

# Вјембе 6. недеља

1. Анкетирано је 14 људи са питањем колико су телефонских разговора имали претходног дана. Резултати су следећи
- 8, 3, 4, 6, 4, 3, 6, 8, 6, 4, 8, 2, 7, 5.

Наћи:

- a) Медијану ; b)  $Q_1$  и  $Q_3$  ; c) IQR ;  
d) Дисперзију ; e) стандардну девијацију (std).

P Ако је обим узорка паран број

медијану рачунамо по формули

$$M_e = \frac{x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}}{2}$$

! Прво морамо бриједности из узорка поредити у неопседајући низ:

2 3 3 4 4 4 5 6 6 6 7 8 8 8

$$n = 14$$

$$Me = \frac{X_{\frac{14}{2}} + X_{(\frac{14}{2}+1)}}{2} = \frac{X_7 + X_{(7+1)}}{2} = \frac{X_7 + X_8}{2}$$

$X_7$  - је седма вредност у неопадajuћем низу

$$X_7 = 5$$

$X_8$  - је осма вред. у неопадajuћем низу

$$X_8 = 6$$

$$Me = \frac{5+6}{2} = \frac{11}{2} = 5,5$$

b)  $Q_1$  - први квартил, рачунамо по формули

$$Q_1 = \frac{(n+1)}{4} \rightarrow \text{позиција првог квартила}$$

$$\frac{14+1}{4} = \frac{15}{4} = 3,75 \approx \boxed{4}$$

$Q_1$  има вредност четвртог броја у неопадajuћем низу

1 2 3 4  
2 3 3 4 4 5 6 6 6 7 8 8 8

$$\Rightarrow Q_1 = 4$$

$Q_3$  - трети квантил

$Q_3 : \frac{3(n+1)}{4} \rightarrow$  позиција третог квантила

$$\frac{3(14+1)}{4} = \frac{3 \cdot 15}{4} = \frac{45}{4} = 11,25 \approx \boxed{11}$$

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11  
2 3 3 4 4 4 5 6 6 6 7 8 8 8

$$Q_3 = 11$$

c) IQR рачунамо по формули

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 11 - 4 = 7$$

d) D - дисперзија

$$D = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot f_i}{n} - (\bar{x})^2$$

аритметичка  
средина

$x_i$	$f_i$	$x_i^2$	$x_i^2 \cdot f_i$	$x_i \cdot f_i$
2	1	4	$1 \cdot 4 = 4$	$2 \cdot 1 = 2$
3	2	9	$2 \cdot 9 = 18$	$3 \cdot 2 = 6$
4	3	16	$3 \cdot 16 = 48$	$4 \cdot 3 = 12$
5	1	25	$1 \cdot 25 = 25$	$5 \cdot 1 = 5$
6	3	36	$3 \cdot 36 = 108$	$6 \cdot 3 = 18$
7	1	49	$1 \cdot 49 = 49$	$7 \cdot 1 = 7$
8	3	64	$3 \cdot 64 = 192$	$8 \cdot 3 = 24$
	$\sum f_i = 14$		$\sum x_i^2 \cdot f_i = 444$	$\sum x_i \cdot f_i = 74$

$$\begin{aligned}
 D &= \frac{444}{14} - \left( \frac{74}{14} \right)^2 \\
 &= 31,714 - (5,286)^2 \\
 &= 31,714 - 27,942 \\
 &= 3,772
 \end{aligned}$$

e)  $s_{\epsilon d}$  - стандардна девијација

$$s_{\epsilon d} = \sqrt{D} = \sqrt{3,772} = 1,942$$

Напомена: Ако је  $n$  - непаран број

медијану разумемо

$$M_e = X_{\frac{n+1}{2}}$$

Пример: Ако је узорак

1 2 2 3 8 9 10

$$n = 7$$

$$M_e = X_{\frac{8}{2}} = X_4 = 3$$

2. Изабрано је 80 возага. Међу изабраним мјерена је висота и потрошња бензина изражена у литрима. У табели су дати сл. резултати

потрошња бензина (l)	0-3	3-6	<del>6-9</del>	9-12	12-15
број возага	12	13	25	18	12

a) Израчунајте медијану

b)  $D$ ,  $std$

c)  $Q_1$ ,  $Q_3$ ,  $IQR$

P Медијану за груписане податке рачунамо по формули

$$Me = a_i + (b_i - a_i) \frac{\frac{n+1}{2} - k}{f}$$

интервали (1)	бр. возила	K
0-3	12	12
3-6	13	25 K
6-9	25 f	50
9-12	18	68
12-15	12	80

$\frac{n+1}{2} \rightarrow$  даје нам позицију  
Медијанног интервала

$n=80$  - бр. возила

$$\frac{80+1}{2} = 40,5 \approx 41$$

Зледамо колону са кумулативним  
фреквенцијама, прва велика

вриједност од 41 је 50

дакле медијанни интервал је 6-9

$$a_i = 6$$

$$b_i = 9$$

$$Me = a_i + (b_i - a_i) \frac{\frac{n+1}{2} - K}{f}$$

K - кумулативна фреквенција  
до медијанног интервала

f - фреквенција медијанног  
интервала

$$f = 25$$

$$\begin{aligned}
 Me &= 6 + (9-6) \frac{40,5-25}{25} \\
 &= 6 + 3 \cdot \frac{15,5}{25} \\
 &= 6 + 3 \cdot 0,62 = 6 + 1,86 = 7,86 \text{ л}
 \end{aligned}$$

$$b) \quad D = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i')^2 f_i}{n} - (\bar{x})^2$$

$x_i$ группы дохода	$f_i$ др. लोगон	$x_i'$	$x_i' \cdot f_i$	$x_i'^2$
0-3	12	1,5	12 · 1,5 = 18	2,25
3-6	13	4,5	13 · 4,5 = 58,5	20,25
6-9	25	7,5	25 · 7,5 = 187,5	56,25
9-12	18	10,5	18 · 10,5 = 189	110,25
12-15	12	13,5	12 · 13,5 = 162	182,25
			$\Sigma = 615$	

$$\bar{x} = \frac{615}{80} = 7,6875$$

$$D = \frac{2,25 \cdot 12 + 20,25 \cdot 13 + 56,25 \cdot 25 + 110,25 \cdot 18 + 182,25 \cdot 12}{80} - (7,6875)^2$$

$$\begin{aligned}
 D &= \frac{5868}{80} - (7,6875)^2 = 73,35 - 59,0976 \\
 &= 14,2524
 \end{aligned}$$

$$Std = \sqrt{D}$$

$$= \sqrt{14,2524} = 3,775$$

c)  $Q_1$  коју израчунавање података резултато по формули

$$Q_1 = a_i + (b_i - a_i) \frac{\frac{n+1}{4} - k}{f}$$

$\frac{n+1}{4}$  - глате узгучују интервала ( $a_i, b_i$ )

$$\frac{80+1}{4} = \frac{81}{4} = 20,25 \approx 20$$

интервал ( $x_i$ )	$f_i$	$K$
0-3	12	12 $K$
3-6	13 $f$	25 $\leftarrow$
6-9	25	50
9-12	18 $f$	68 $\leftarrow$
12-15	12	80

изгачамо интервалу когачунава од 20  
по је 25 на је  $a_i = 3, b_i = 6$

$f$  - je фреквенција гаджета интервала

$$f = 13$$

$k$  - je кумулатив до гаджета интервала

$$k = 12$$

$$Q_1 = 3 + (6-3) \frac{\frac{81}{4} - 12}{13}$$

$$= 3 + 3 \cdot \frac{20,25 - 12}{13}$$

$$= 3 + 3 \cdot \frac{8,25}{13} = 3 + 3 \cdot 0,63$$

$$= 3 + 1,90$$

$$= 4,90$$

$$Q_3 = a_i + (b_i - a_i) \frac{\frac{3(n+1)}{4} - k}{f}$$

На исти начин

$$\frac{3(n+1)}{4} = 60,75 \approx 61$$

и рли & kти кумулатив од 61 је 68

$$\text{та је } a_i = 9, b_i = 12, f = 18$$

$$\text{а } k = 50$$

$$Q_3 = 9 + (12 - 9) \frac{\frac{3(80+1)}{4} - 50}{18}$$

$$= 9 + 3 \cdot \frac{60,75 - 50}{18}$$

$$= 9 + 3 \cdot \frac{10,75}{18} =$$

$$= 9 + 3 \cdot 0,597 = 9 + 1,792$$
$$= 10,1792$$

$$\overline{IQR} = Q_3 - Q_1$$

$$= 10,1792 - 4,90 = 5,2792$$