18.5	0.159	0.934	0.109	3.128	0.102
3.5	18.0	0.163	0.932	0.112	3.094	0.104
3.5	17.5	0.167	0.931	0.115	3.061	0.107
3.5	17.0	0.171	0.929	0.117	3.027	0.109
3.5	16.5	0.175	0.927	0.120	2.993	0.112
3.5	16.0	0.179	0.925	0.124	2.958	0.114
3.5	15.5	0.184	0.923	0.127	2.923	0.117
3.5	15.0	0.189	0.921	0.130	2.888	0.120
3.5	14.5	0.194	0.919	0.134	2.852	0.123
3.5	14.0	0.200	0.917	0.138	2.815	0.126
3.5	13.5	0.206	0.914	0.142	2.778	0.130
3.5	13.0	0.212	0.912	0.146	2.741	0.133
3.5	12.5	0.219	0.909	0.151	2.703	0.137
3.5	12.0	0.226	0.906	0.155	2.665	0.141
3.5	11.5	0.233	0.903	0.161	2.626	0.145
3.5	11.0	0.241	0.900	0.166	2.587	0.149
3.5	10.5	0.250	0.896	0.172	2.547	0.154
3.5	10.0	0.259	0.892	0.178	2.507	0.159
3.5	9.5	0.269	0.888	0.185	2.465	0.165
3.5	9.0	0.280	0.884	0.193	2.424	0.170
3.5	8.5	0.292	0.879	0.201	2.381	0.176
3.5	8.0	0.304	0.873	0.209	2.338	0.183
3.5	7.5	0.318	0.868	0.219	2.294	0.190
3.5	7.0	0.333	0.861	0.229	2.250	0.198
3.5	6.5	0.350	0.854	0.241	2.204	0.206
3.5	6.0	0.368	0.847	0.254	2.158	0.215
3.5	5.5	0.389	0.838	0.268	2.111	0.224
3.5	5.0	0.412	0.829	0.283	2.064	0.235
3.5	4.5	0.438	0.818	0.301	2.015	0.246
3.5	4.0	0.467	0.806	0.321	1.966	0.259
3.5	3.5	0.500	0.792	0.344	1.916	0.272
3.5	3.0	0.538	0.776	0.371	1.865	0.288
3.5	2.5	0.583	0.757	0.401	1.814	0.304
3.5	2.0	0.636	0.735	0.438	1.762	0.322
3.5	1.5	0.700	0.709	0.482	1.711	0.341
3.5	1.0	0.778	0.676	0.535	1.662	0.362
3.5	0.5	0.875	0.636	0.602	1.616	0.383

$$\mu_{sd} = \frac{M_{sd}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \mu_{Rd} = 0.85 \cdot \alpha_v \cdot \xi \cdot \zeta$$

PRIMJER: Za pravougaoni poprečni presjek širine $b=30\text{cm}$ i geometrijske visine $h=60\text{ cm}$, koji je izložen graničnom momnetu savijanja od 200kNm , klase je betona C35/45 i armiran je armaturom B500B, sračunati količinu armature u poprečnom presjeku.

C 35/45
B500B
 $M_{ed}= 200 \text{ kNm}$
 $b=30 \text{ cm} \ h=60 \text{ cm}$



$$C35 / 45 \models f_{cd} = \frac{f_{ck}}{g_c} = \frac{35}{1.5} = 23.3 \text{ MPa} = 2.33 \text{ kN/cm}^2$$

$$B500 \models f_{yd} = \frac{f_{yk}}{g_s} = \frac{500}{1.15} = 434.8 \text{ MPa} = 43.48 \text{ kN/cm}^2$$

$$M_{ed}= 200 \text{ kNm}$$

$$b/h=30/60 \text{ cm} \quad \text{pretpostavka } d=0.9h=54\text{cm}$$

$$\mu_{ed} = \frac{M_{ed}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{200 \cdot 100}{30 \cdot 54^2 \cdot 2.33} = 0.098 \Rightarrow \begin{cases} \varepsilon_c / \varepsilon_{s1} = 2.2 / 10\% \\ \zeta = z / d = 0.931 \\ \xi = x / d = 0.18 \end{cases}$$

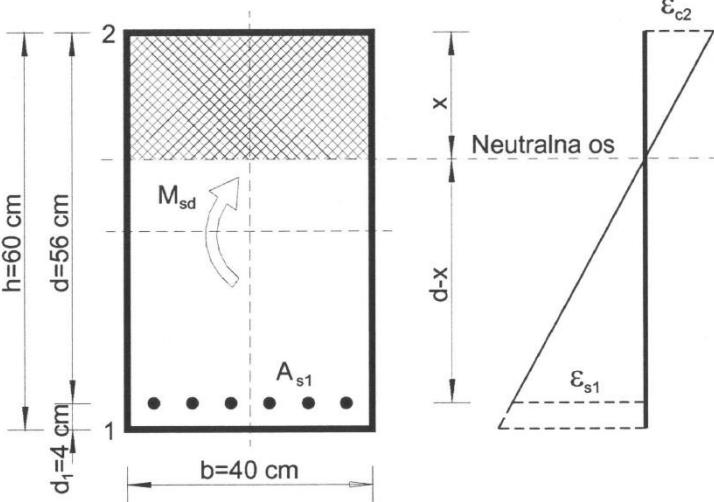
$$A_{s1} = \frac{M_{ed}}{\zeta \cdot d \cdot f_{yd}} = \frac{200 \cdot 100}{0.931 \cdot 54 \cdot 43.48} = 9.15 \text{ cm}^2 \Rightarrow \text{usvojeno } 4\phi 18(10.18 \text{ cm}^2)$$

$$\text{arm. smjestena u jednom redu} \Rightarrow d_1 = c_{nom} + \phi_w + \phi / 2 = 3.5 + 0.8 + 1.8 / 2 = 5.2 \text{ cm}$$

$$d_{stv} = h - d_1 = 60 - 5.2 = 54.8 \text{ cm} > h_{pret} = 54 \text{ cm}$$

Jednostruko armirani pravokutni presjek opterećen momentom savijanja

TPBK (2005.)



Geometrija :

$$b = 40 \text{ cm}; \quad h = 60.0 \text{ cm}; \quad d_1 = 4.0 \text{ cm}; \quad d = h - d_1 = 56.0 \text{ cm}$$

Materijal :

$$\text{C } 25/30 \Rightarrow f_{ck} = 25.0 \text{ MPa} \Rightarrow f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{25.0}{1.5} = 16.67 \text{ MPa}$$

$$\text{B500B} \Rightarrow f_{yk} = 500.0 \text{ MPa} \Rightarrow f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500.0}{1.15} = 434.78 \text{ MPa}$$

Opterecenje :

$$M_g = 130.0 \text{ kNm}; \quad M_q = 80.0 \text{ kNm};$$

$$M_{sd} = \gamma_g \cdot M_g + \gamma_q \cdot M_q = 1.35 \cdot 130.0 + 1.5 \cdot 80.0 = 295.5 \text{ kNm};$$

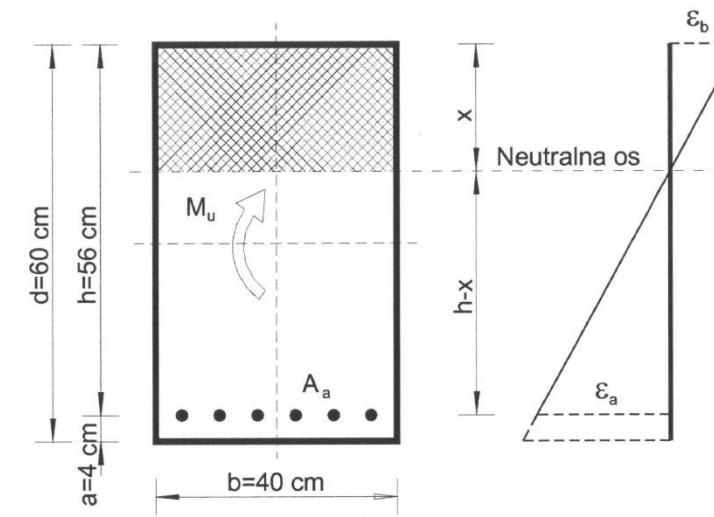
Postupak :

$$\mu_{sd} = \frac{M_{sd}}{bd^2 f_{cd}} = \frac{29550}{40 \cdot 56^2 \cdot 1.67} = 0.141$$

$$\text{za } \varepsilon_{s1} = 10\%; \quad \text{oci tano: } \varepsilon_{c2} = 3.1\%; \quad \zeta = 0.904$$

$$A_{s1} = \frac{M_{sd}}{\zeta d f_{yd}} = \frac{29550}{0.904 \cdot 56 \cdot 43.48} = 13.42 \text{ cm}^2$$

PBAB (1987.)



Geometrija :

$$b = 40 \text{ cm}; \quad d = 60.0 \text{ cm}; \quad a = 4.0 \text{ cm}; \quad h = d - a = 56.0 \text{ cm}$$

Materijal :

$$\text{MB } 30 \Rightarrow f_B = 20.5 \text{ MPa}$$

$$\text{MA } 500/560 \Rightarrow \sigma_{vi} = 500.0 \text{ MPa}$$

Opterecenje :

$$M_g = 130.0 \text{ kNm}; \quad M_p = 80.0 \text{ kNm};$$

$$M_u = \gamma_g \cdot M_g + \gamma_p \cdot M_p = 1.6 \cdot 130.0 + 1.8 \cdot 80.0 = 352.0 \text{ kNm};$$

Postupak :

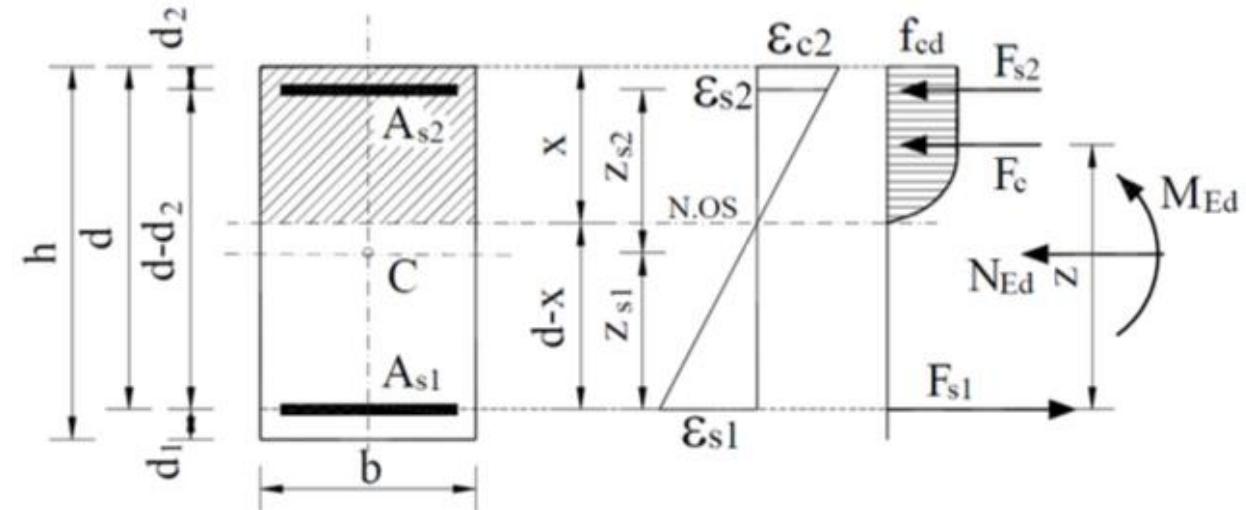
$$m_u = \frac{M_u}{bh^2 f_B} = \frac{35200}{40 \cdot 56^2 \cdot 2.05} = 0.137$$

$$\text{za } \varepsilon_a = 10\%; \quad \text{oci tano: } \varepsilon_b = 2.5\%; \quad k_z = 0.922$$

$$A_a = \frac{M_u}{k_z h \sigma_{vi}} = \frac{35200}{0.922 \cdot 56 \cdot 50.0} = 13.63 \text{ cm}^2$$

Dvostruko armirani pravougaoni presjek

Kada presjeke sa punom iskorišćenošću pritisnutog betona, $\sigma_c = f_{cd}$ i $\varepsilon_c = 3,5\%$ nije u stanju da primi spoljašnje momente savijanja pristupa se projektovanju dvojno armiranih presjeka.



$$M_{sd} > M_{Rd,lim}$$

$$M_{Rd,lim} = \mu_{sd,lim} \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}$$

$$\mu_{\text{sd,lim}} = \mu_{\text{sd}} (\varepsilon_{c2} = 3.5\%; \varepsilon_{s1} = 20.0\%)$$

$$\zeta_{\lim} = \zeta (\varepsilon_{c2} = 3.5\%, \varepsilon_{s1} = 20.0\%)$$

$$A_{s1} = \frac{M_{Rd,lim}}{\zeta_{lim} \cdot d \cdot f_{vd}} + \frac{M_{sd} - M_{Rd,lim}}{(d - d_2) \cdot f_{yd}}$$

$$A_{s2} = \frac{M_{sd} - M_{Rd,lim}}{(d - d_2) \cdot f_{yd}}$$

Za betone razreda $\leq C\ 35/45$ prema normi HRN EN 1992-1-1 najveća dopuštena granična vrijednost koeficijenta položaja neutralne osi iznosi $\xi_{lim} = 0.45$. S tim u vezi mogu se izračunati i ostali parametri:

$$\varepsilon_{c2} = 3.5\%; \quad \varepsilon_{sl} = 4.278\%; \quad \xi_{\text{lim}} = 0.45; \quad \zeta_{\text{lim}} = 0.813; \quad \mu_{sd,\text{lim}} = 0.252 \quad (15)$$

Prema (15) najveći moment savijanja koji jednostruko armirani presjek može preuzeti je:

$$M_{Rd,\lim} = \mu_{sd,\lim} \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd} = 0.252 \cdot (b \cdot d^2 \cdot f_{cd}) \quad (16)$$

Za betone razreda $\geq C\ 40/50$ prema normi HRN EN 1992-1-1 najveća dopuštena granična vrijednost koeficijenta položaja neutralne osi iznosi $\xi_{lim} = 0.35$. S tim u vezi mogu se izračunati i ostali parametri:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{c2} &= 3.5\%; \quad \varepsilon_{s1} = 6.5\%; \\ \xi_{\text{lim}} &= 0.35; \quad \zeta_{\text{lim}} = 0.854; \quad \mu_{sd,\text{lim}} = 0.206 \end{aligned} \quad (17)$$

Prema (17) najveći moment savijanja koji jednostruko armirani presjek može preuzeti je:

$$M_{Rd,\lim} = \mu_{sd,\lim} \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd} = 0.206 \cdot (b \cdot d^2 \cdot f_{cd}) \quad (18)$$

Limitirajući moment preuzimaju beton i vlačna armatura, dok razliku do stvarnog momenta preuzimaju dodatna vlačna i tlačna armatura. Prema tome, potrebna armatura presjeka se računa prema izrazima:

$$A_{s1} = \frac{M_{Rd,\text{lim}}}{\zeta_{\text{im}} \cdot d \cdot f_{vd}} + \frac{M_{Ed} - M_{Rd,\text{lim}}}{(d - d_2) \cdot f_{vd}} \quad \rightarrow \quad \text{ukupna vlačna armatura} \quad (19)$$

PRIMJER: Za pravougaoni poprečni presjek širine $b=30\text{cm}$ i geometrijske visine $h=60\text{ cm}$, koji je izložen stalnom momnetu savijanja od 120kNm i povremenom momentu savijanja od 200 kNm , klasa betona je C40/50 i element je armiran armaturom B500B, sračunati količinu armature u poprečnom presjeku.

$$\text{C40 / 50} \models f_{cd} = \frac{f_{ck}}{g_c} = \frac{40}{1.5} = 26.667 \text{ MPa} = 2.667 \text{ kN / cm}^2$$

$$m_{\lim} = 0.206$$

$$\chi_{\lim} = 0.35 \text{ za C40/50} \models e_c / e_s = 3.5 / 6.5\%_{oo} \models$$

$$w_{\lim} = 0.241$$

$$z_{\lim} = 0.854$$

$$\text{B500} \models f_{yd} = \frac{f_{yk}}{g_s} = \frac{500}{1.15} = 434.8 \text{ MPa} = 43.48 \text{ kN / cm}^2$$

$$M_{ed} = 1.35M_G + 1.5M_Q = 1.35 \times 120 + 1.5 \times 200 = 462 \text{ kNm}$$

$$d_{pret} = 0.9 \times h = 45 \text{ cm}$$

$$m_{ed} = \frac{M_{ed}}{b \times d^2 \times f_{cd}} = \frac{462 \times 100}{30 \times 45^2 \times 2.667} = 0.285 > 0.206 = m_{\lim} \models \text{dvojno armiranje}$$

$$M_{rd,\lim} = m_{\lim} \times b \times d^2 \times f_{cd} = 0.206 \times 30 \times 45^2 \times 2.667 / 100 = 333.76 \text{ kNm}$$

$$A_{s1} = \frac{M_{rd,\lim}}{z_{\lim} \times d \times f_{yd}} + \frac{M_{ed} - M_{rd,\lim}}{(d - d_2) \times f_{yd}} = \frac{333.76 \times 100}{0.854 \times 45 \times 43.48} + \frac{(462 - 333.76) \times 100}{(45 - 5) \times 43.38} = 19.97 + 7.37 = 27.35 \text{ cm}^2$$

$$A_{s2} = \frac{M_{ed} - M_{rd,\lim}}{(d - d_2) \times f_{yd}} = \frac{(462 - 333.76) \times 100}{(45 - 5) \times 43.38} = 7.37 \text{ cm}^2$$

Za betone razreda $\leq C\ 35/45$ prema normi HRN EN 1992-1-1 najveća dopuštena granična vrijednost koeficijenta položaja neutralne osi iznosi $\xi_{\text{lim}} = 0.45$. S tim u vezi mogu se izračunati i ostali parametri:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{e2} &= 3.5\%; \quad \varepsilon_{s1} = 4.278\%; \\ \xi_{\text{lim}} &= 0.45; \quad \zeta_{\text{lim}} = 0.813; \quad \mu_{sd,\text{lim}} = 0.252\end{aligned}\tag{15}$$

Prema (15) najveći moment savijanja koji jednostruko armirani presjek može preuzeti je:

$$M_{Rd,\text{lim}} = \mu_{sd,\text{lim}} \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd} = 0.252 \cdot (b \cdot d^2 \cdot f_{cd})\tag{16}$$

Za betone razreda $\geq C\ 40/50$ prema normi HRN EN 1992-1-1 najveća dopuštena granična vrijednost koeficijenta položaja neutralne osi iznosi $\xi_{\text{lim}} = 0.35$. S tim u vezi mogu se izračunati i ostali parametri:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{e2} &= 3.5\%; \quad \varepsilon_{s1} = 6.5\%; \\ \xi_{\text{lim}} &= 0.35; \quad \zeta_{\text{lim}} = 0.854; \quad \mu_{sd,\text{lim}} = 0.206\end{aligned}\tag{17}$$

Prema (17) najveći moment savijanja koji jednostruko armirani presjek može preuzeti je:

$$M_{Rd,\text{lim}} = \mu_{sd,\text{lim}} \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd} = 0.206 \cdot (b \cdot d^2 \cdot f_{cd})\tag{18}$$

Limitirajući moment preuzimaju beton i vlačna armatura, dok razliku do stvarnog momenta preuzimaju dodatna vlačna i tlačna armatura. Prema tome, potrebna armatura presjeka se računa prema izrazima:

$$A_{s1} = \frac{M_{Rd,\text{lim}}}{\zeta_{\text{lim}} \cdot d \cdot f_{yd}} + \frac{M_{Ed} - M_{Rd,\text{lim}}}{(d - d_2) \cdot f_{yd}} \rightarrow \text{ukupna vlačna armatura}\tag{19}$$

$$d_1 = \frac{4 \times (3.5 + 0.8 + 2.5 / 2) + 2 \times (3.5 + 0.8 + 2.5 + 2.5 / 2)}{6} = 6.4\text{cm}$$

$$d_2 = 3.5 + 0.8 + 2.5 / 2 = 5.55\text{cm}$$

$$d_{stv} = 50 - 6.4 = 43.6\text{cm} > d_{pret} = 45\text{cm} \rightarrow \text{vratiti se u proracun}$$

nove vrijednosti: $d_{pret} = 43\text{cm}$, $d_2 = 6\text{cm}$ $\rightarrow M_{rd,\text{lim}}, A_{s1}, A_{s2} \rightarrow$ usvajanje armature

Usvaja se u donjoj zoni (zategnuta armatura): 6 ϕ 25 (29.4cm^2)

Usvaja se u gornjoj zoni (pritisnuta armatura): 2 ϕ 25 (9.82cm^2)