

Нека је  $S$  скуп од  $n$  елемената. Пермутације скупа  $S$  реда  $n$  су уређене  $n$ -торке различитих елемената скупа  $S$ . Њихов број је  $P(n) = n!$ .

Ако умјесто уређених  $n$ -торки различитих елемената скупа  $S$  правимо уређене  $k$ -торке различитих елемената скупа  $S$ , ( $k < n$ ) говоримо о варијацијама класе

$k$  скупа  $S$ . Њихов број је  $\frac{n!}{(n-k)!} = n \cdot (n-1) \cdots (n-k+1)$ .

Нека је  $M$  мултискуп који има  $r$  различитих елемената чије су кратности редом  $n_1, n_2, \dots, n_r$  (тј. елемент  $x_1$  се понавља  $n_1$  пута, елемент  $x_2$  се понавља  $n_2$  пута ... елемент  $x_r$  се понавља  $n_r$  пута) и нека је  $n_1 + n_2 + \dots + n_r = n$ . Пермутације мултискупа  $M$  или пермутације са понављањем реда  $n$  су уређене  $n$ -торке

елемената мултискупа  $M$ . Њихов број је  $\binom{n}{n_1, n_2, \dots, n_r} = \frac{n!}{n_1! n_2! \cdots n_r!}$ .

Ако умјесто уређених  $n$ -торки елемената мултискупа  $M$  правимо уређене  $k$ -торке елемената мултискупа  $M$  говоримо о варијацијама са понављањем класе  $k$  скупа  $M$ . Њихов број је  $n^k$ .

Нека је  $S$  скуп од  $n$  елемената и  $r \in \mathbb{N}$ . Комбинација класе  $r$  скупа  $S$  од  $n$  елемената је  $r$ -члани подскуп скупа  $S$ . Број свих  $r$ -комбинација скупа од  $n$  елемената је  $\binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)! r!}$ .

Нека је  $M$  мултискуп који има  $n$  различитих елемената од којих сваки има бесконачну кратност. Комбинација класе  $r$  скупа  $M$  од  $n$  елемената или комбинација са понављањем је  $r$ -члани подмултискуп скупа  $M$ . Број свих  $r$ -комбинација са понављањем је  $\binom{n+r-1}{r}$ .

## Примјери

1. 8 мушкараца и 7 жена треба да стану у ред пред продавницом. На колико начина могу направити ред тако да у реду наизмјенично стоје мушкарци и жене?
2. На колико начина  $n$  људи може сјести за округли сто (битни су само међусобни распореди тако да два начина који се могу добити ротацијом око стола за неки број мјеста не сматрамо различитим)?
3. На неком шаховском турниру сваки играч је одиграо са сваким од преосталих играча једну партију. Колико шахиста је учествовало на турниру ако је одиграно укупно 78 партија?
4. Колико има природних бројева мањих од сто милијарди ( $10^{11}$ ) који садрже цифру 2 у свом декадном запису?
5. У равни је дато  $n$  различитих тачака од којих никоје три не леже на истој правој. Наћи број дужи и број троуглова са врховима у датим тачкама.
6. Колико се осмисловних различитих ријечи може направити од 30 слова азбуке?

Колико се осмисловних различитих ријечи може направити од 30 слова азбуке али тако да свака ријеч садржи тачно 3 различита самогласника и тачно 5 различитих сугласника?

Колико се осмисловних различитих ријечи може направити од 30 слова азбуке али тако да свака ријеч садржи тачно 3 различита самогласника?

Колико се осмословних различитих ријечи може направити од 30 слова азбуке али тако да свака ријеч садржи бар 4 различита самогласника?

7. Колико од броја 12554255 можемо направити осмоцифрених и петоцифрених бројева?

8. У кошари имамо 3 јабуке, 4 крушке и 3 дуње. У дворишту је 10-торо дјеце. На колико начина можемо подијелити воће дјеци тако да свако дијете добије по један плод?

### Решења

1.  $8! \cdot 7!$

2.  $\frac{n!}{n} = (n-1)!$

3.  $\binom{n}{2} = 78 \Rightarrow n = 13$

4.  $10^{11} - 9^{11}$

5.  $\binom{n}{2}, \binom{n}{3}$

6.  $30^8, \binom{5}{3} \cdot \binom{25}{5} \cdot 8!, \binom{5}{3} \cdot \binom{8}{3} \cdot 3! \cdot 25^5, \binom{5}{4} \cdot \binom{8}{4} \cdot 4! \cdot 25^4 + \binom{5}{5} \cdot \binom{8}{5} \cdot 5! \cdot 25^3$

7.  $\frac{8!}{1! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 4!}, 3 \frac{5!}{4! \cdot 1!} + \frac{5!}{3! \cdot 2!} + 3 \frac{5!}{3! \cdot 1! \cdot 1!} + 2 \frac{5!}{2! \cdot 2! \cdot 1!} + 2 \frac{5!}{2! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 1!}$

8.  $\frac{10!}{3! \cdot 4! \cdot 3!}$