

8.3. PRORAČUN VREMENA U MREŽI

- **ANALIZA VREMENA**- (nakon konstrukcije mrežnog dijagrama)- cilj je utvrđivanje trajanja projekta,
 - proračun trajanja aktivnosti –proračun trajanja svake pojedinačne aktivnosti (na osnovu količina radova i potrebnih i raspoloživih resursa)- sračunato u tabeli „Sastav radnih brigada i proračun trajanja aktivnosti”),
 - proračun vremena (početaka i završetaka) aktivnosti- odnosi se na proračun vremenskih parametara za svaku aktivnost pojedinačno i za projekat u cjelini
 - proračun vremenskih rezervi – kao pokazatelja koji nam ukazuju na kritične aktivnosti
 - utvrđivanje kritičnih puteva- odnosno najdužeg puta u mreži koji određuje ukupno trajanje projekta
 - terminiranje mrežnih dijagrama- prevođenje terminskih jedinica (radnih dana, ili radnih smjena) na kalendarske dane

8.3.1. Proračun trajanja aktivnosti

Trajanje projekta utvrđuje se nakon što smo sračunali trajanje svih aktivnosti (obračunato u tabeli „Sastav radnih brigada i proračun trajanja aktivnosti”), napravili inicijalnu listu i utvrdili međuzavisnosti aktivnosti.

8.3.2. Proračun vremena

Nakon iscrtavanja aktivnosti (krugova), potrebno je izvršiti njihovo povezivanje vodeći računa o međuzavisnostima (kao što je urađeno u konstrukciji mrežnog plana, tačka 8.2). U krugovima se nalaze oznaka aktivnosti ili redni broj, potom, trajanje aktivnosti (TA), rani završetak (RZ) i kasni završetak (KZ).



Za potrebe proračuna trajanja projekta, treba za svaku aktivnost utvrditi sljedeća vremena:

- **RP- najraniji početak** i **RZ- najraniji završetak**
- **KP- najkasniji početak** i **KZ- najkasniji završetak**

RP i KZ su primarna vremena (jer se na osnovu njih računaju ostala vremena), a u kružićima koji predstavljaju aktivnosti se upisuju samo RZ i KZ.

Aktivnosti se ne mogu početi prije RP i moraju se završiti do KZ.

a) Formule za proračun vremenskih parametara aktivnosti

TA_i – trajanje aktivnosti i

RP_i - rani početak aktivnosti i, = najraniji trenutak kad neka aktivnost može otpoceti (kada su se završile sve aktivnosti koje su njoj prethodile)

$RP_i = KRZ(PA)$ gdje je $KRZ(PA)$ – najkasniji od svih najranijih završetaka prethodnih aktivnosti

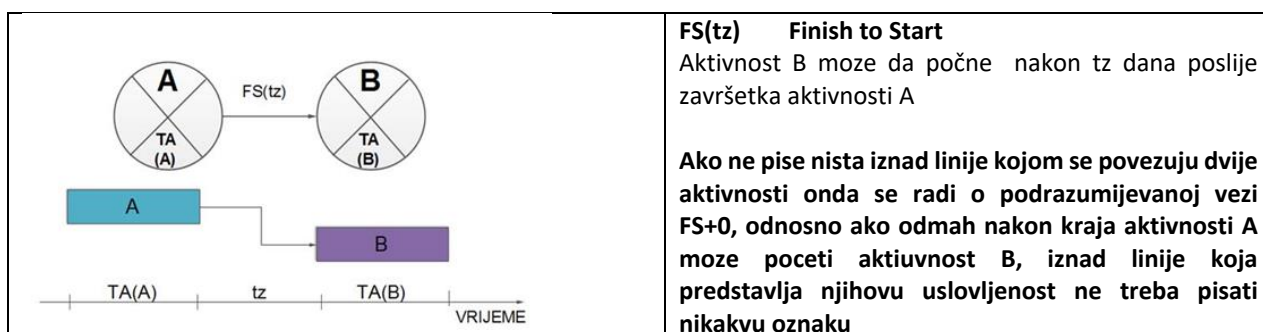
RZ_j – rani završetak aktivnosti j, $RZ_j = RP_i + TA_{ij}$

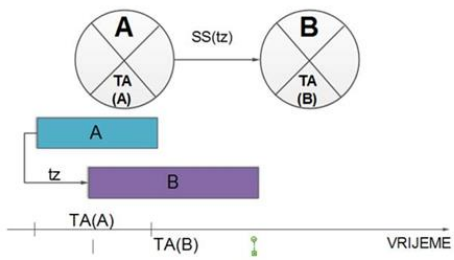
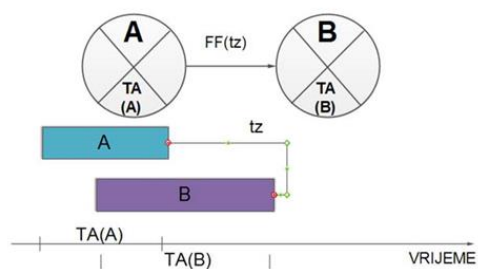
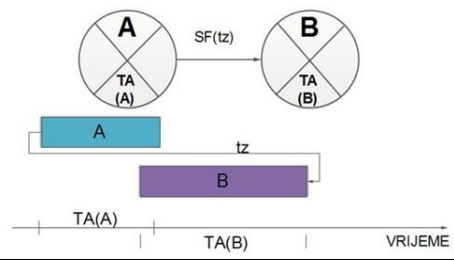
KZ_j – kasni završetak aktivnosti j, =najkasniji trenutak do kojeg se mora završiti aktivnost, kako se ne bi ugrozilo odvijanje njoj narednih aktivnosti

$KZ_j = RKP(NA)$, gdje je $RKP(NA)$ – najraniji od svih najkasnijih početaka narednih aktivnosti.

KP_i – kasni početak aktivnosti i, $KP_i = KZ_j - TA_{ij}$

b) Formule za proračun vremenskih parametara kod ostalih tipova zavisnosti



$RP(A) = KRP(PA)$ $RZ(A) = RP(A) + TA(A)$ $RP(B) = \max(RP(A) + tz; KRP(PA))$ $RZ(B) = RP(B) + TA(B)$	$KZ(B) = RKP(NA)$ $KP(B) = KZ(B) - TA(B)$ $KZ(A) = \min(RKP(NA); KP(B) - tz)$ $KP(A) = KZ(A) - TA(A)$
	SS(tz) Start to Start Aktivnost B može da počne nakon tz dana poslije početka aktivnosti A
$RP(A) = KRP(PA)$ $RZ(A) = RP(A) + TA(A)$ $RP(B) = \max(RP(A) + tz; KRP(PA))$ $RZ(B) = RP(B) + TA(B)$	$KZ(B) = RKP(NA)$ $KP(B) = KZ(B) - TA(B)$ $KZ(A) = \min(RKP(NA); KP(B) - tz + TA(A))$ $KP(A) = KZ(A) - TA(A)$
	FF(tz) Finish to Finish Aktivnost B može da se završi nakon tz dana poslije završetka aktivnosti A
$RP(A) = KRP(PA)$ $RZ(A) = RP(A) + TA(A)$ $RP(B) = \max(RP(A) + tz - TA(B); KRP(PA))$ $RZ(B) = RP(B) + TA(B)$	$KZ(B) = RKP(NA)$ $KP(B) = KZ(B) - TA(B)$ $KZ(A) = \min(RKP(NA); KZ(B) - tz)$ $KP(A) = KZ(A) - TA(A)$
	SF(tz) Start to Finish Aktivnost B može da se završi nakon tz dana od početka aktivnosti A
ZADATAK ZA STUDENTE: $RP(A) = \text{??????}$ $RZ(A) = \text{??????}$ $RP(B) = \text{??????}$ $RZ(B) = \text{??????}$	ZADATAK ZA STUDENTE: $KZ(B) = \text{??????}$ $KP(B) = \text{??????}$ $KZ(A) = \text{??????}$ $KP(A) = \text{??????}$

c) Proračun vremenskih parametara na mreži

Postoji nekoliko načina proračuna vremenskih parametara za aktivnosti (prema gore navedenim formulama):

- postupak naprijed – nazad (na konstruisanoj mreži) – ovaj će biti primijenjen za elaborat, ostale treba naučiti iz dostupne literature i predavanja
- matrični - Fondalov postupak,
- tabelarni postupak (za proračun rezervi)

Proračun ranih i kasnih završetaka predstavlja proračun vremena u mreži. Jedan od postupaka za proračun vremena u mreži je postupak naprijed-nazad, koji je i prikazan u primjeru.

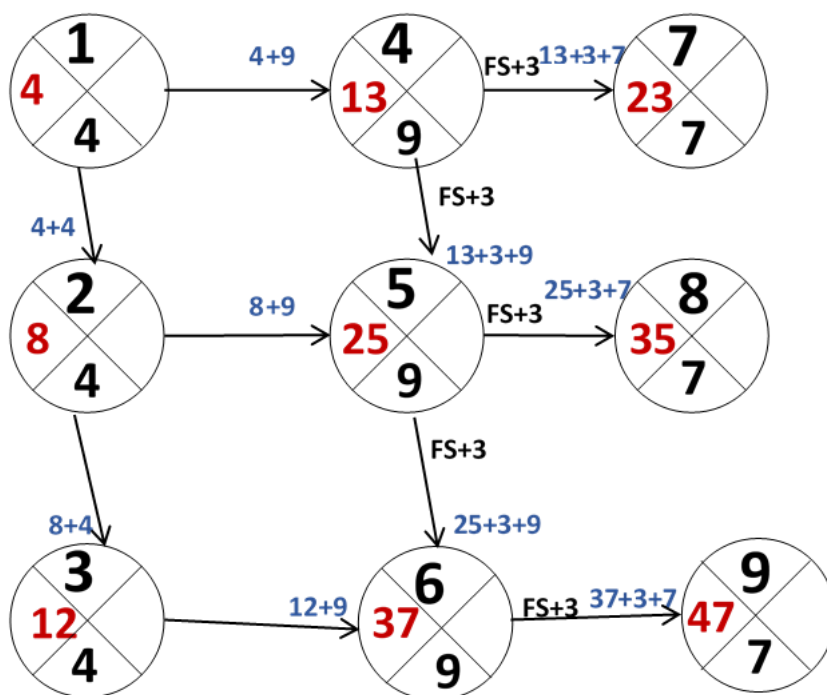
U NASTAVKU JE ISCRTAN ISJEČAK IZ MREŽNOG PLANA SA PRORAČUNOM „NAPRIJED” u kojem se određuju RP, odnosno RZ aktivnosti.

Počinje se od aktivnosti koja nema prethodnih, a to je aktivnost 1. Kako ova aktivnost nema prethodnih onda može početi nultog dana, tj. $RP(1)=0$. Ova aktivnost traje 4 dana pa je $RZ=RP+TA=0+4=4$. Rani završetak se upisuje u lijevu četvrtinu aktivnosti 1 (upisano crvenom bojom).

U sledećem koraku se mogu sračunati RP, odnosno RZ aktivnosti koje slijede nakon aktivnosti 1:

- aktivnost 2: njoj je prethodna samo aktivnost 1, pa aktivnost 2 može da počne kad se završi aktivnost 1, odnosno $RP(2)=RZ(1)=4$. Pošto aktivnost 2 traje 4 dana, njen najraniji završetak je $RZ(2)=RP(2)+TA(2)=4+4=8$. Rani završetak se upisuje u lijevu četvrtinu aktivnosti 2 (upisano crvenom bojom).
- aktivnost 4: njoj je prethodna samo aktivnost 1, pa aktivnost 4 može da počne kad se završi aktivnost 1, odnosno $RP(4)=RZ(1)=4$. Pošto aktivnost 4 traje 9 dana, njen najraniji završetak je $RZ(4)=RP(4)+TA(4)=4+9=13$. Rani završetak se upisuje u lijevu četvrtinu aktivnosti 4 (upisano crvenom bojom).

U slučaju da neka od aktivnosti ima dvije prethodne aktivnosti onda se RP određuje tako što se za obje prethodne aktivnosti sračunaju RZ, a kasniji od njih onda predstavlja RP posmatrane aktivnost: **kada aktivnost ima više prethodnih, za rani završetak se uzima vrijednost koja je najveća.**



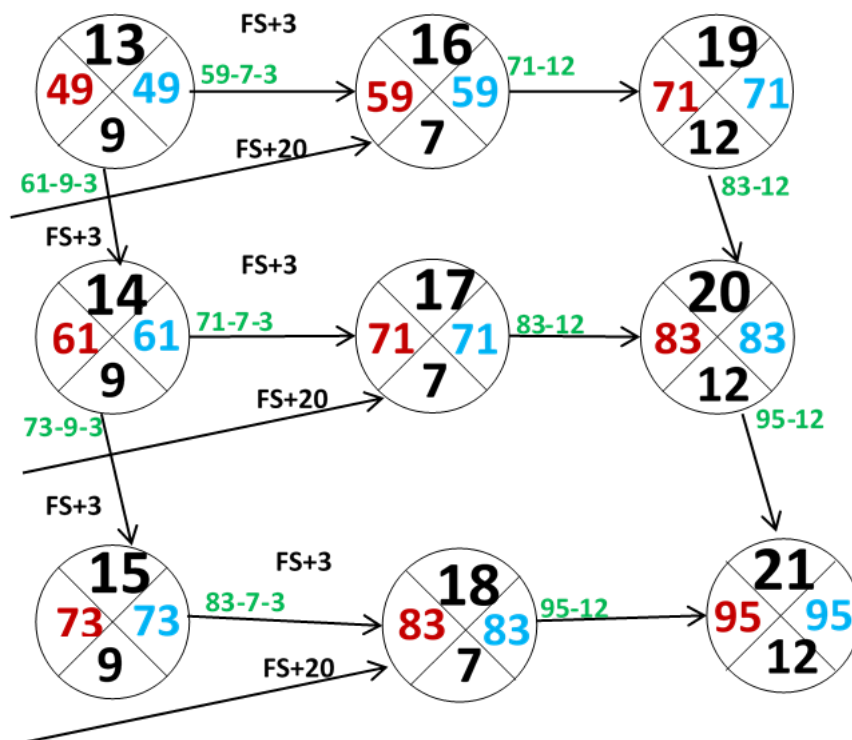
Postupak se nastavlja do kraja projekta, odnosno do aktivnosti koje nemaju narednih aktivnosti (može biti i više takvih aktivnosti!). Na taj način smo za sve aktivnosti na projektu utvrdili i upisali njihove RZ. Od svih aktivnosti koje nemaju narednih (ako ih ima više) uočimo onu koja ima najveći RZ i to će ujedno biti RZ za čitav projekat = to je trenutak u kojem se najranije može završiti projekat. To ujedno treba da bude i KZ za projekat, odnosno ne treba odlagati kraj projekta, pa za sve aktivnosti koje nemaju narednih aktivnosti treba upisati KZ koji je jednak kasnom završetku projekta. **TIME SE ZAPOČINJE POSTUPAK „NAZAD”.**

Postupak „NAZAD” počinje od aktivnosti koja nema narednih, a u primjeru je to aktivnost 21. Kako ova aktivnost nema narednih onda je njen KZ dan kada se najkasnije mora završiti projekat a to je u primjeru $KZ(21)=95$. Kasni završetak se upisuje u desnu četvrtinu aktivnosti 21 (upisano plavom bojom).

U sledećem koraku se mogu sračunati KP, odnosno KZ aktivnosti koje su prethodne aktivnosti aktivnosti 21:

- aktivnost 18: aktivnost 21 je naredna aktivnost za aktivnost 18, pa aktivnost 18 treba najkasnije da se završi kada najkasnije treba da počne aktivnost 21, odnosno $KZ(18)=KP(21)=KZ(21)-TA(21)=95-12=83$. Pošto aktivnost 18 traje 7 dana, njen najkasniji početak je $KP(18)=KZ(18)-TA(18)=KZ(18)-TA(18)=83-7=76$. Kasni završetak aktivnosti 18 se upisuje u desnu četvrtinu aktivnosti (upisano plavom bojom).
- aktivnost 20: aktivnost 21 je naredna aktivnost za aktivnosti 20 pa aktivnost 20 treba najkasnije da se završi kada najkasnije treba da počne aktivnost 21, odnosno $KZ(20)=KP(21)=KZ(21)-TA(21)=95-12=83$. Pošto aktivnost 20 traje 12 dana, njen najkasniji početak je $KP(20)=KZ(20)-TA(20)=KZ(20)-TA(20)=83-12=71$. Kasni završetak aktivnosti 20 se upisuje u desnu četvrtinu aktivnosti (upisano plavom bojom).

U slučaju da neka od aktivnosti ima dvije naredne aktivnosti onda se KZ određuje tako što se za obje naredne aktivnosti sračunaju KP, a raniji od njih onda predstavlja KZ posmatrane aktivnost: **kada aktivnost ima više narednih, za kasni završetak se uzima vrijednost koja je najmanja.**



8.3.2. Proračun vremenskih rezervi

Razlika između raspoloživog vremena za izvršenje neke aktivnosti i njenog trajanja, naziva se vremenskom rezervom. Ako je raspoloživo vrijeme jednako vremenu trajanja aktivnosti, onda je vremenska rezerva jednaka nuli.

Zavisno od odnosa posmatrane aktivnosti u odnosu na prethodne i naredne aktivnosti, imamo više vrsta vremenskih rezervi, a neke od njih su:

- Ukupna rezerva UR
- Slobodna rezerva SR
- Nezavisna rezerva NR

Ukupna rezerva je vrijeme za koje se može produžiti trajanje aktivnosti ili odložiti njen početak (u odnosu na RP), a da se time ne utiče na rok završetka projekta. Sračunava se kada su sve prethodne aktivnosti u ranom početku, a sve naredne u kasnom završetku, odnosno

$$UR(A)=KZ(A)-RZ(A)$$

Ukupna vremenska rezerva je uvijek veća od nule ili jednaka nuli ($UR \geq 0$). U slučaju kada neka aktivnost nema ukupnu vremensku rezervu ($UR=0$), onda ona nema ni druge vremenske rezerve. To znači da se radi o aktivnosti čije izvršenje ne možemo pomjeriti niti produžiti njeno trajanje, odnosno u tom slučaju se radi o kritičnoj aktivnosti (aktivnost na kritičnom putu).

Slobodna vremenska rezerva je vrijeme za koje se može pomjeriti izvršenje neke aktivnosti ili produžiti njeno trajanje uz uslov da se ne ugroze najraniji položaji prethodnih i narednih aktivnosti.

$$SR(A) = RRP(NA) - RP(A)$$

Ova rezerva postoji samo ako aktivnost ima više narednih aktivnosti. Ona je može biti jednaka ili manja od ukupne vremenske rezerve tj. $SR \leq UR$ i $SR \geq 0$.

Nezavisna vremenska rezerva je vrijeme za koje se posmatrana aktivnost može pomjeriti, ili produžiti njeno izvršenje, uz uslov da se njene prethodne aktivnosti završavaju u najkasnijem završetku a naredne počinju u najranijem početku.

$$NR(A) = RRP(NA) - KKZ(PA) - TA(A)$$

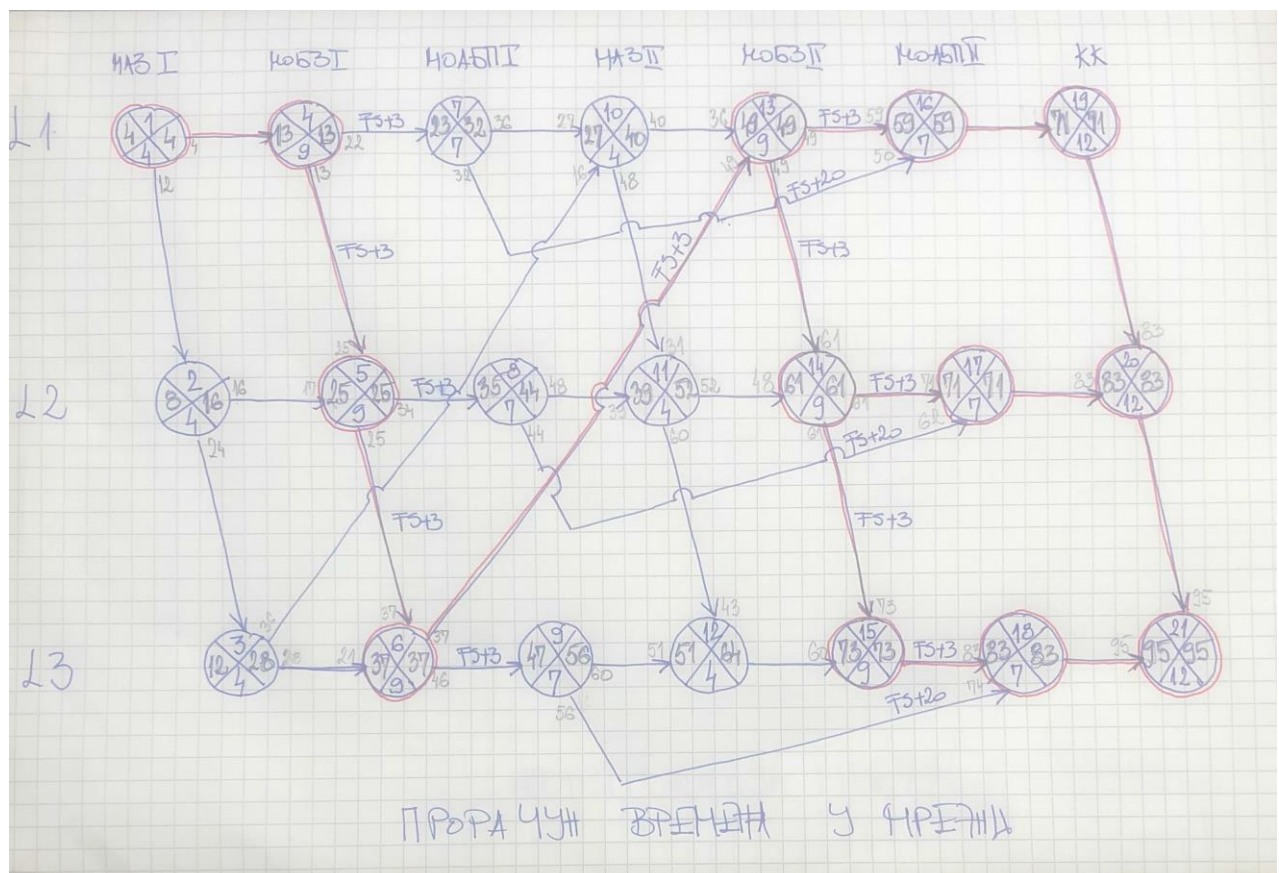
Ona može da postoji jedino ako aktivnost ima više prethodnih aktivnosti, jedina može biti i negativna, a uvijek je manja od UR. Može se pojaviti na nekritičnoj aktivnosti samo ako je slobodna rezerva veća od nule.

8.3.3. Utvrđivanje kritičnih puteva

Aktivnosti koje imaju jednak rani i kasni završetak ($RZ=KZ$) su aktivnosti na kritičnom putu i one se označavaju drugom bojom ili se podebljavaju. To su aktivnosti kod kojih je ukupna vremenska rezerva jednaka nuli $UR = KZ - RZ = 0$.

Kritični put je najduži neprekidni (potpuni) put na mrežnom dijagramu, koji ide preko kritičnih aktivnosti. **Svaki mrežni plan ima makar jedan kritični put, a može ih imati više. Ako ima više kritičnih puteva svi su jednakog trajanja.** Dužina kritičnog puta predstavlja trajanje projekta i jednaka je zbiru trajanja svih aktivnosti na kritičnom putu.

U nastavku je prikazan proračun vremena u mreži u cjelosti.



8.3.4. Terminiranje mrežnih dijagrama (dato u posebnom fajlu)