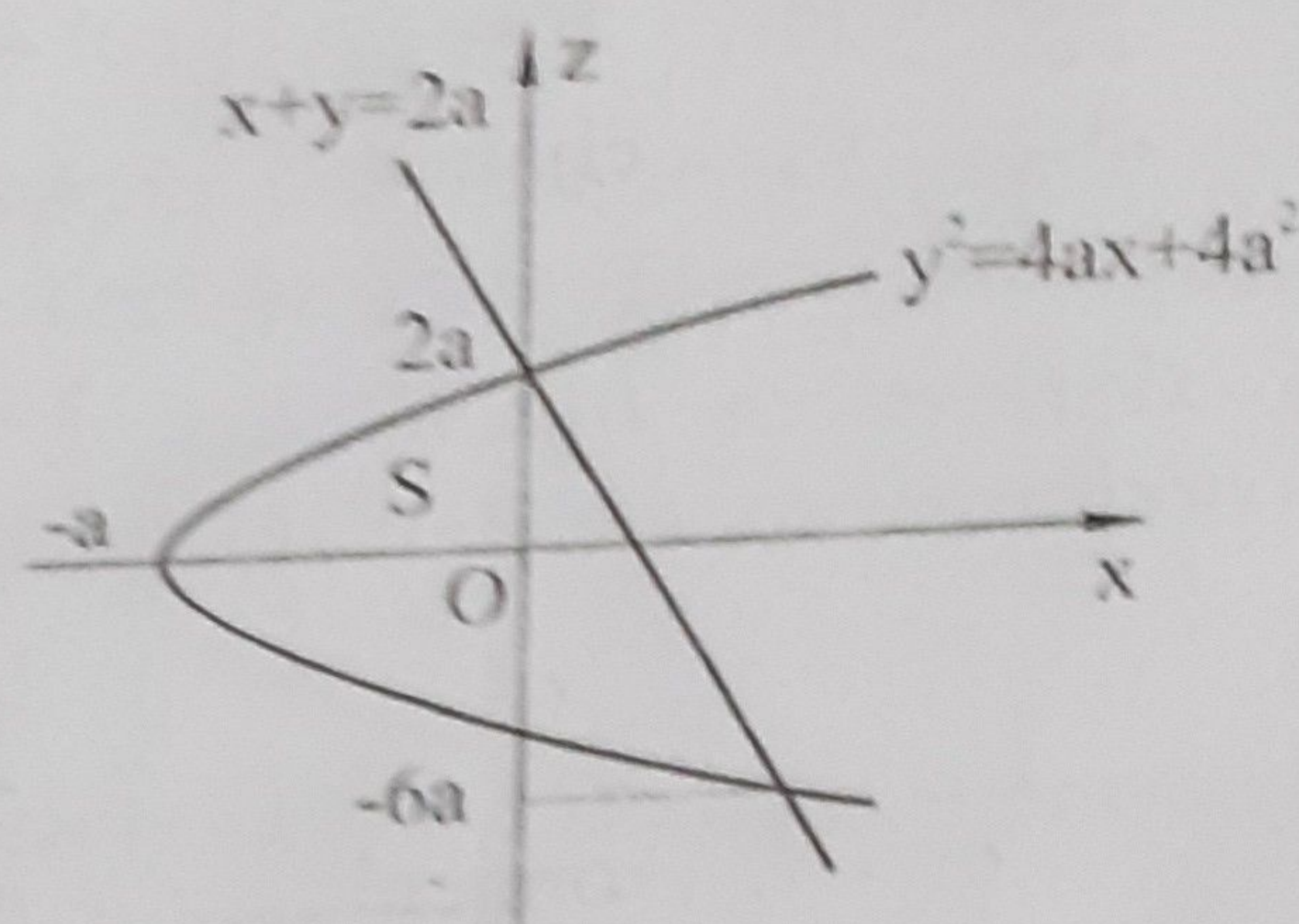
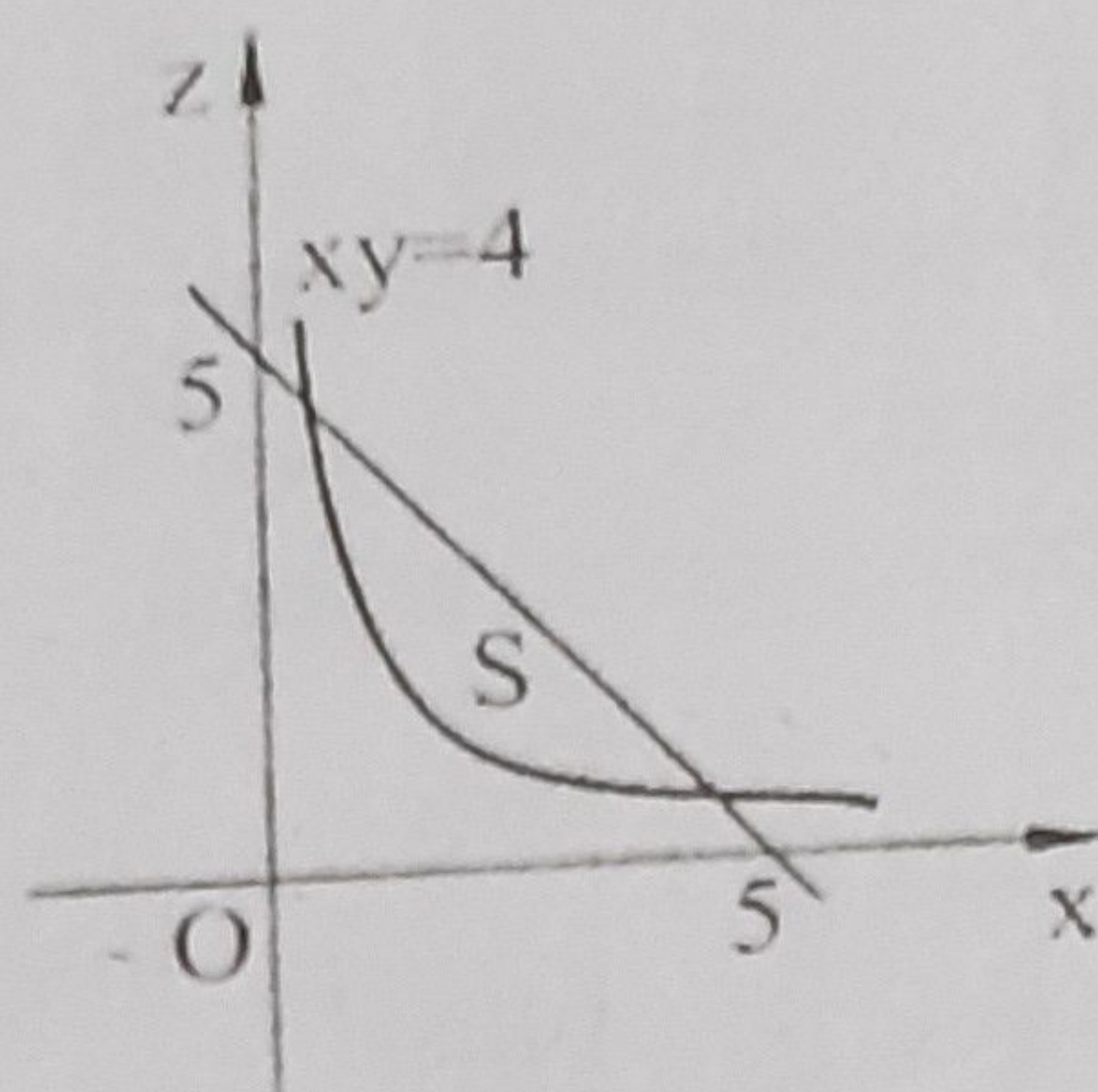




SI 9



SI 10

Primjer 7. Naći površinu figure S ograničene linijama: $xy = 4$ i $x + y = 5$.

Ove dvije linije (SI 10) sijeku se u tačkama $(1, 4)$ i $(4, 1)$, pa je $S: \begin{cases} 1 \leq x \leq 4 \\ \frac{4}{x} \leq y \leq 5 - x \end{cases}$.

Slijedi,

$$P_S = \iint_S dx dy = \int_1^4 dx \int_{\frac{4}{x}}^{5-x} dy = \int_1^4 \left(5 - x - \frac{4}{x} \right) dx = \frac{15}{2} - 8 \ln 2 \text{ (kvadratah jedinica).}$$

Zadatak 1. Izmijeniti poredak integracije $\int_0^1 dy \int_y^{\sqrt{y}} f(x, y) dx$.

$$\text{R. } \int_0^1 dx \int_{x^2}^x f(x, y) dy.$$

Zadatak 2. Zamjenjujući poredak integracije zapisati dati izraz u obliku dvostrukog integrala: $\int_0^1 dx \int_0^x f(x, y) dy + \int_1^2 dx \int_0^{2-x} f(x, y) dy$.

$$\text{R. } \int_0^1 dy \int_y^{2-y} f(x, y) dx.$$

d) Smjena promjenljivih u dvostrukom integralu

Neka je u ravni Oxy zadata oblast S ograničena glatkom krivom L . Uvedimo smjene

$$x = x(u, v), \quad y = y(u, v). \quad (9)$$

Pretpostavimo da se iz (9) u i v definišu na jednoznačan način:

$$u = u(x, y), \quad v = v(x, y), \quad (10)$$

Označimo sa S' sliku oblasti S transformacijama (10). Pomoću formula (10) svakoj tački $M(x, y)$ oblasti S pridružuje se neka tačka $M'(u, v)$ oblasti S' . Formule (9)