



Osnove telekomunikacija

Prof. dr Igor Radusinović (igorrad@ucg.ac.me)

Prof. dr Enis Kočan (enisk@ucg.ac.me)

Dr Slavica Tomović (slavicat@ucg.ac.me)

Sadržaj

- **Slučajni šum u telekomunikacionim sistemima**
- Termički šum
- Uskopojasni slučajni šum
- Uticaj šuma na prenos analognih signala
- Odnos S/N u sistemima prenosa AM signala
 - S/N kod KAM sistema prenosa sa sinhronom demodulacijom
 - S/N kod AM-2BO sistema prenosa
 - S/N kod AM-1BO sistema prenosa
 - S/N kod KAM sistema prenosa sa asinhronom demodulacijom
- Odnos S/N u sistemima prenosa UM signala
 - S/N kod ΦM sistema prenosa
 - S/N kod FM sistema prenosa
 - Postupci poboljšanja odnosa S/N za FM prijemnik

Slučajni šum u telekomunikacionim sistemima

- Šum je neizbježna slučajna pojava koja utiče na prenošeni signal, superponira se signalu poruke, te na taj način mijenja njegove vrijednosti i oblik.
- Šum je slučajna elektromagnetna pojava koja se javlja u svim sistemima i manifestuje se na različite načine. Npr. neželjeni i nepravilni zvučni efekti u slušalici; slučajna svjetlucanja na televizijskom ekranu; greške nastale pri prenosu podataka mogu biti prouzrokovane šumom ...
- Šum kao pojava u prenosu signala ima veliki značaj, jer maskiranje signala šumom i greške koje on izaziva, su stalno prisutni faktori, koji degradiraju kvalitet veza i ograničavaju njihov domet.

- Veliki je broj uzroka zbog kojih dolazi do pojave šuma, pa je saglasno tome napravljena i klasifikacija šumova različitog porijekla:
 - **šum ambijenta** - šum koji postoji u prostoriji korespondenta i koji se transformacijom preko mikrofona prenosi u sistem
 - **šum mikrofona** - potiče od neregularnih struja koje protiču kroz mikrofon i kad nema signala
 - **termički šum** - vodi porijeklo od nepravilnog kretanja elektrona u provodnicima usled toplotnih efekata; **javlja se u svim komunikacionim sistemima**
 - **šum izazvan nelinearnim izobličenjima** složenih signala
 - **šum** nastao zbog **linearnog preslušavanja** iz niza kanala u jedan posmatrani kanal
 - **atmosferski šum** - izazvan prirodnim pražnjenjima u atmosferi
 - **čovjekom izazvan šum** - nastaje zbog varničenja i pražnjenja u električnim uređajima i postrojenjima, itd.
- Pri prenosu signala, šum nastaje u svim elektronskim komponentama sistema, kako predajniku, tako i u prijemniku.
 - **U pojednostavljenom modelu, koji se koristi za analitička razmatranja, smatra se da se šum dodaje signalu u jednoj tački, na ulazu u prijemnik.**

Sadržaj

- Slučajni šum u telekomunikacionim sistemima
- **Termički šum**
- Uskopojasni slučajni šum
- Uticaj šuma na prenos analognih signala
- Odnos S/N u sistemima prenosa AM signala
 - S/N kod KAM sistema prenosa sa sinhronom demodulacijom
 - S/N kod AM-2BO sistema prenosa
 - S/N kod AM-1BO sistema prenosa
 - S/N kod KAM sistema prenosa sa asinhronom demodulacijom
- Odnos S/N u sistemima prenosa UM signala
 - S/N kod ΦM sistema prenosa
 - S/N kod FM sistema prenosa
 - Postupci poboljšanja odnosa S/N za FM prijemnik

Priroda termičkog šuma i njegove manifestacije

- Termički šum predstavlja pojavu koja je svojstvena svim sistemima čija je apsolutna temperatura T veća od 0°K .
- Po svojoj prirodi, termički šum predstavlja ogroman skup pojedinačnih slučajnih događaja, ali u njemu mogu da se pronađu izvjesne statističke regularnosti koje su od velikog značaja u proučavanju problema prenosa signala.
- Jedan od parametara koji, u statističkom smislu, može dovoljno dobro opisati ovaj šum je njegova srednja snaga, tj. **spektralna gustina srednje snage šuma**.

Spektralna gustina srednje snage termičkog šuma

- Spektralna gustina srednje snage termičkog šuma (bijelog aditivnog Gausovog) je data izrazom:

$$p_N(f) = p_N = kT = \text{const.}$$

k - Bolcmanova konstanta $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K

T – apsolutna temperatura (u K)

- Srednja snaga termičkog šuma u nekom opsegu učestanosti, **B** , može se jednostavno odrediti:

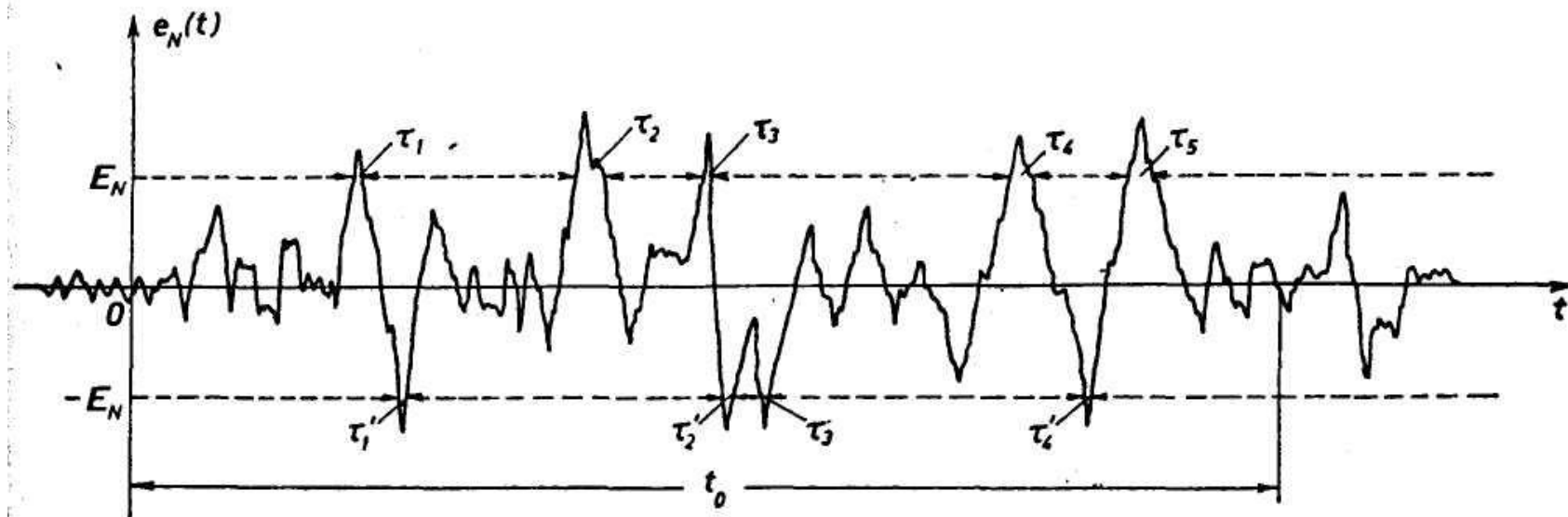
$$\overline{P_N} = \int_{f_N}^{f_V} p_N(f) df = kT(f_V - f_N) = kTB$$

- Srednja snaga termičkog šuma na konstantnoj temperaturi **T** zavisi samo od širine opsega **B** , a ne od učestanosti na kojoj se on nalazi.
- Pošto je spektralna gustina konstantna, za ovakav termički šum se kaže da je ravnomjerno raspodijeljen u spektru i često se naziva **ravnim** ili **bijelim** šumom, jer i bijelu svjetlost karakteriše uniformna raspodjela u vidljivom dijelu spektra.

Raspodjela amplituda termičkog šuma

- Pomoću spektralne gustine srednje snage termičkog šuma lako može da se izračuna srednja snaga šuma u nekom određenom opsegu učestanosti. Na taj način spektralna gustina, odnosno srednja snaga, karakteriše šum kao slučajnu pojavu, ***u prosjeku***, u jednom dugom intervalu vremena.
- Takav podatak je od značaja, ali ne kazuje ništa o trenutnim vrijednostima slučajne vremenske funkcije koja opisuje šum (postoji veliki broj različitih vremenskih talasnih oblika koji imaju istu srednju snagu).
- Potrebno je opisati funkciju šuma i u vremenskom domenu. To je moguće samo na osnovu ***statističkog pristupa*** problemu pomoću kojeg se može procijeniti kakva je raspodjela trenutnih vrijednosti šuma u jednom dugom vremenskom intervalu.
- U suštini, ne može se ništa reći o trenutnoj vrijednosti šuma u nekom trenutku (to je osnovna osobina slučajnih funkcija), ali se može reći da je vjerovatnoća da će u nekom dijelu jednog dugog vremenskog intervala amplituda šuma biti veća od neke unaprijed specificirane vrijednosti.

- Pretpostavimo da funkcija $e_N(t)$ sa slike predstavlja vremensku funkciju koja opisuje neki slučajan proces. Neka je t_0 interval u kome se analizira funkcija relativno dug.



Slika: Vremenska funkcija slučajnog procesa

- Označimo sa e_N bilo koju trenutnu vrijednost funkcije $e_N(t)$. Tada e_N predstavlja slučajnu promjenljivu u skupu koji obrazuju trenutne vrijednosti ove funkcije iz intervala t_0 .
- Dio posmatranog vremena t_0 u kome je trenutna vrijednost $e_N > E_N$, E_N je neka unaprijed specificirana vrijednost, je:

$$\tau = \sum_{i=1}^n \tau_i = \tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_n$$

Vjerovatnoća da trenutna vrijednost šuma bude veća ili jednaka nekoj unaprijed specificiranoj vrijednosti je:

$$P(e_N \geq E_N) = \frac{\tau}{t_0}$$

Odnosno, vjerovatnoća da amplituda šuma bude manja od neke unaprijed specificirane vrijednosti je:

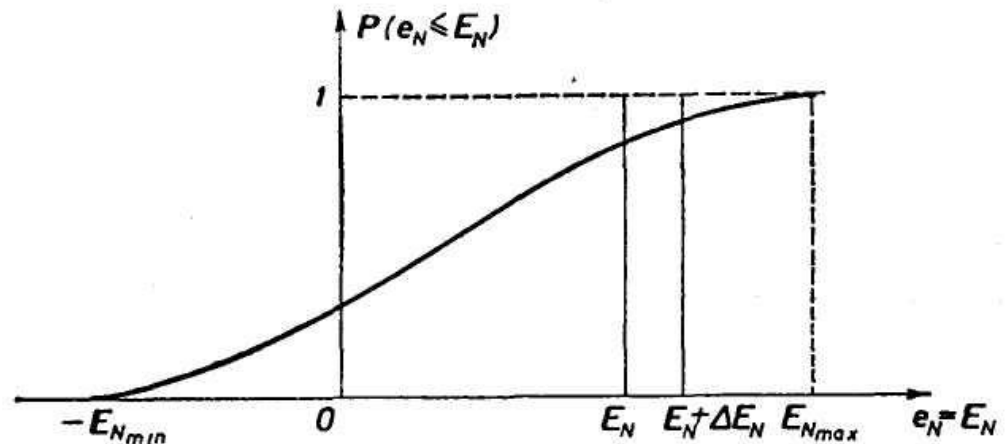
$$P(e_N < E_N) = 1 - \frac{\tau}{t_0} = \frac{t_0 - \tau}{t_0}$$

Specificirajući čitav niz vrijednosti E_N , $E_N = E_{N1}, E_{N2} \dots$, moguće je pronaći njima odgovarajuće vrijednosti $P(e_N \leq E_{N1}), P(e_N \leq E_{N2})$ itd.

Dijagram koji predstavlja zavisnost $P(e_N \leq E_N)$ od neke specificirane vrijednosti $e_N = E_N$ je kriva na slici.

E_{Nmax} - maksimalna vrijednost e_N u intervalu t_0 ,

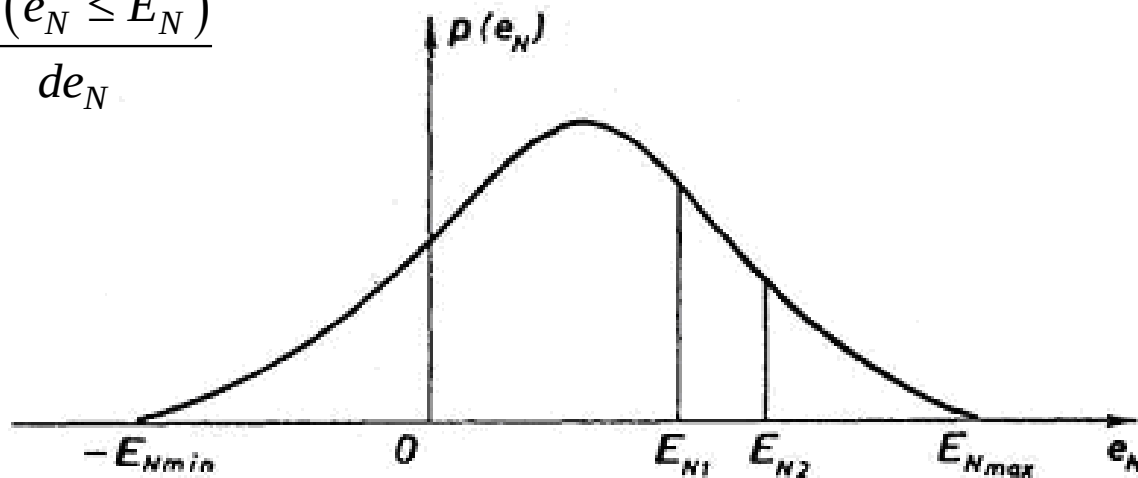
$-E_{Nmin}$ - minimalna vrijednost e_N u intervalu t_0



Slika: *Funkcija raspodjele vjerovatnoće*

- Dobijena kriva koja predstavlja relativan iznos vremena u kome je $e_N \leq E_N$ naziva se **kriva raspodjele funkcije** $e_N(t)$, a veličina $P(e_N \leq E_N)$ **funkcija raspodjele**.
- Strmina krive raspodjele amplituda se zove **funkcija gustine vjerovatnoće amplituda** $e_N(t)$:

$$p(e_N) = \frac{dP(e_N \leq E_N)}{de_N}$$



Slika: Funkcija gustine vjerovatnoće

- Vjerovatnoća da se trenutna vrijednost šuma e_N nalazi između vrijednosti E_{N1} i E_{N2} je:
$$P(E_{N1} \leq e_N \leq E_{N2}) = \int_{E_{N1}}^{E_{N2}} p(e_N) de_N$$

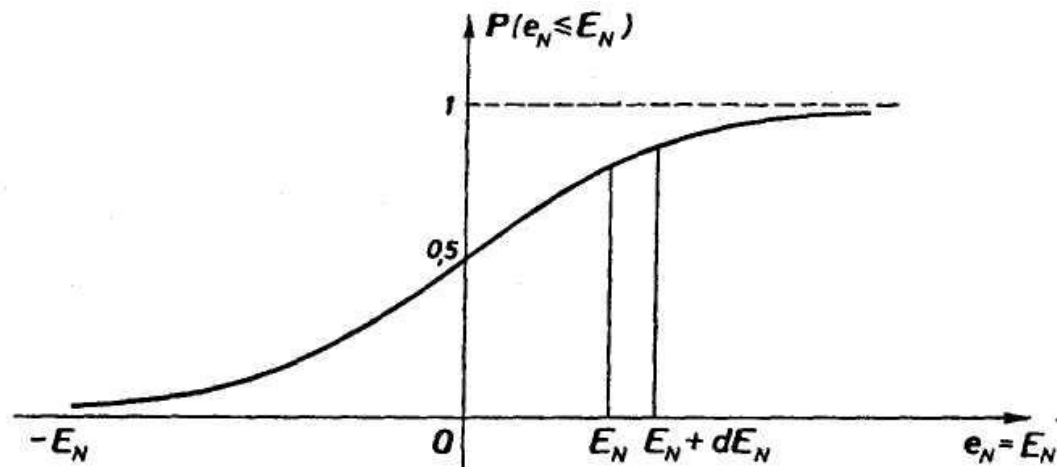
Važi:

$$P(-E_{Nmin} \leq e_N \leq E_{Nmax}) = \int_{-E_{Nmin}}^{E_{Nmax}} p(e_N) de_N = 1$$

- Srednja vrijednost napona termičkog šuma $e_N(t)$ je:

$$\overline{e_N(t)} = \overline{e_N} = \lim_{t_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{2t_0} \int_{-t_0}^{t_0} e_N(t) dt = 0$$

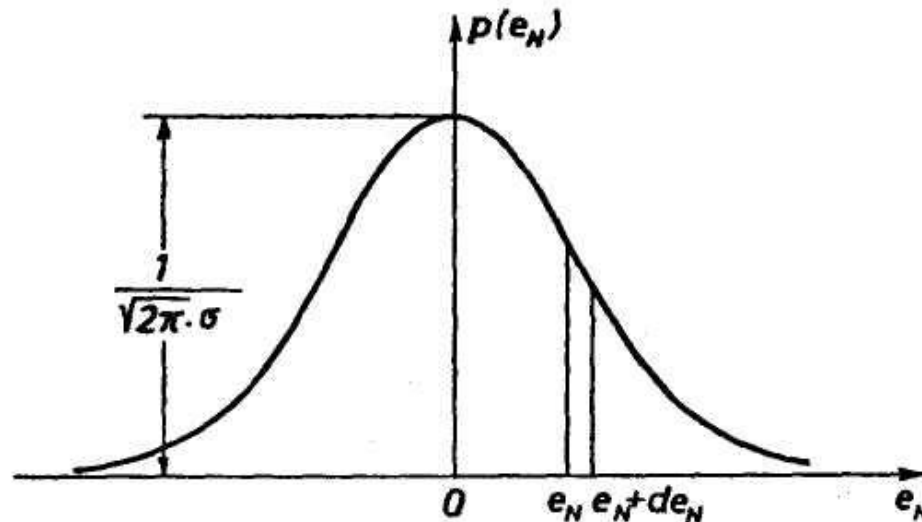
- Ovakav zaključak je donijet intuitivno. Ako bi srednja vrijednost napona termičkog šuma bila različita od nule, tada bi voltmetar vezan za bilo koji uređaj u izolovanom sistemu pokazivao neku vrijednost različitu od nule, što nije moguće.
- Razni eksperimenti su pokazali da funkcija raspodjele amplituda termičkog šuma slijedi **Gauss-ov** ili **normalni zakon raspodjele amplituda**.



Slika: Gaussova funkcija raspodjele vjerovatnoće

- Odgovarajuća funkcija gustine vjerovatnoće je:

$$p(e_N) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{e_N^2}{2\sigma^2}}$$



Slika: *Gaussova funkcija gustine vjerovatnoće*

U izrazu za $p(e_N)$ je:

$\sigma = \text{const.}$ – **standardna devijacija**

$\sigma^2 = \overline{(e_N - \overline{e_N})^2}$ - srednje kvadratno odstupanje slučajno promjenjive e_N od svoje srednje vrijednosti; **varijansa**

$$\sigma^2 = \overline{e_N^2} = E_{Neff}^2$$

- U slučaju bijelog Gaussovog šuma, varijansa šuma je jednaka njegovoj snazi

Aproksimacija Gausovog šuma sumom konačnog broja sinusoida

- Za potrebe analize, kao i za razna mjerenja, moguće je da se uz određene uslove bijeli Gausov šum aproksimira, u statističkom smislu, **sumom konačnog broja sinusoida**:

$$e_N(t) = \sum_{i=1}^m E_i \cos(\omega_i t + \varphi_i)$$

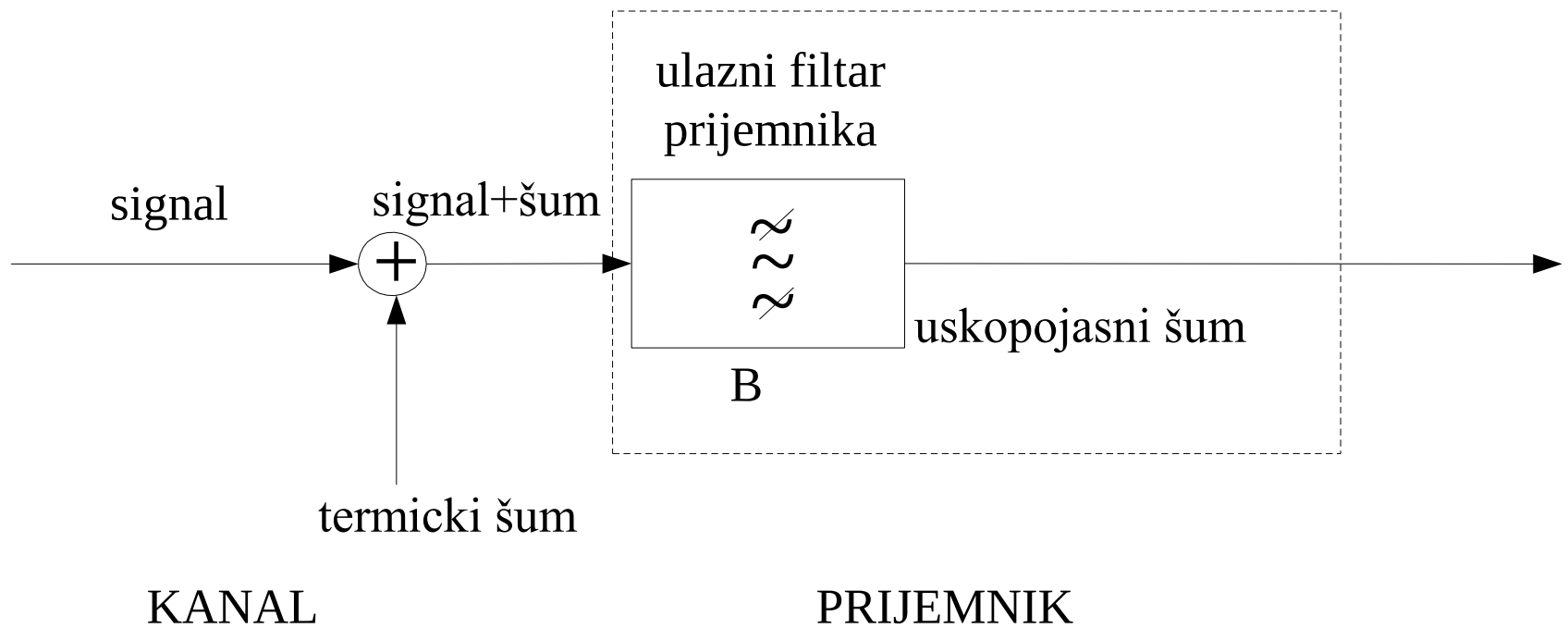
- Riječ je o aproksimaciji Gausovog šuma u jednom konačnom opsegu učestanosti $B=f_V-f_N$. Dva podatka karakterišu termički šum u statističkom smislu: **spektralna gustina srednje snage šuma** ($p_N=kT$ – karakteriše šum u frekvencijskom domenu) i **vršni faktor** v_ε (karakteriše šum u vremenskom domenu). **Suma sinusoida treba da bude takva da aproksimira ova dva podatka.**
- Ako se uzme m sinusoidalnih komponenti, čije se učestanosti f_i **nalaze na jednakim rastojanjima u spektru od f_N do f_V** , i ako sve one imaju **jednake amplitude** $E_i=E$, takve da je njihova ukupna snaga jednaka kTB , onda može da se prihvati da one u frekvencijskom domenu aproksimiraju bijeli Gausov šum.
- Za karakteristiku koja se odnosi na aproksimaciju u vremenskom domenu, pretpostavlja se da **svaka od m sinusoida ima slučajnu fazu φ_i .**

Sadržaj

- Slučajni šum u telekomunikacionim sistemima
- Termički šum
- **Uskopojasni slučajni šum**
- Uticaj šuma na prenos analognih signala
- Odnos S/N u sistemima prenosa AM signala
 - S/N kod KAM sistema prenosa sa sinhronom demodulacijom
 - S/N kod AM-2BO sistema prenosa
 - S/N kod AM-1BO sistema prenosa
 - S/N kod KAM sistema prenosa sa asinhronom demodulacijom
- Odnos S/N u sistemima prenosa UM signala
 - S/N kod ΦM sistema prenosa
 - S/N kod FM sistema prenosa
 - Postupci poboljšanja odnosa S/N za FM prijemnik

Uskopojasni slučajni šum

- Svi signali posle modulacije mogu se smatrati signalima čiji se spektar praktično nalazi u jednom konačnom opsegu učestanosti u okolini neke centralne učestanosti f_0 .
- Svi telekomunikacioni sistemi ili njihovi sklopovi kroz koje se prenose ovakvi signali predstavljaju ***propusnike opsega učestanosti*** (izlazni filter u predajniku, ulazni filter u prijemniku, međufrekvencijski pojačavači...).
- Tokom prenosa i na ulazu u prijemnik, prenošenim signalima superponira se slučajan šum.
 - Njegov spektar je mnogo širi od spektra korisnog signala. Zato je i osnovni zadatak prijemnog filtra da propusti signal i samo onoliko šuma koliko to diktira širina spektra signala.
 - Pošto je širina tog spektra (širina propusnog opsega) relativno mala u odnosu na centralnu učestanost f_0 , šum koji prođe kroz ovakve propusnike opsega naziva se ***uskopojasni šum***.
 - Ovakav šum je potrebno analitički opisati i odrediti neke njegove statističke karakteristike.



- Prijemni filtar je podešen širini spektra signala, tako da on propušta signal, a ograničava šum.
- U svima analognim sistemima prenosa, od značaja je da se odredi snaga signala i snaga šuma na ulazu u prijemnik (nakon filtra propusnika opsega učestanosti) i snaga signala i snaga šuma na izlazu iz prijemnika.

- Neka slučajna vremenska funkcija $n(t)$ opisuje neki uskopojasni šum i neka se njegov spektar nalazi u opsegu učestanosti $f_0 - f_m$ **do** $f_0 + f_m$.
 - Taj slučajan proces se može opisati izrazom:

$$n(t) = n_c(t) \cos \omega_0 t + n_s(t) \sin \omega_0 t$$

- $n_c(t)$ i $n_s(t)$ su slučajni procesi sporo promjenljivog karaktera i nazivaju se **komponente šuma u kvadraturi**. Njihov spektar je ograničen i nalazi se u opsegu učestanosti **od 0 do f_m** . Srednje kvadratne vrijednosti šuma i njegovih komponenti su međusobno jednake, tj:

$$\overline{n^2(t)} = \overline{n_c^2(t)} = \overline{n_s^2(t)}$$

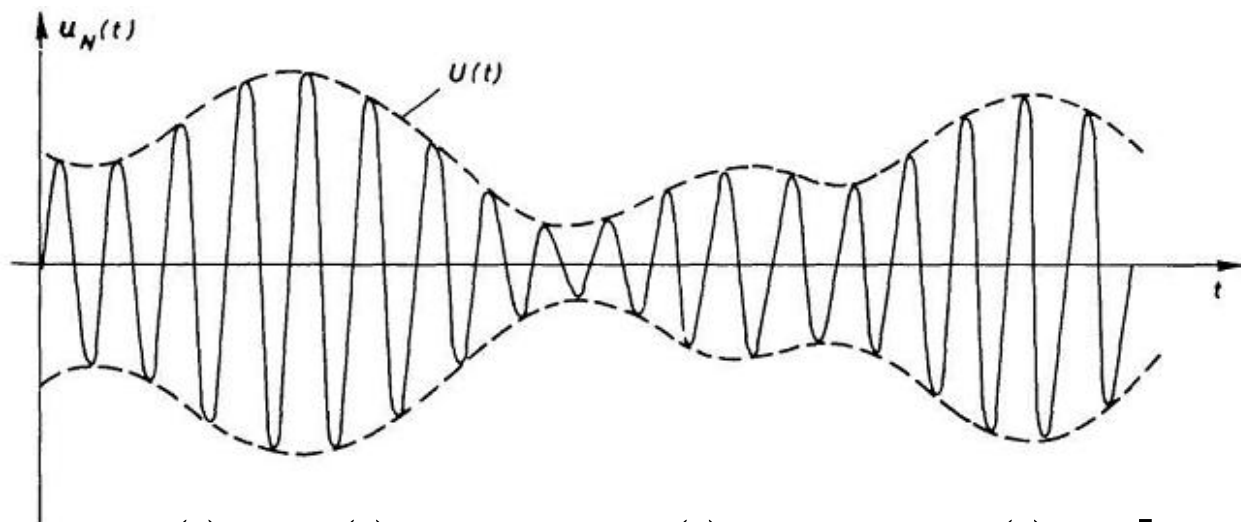
- Snage komponenti su međusobno jednake i jednake snazi šuma.

✓ Zaključak:

- šum $n(t)$ kao slučajan proces uskopojasnog karaktera ima srednju vrijednost jednaku nuli
- ako $n(t)$ predstavlja stacionaran slučajan Gaussov proces čija je srednja vrijednost nula, onda će $n_c(t)$ i $n_s(t)$ biti takođe Gaussovi slučajni procesi koji su međusobno nezavisni, varijanse su im jednake i jednake su varijansi šuma koji predstavljaju, a njihove srednje vrijednosti jednake nuli.

Statističke karakteristike uskopojasnog šuma

- Kada se slučajni šum propusti kroz filter propusnik opsega učestanosti, čija je širina propusnog opsega $B=2f_m \ll f_0$, na izlazu se dobija šum koji možemo predstaviti kao kosinusoidu promjenjive anvelope i faze, kao na slici.



$$n(t) = n_c(t)\cos\omega_0 t + n_s(t)\sin\omega_0 t = U(t)\cos[\omega_0 t - \psi(t)] = u_N(t)$$

$$U(t) = \sqrt{n_c^2(t) + n_s^2(t)}$$

$$\psi(t) = \arctg \frac{n_s(t)}{n_c(t)}$$

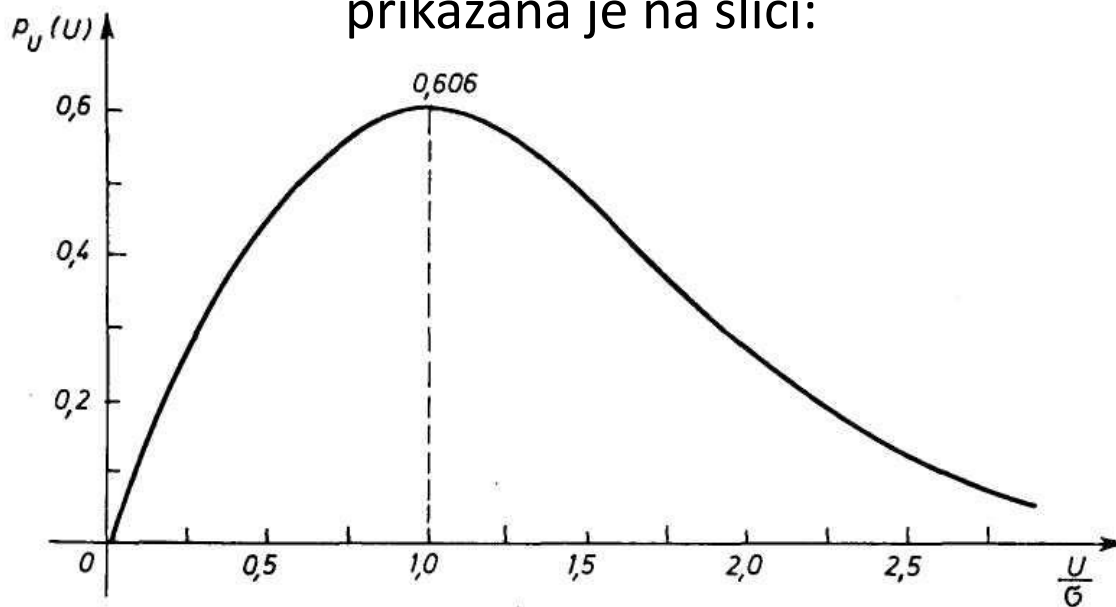
- Slučajni procesi $n_c(t)$ i $n_s(t)$ su Gaussovi slučajni procesi, koji su međusobno nezavisni, pa se združena funkcija gustine vjerovatnoće ove dvije promjenljive nalazi kao proizvod pojedinih funkcija gustina vjerovatnoća.
- Prelaskom na polarne koordinate, dobijaju se izrazi za **funkcije gustine vjerovatnoća anvelope U , $p_U(U)$, i faze ψ , $p_\psi(\psi)$, uskopojasnog šuma:**

$$p_U(U) = \int_0^{2\pi} q(U, \psi) d\psi; \quad p_\psi(\psi) = \int_0^\infty q(U, \psi) dU$$

$$p_U(U) = \begin{cases} \frac{U}{\sigma^2} e^{-\frac{U^2}{2\sigma^2}} & U \geq 0 \\ 0 & U < 0 \end{cases}$$

$$p_\psi(\psi) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} & 0 \leq \psi \leq 2\pi \\ 0 & \text{ostalo} \end{cases}$$

Funkcija gustine vjerovatnoće $p_U(U)$ anvelope karakteriše **Rayleighovu raspodjelu** i prikazana je na slici:



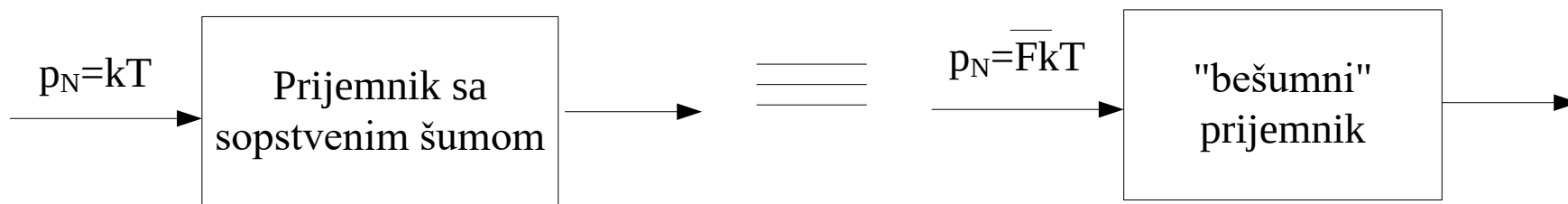
Slika: Rayleigheva funkcija gustine vjerovatnoće

Sadržaj

- Slučajni šum u telekomunikacionim sistemima
- Termički šum
- Uskopojasni slučajni šum
- **Uticaj šuma na prenos analognih signala**
- Odnos S/N u sistemima prenosa AM signala
 - S/N kod KAM sistema prenosa sa sinhronom demodulacijom
 - S/N kod AM-2BO sistema prenosa
 - S/N kod AM-1BO sistema prenosa
 - S/N kod KAM sistema prenosa sa asinhronom demodulacijom
- Odnos S/N u sistemima prenosa UM signala
 - S/N kod ΦM sistema prenosa
 - S/N kod FM sistema prenosa
 - Postupci poboljšanja odnosa S/N za FM prijemnik

Uticaj šuma na prenos analognih signala

- Uticaj šuma koji se superponira signalu u analognim sistemima prenosa definiše se parametrom **odnos signal-šum** (S/N). On **predstavlja odnos srednje snage signala i srednje snage šuma na izlazu prijemnika**.
- Odgovarajućom strukturom prijemnika može se uticati na ovaj odnos, koji treba biti što je moguće veći.
- Pretpostavimo da prijemnik ima faktor šuma $\bar{F}$ i da na ulazu prijemnika postoji aditivni bijeli Gausov šum. **Šum prijemnika se može ekvivalentirati šumom na ulazu, tako da se prijemnik može smatrati "bešumnim"**.



$\bar{F} > 1$ - faktor šuma koji ekvivalentira ukupni šum sistema.

Sistemi modulacije i slučajan šum.

Odnos signal/šum

- Prisustvo šuma u telekomunikacionim sistemima je neizbježno
- Svaki sklop, u pogledu slučajnog šuma može da se okarakteriše bilo **efektivnom temperaturom šuma na ulazu**, bilo **faktorom šuma**.
- Faktor šuma predstavlja odnos vrijednosti signal/šum na ulazu u neki sklop i na njegovom izlazu
 - Faktor šuma opisuje koliko pojedini sklop (ili cio sistem) degradira odnos signal/šum.
- Koliko se u nekom telekomunikacionom sklopu pojača signal, toliko se pojača i šum.
 - Naredni sklop dodaje svoj šum šumu prethodnog sklopa.
- Jasno je da za jedan telekomunikacioni sistem na njegovom izlazu, u principu nije važno znati koliki je intenzitet samog signala ili samog šuma.
Bitan je njihov **odnos**, jer se on tokom prenosa od predajnika ka prijemniku degradira.

- **Odnos signal/šum (S/N ili SNR – *Signal to Noise Ratio*)** predstavlja numerički kriterijum kojim se ocjenjuju performanse sistema u pogledu uticaja šuma na prenos signala.
- Uticaj šuma u raznim sistemima prenosa nije isti. Neki su više, a neki manje imuni na šum.
 - Potrebno je proučiti kako slučajan šum utiče na prenos signala pri različitim postupcima njihove obrade.
- Odnos $(S/N)_i$ na izlazu iz prijemnika zavisi od odnosa signal/šum na ulazu u prijemnik $(S/N)_u$, kao i od primijenjenog postupka modulacije i demodulacije.
- Definišimo šta podrazumijevamo pod signalom na izlazu iz prijemnika, a šta na njegovom ulazu:
 - signal na izlazu biće preneseni signal
 - signal na ulazu u prijemnik je modulirani signal, a kako u nekim slučajevima samo dio spektra signala sadrži prenošenu poruku, od slučaja do slučaja je potrebno precizirati šta se podrazumijeva pod signalom na ulazu u prijemnik.

- U odnosu S/N , pod šumom se podrazumijeva raspoloživa srednja snaga šuma P_n , odnosno kvadrat efektivne vrijednosti napona slučajnog šuma.
- Kad je u pitanju signal, on je takođe slučajna veličina, ali za razne vrste prenošenih poruka različite su i veličine koje ga najbolje opisuju.
 - Zato se pod signalom S u izrazu za odnos S/N na izlazu iz prijemnika uvijek podrazumijeva snaga test signala.
 - Ovako definisan odnos S/N , pomoću test signala, mora da se dovede u vezu sa prenosom realnih poruka, što se postiže statističkim ispitivanjima.
- Kada je riječ o mjerenju odnosa S/N , srednja snaga šuma na izlazu iz sistema se lako mjeri, ali pri mjerenju srednje snage signala izmjeriće se suma srednjih snaga signala i šuma (pošto se šum ne može izdvojiti).
 - Pošto je šum obično znatno manji od signala, izmjerena snaga se može smatrati snagom signala.

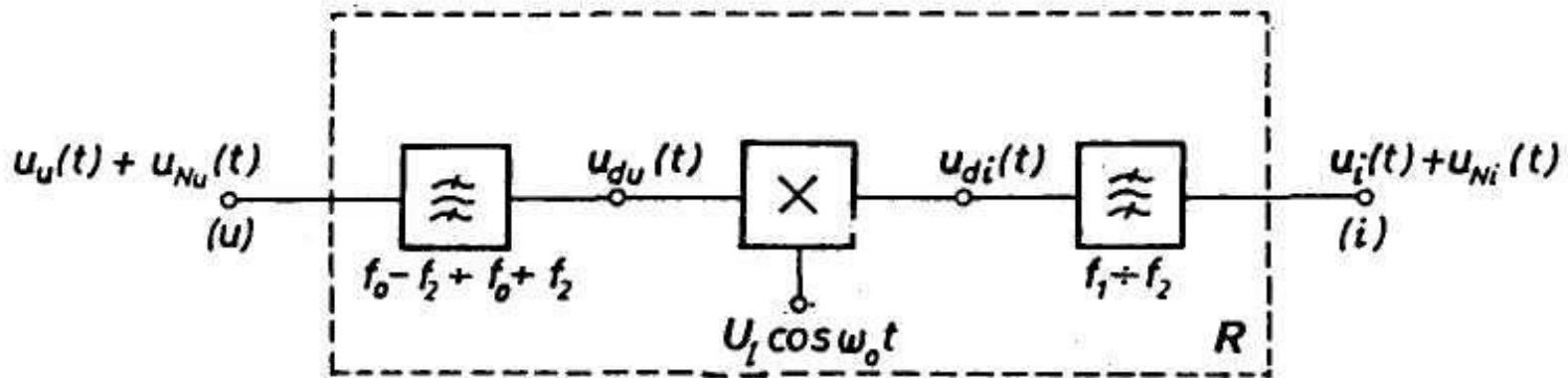
Sadržaj

- Slučajni šum u telekomunikacionim sistemima
- Termički šum
- Uskopojasni slučajni šum
- Uticaj šuma na prenos analognih signala
- **Odnos S/N u sistemima prenosa AM signala**
 - S/N kod KAM sistema prenosa sa sinhronom demodulacijom
 - S/N kod AM-2BO sistema prenosa
 - S/N kod AM-1BO sistema prenosa
 - S/N kod KAM sistema prenosa sa asinhronom demodulacijom
- Odnos S/N u sistemima prenosa UM signala
 - S/N kod ΦM sistema prenosa
 - S/N kod FM sistema prenosa
 - Postupci poboljšanja odnosa S/N za FM prijemnik

Odnos S/N pri prenosu poruka KAM signalom

KAM signal sa sinhronom demodulacijom

- Blok šema prijemnika je na slici.

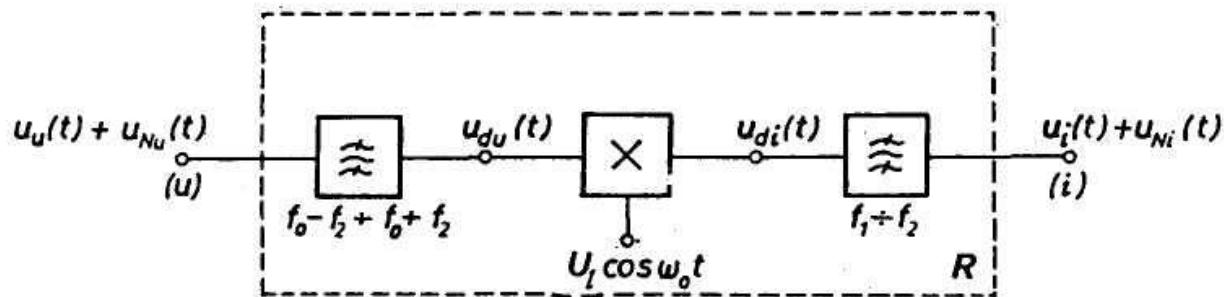


- Na ulazu u prijemnik postavljen je filter propusnik opsega učestanosti. Ako se spektar prenošenog signala nalazi u opsegu učestanosti od f_1 do f_2 , propusni opseg filtra je $f_0 - f_2$ do $f_0 + f_2$, f_0 je učestanost nosioca.

- Pored signala $u_u(t)$ na ulazu u prijemnik postoji i slučajan šum $n(t)$. On potiče od spoljnog izvora šuma i sopstvenog šuma prijemnika. Oba ova šuma mogu da se okarakterišu srednjim faktorom šuma $\overline{F}$
- Spektralna gustina srednje snage ukupnog šuma na ulazu u prijemnik je:

$$p_N = \overline{F}kT$$

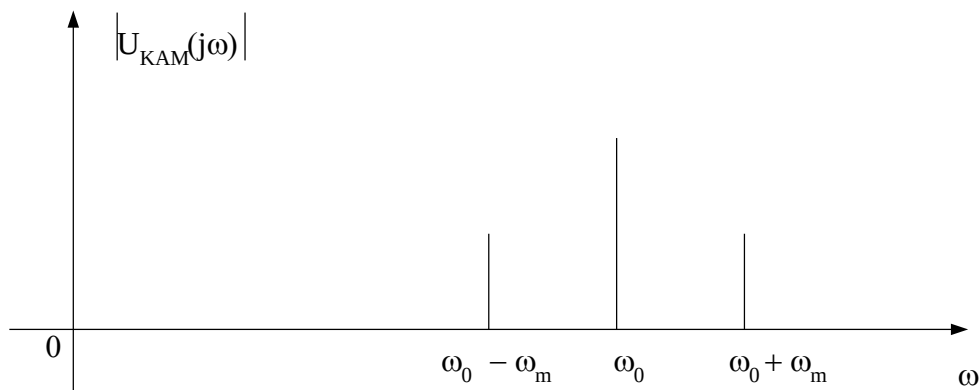
- Ukupan šum sveli smo na ulaz, pa cio sistem do izlaza iz prijemnika smatramo „bešumnim“.



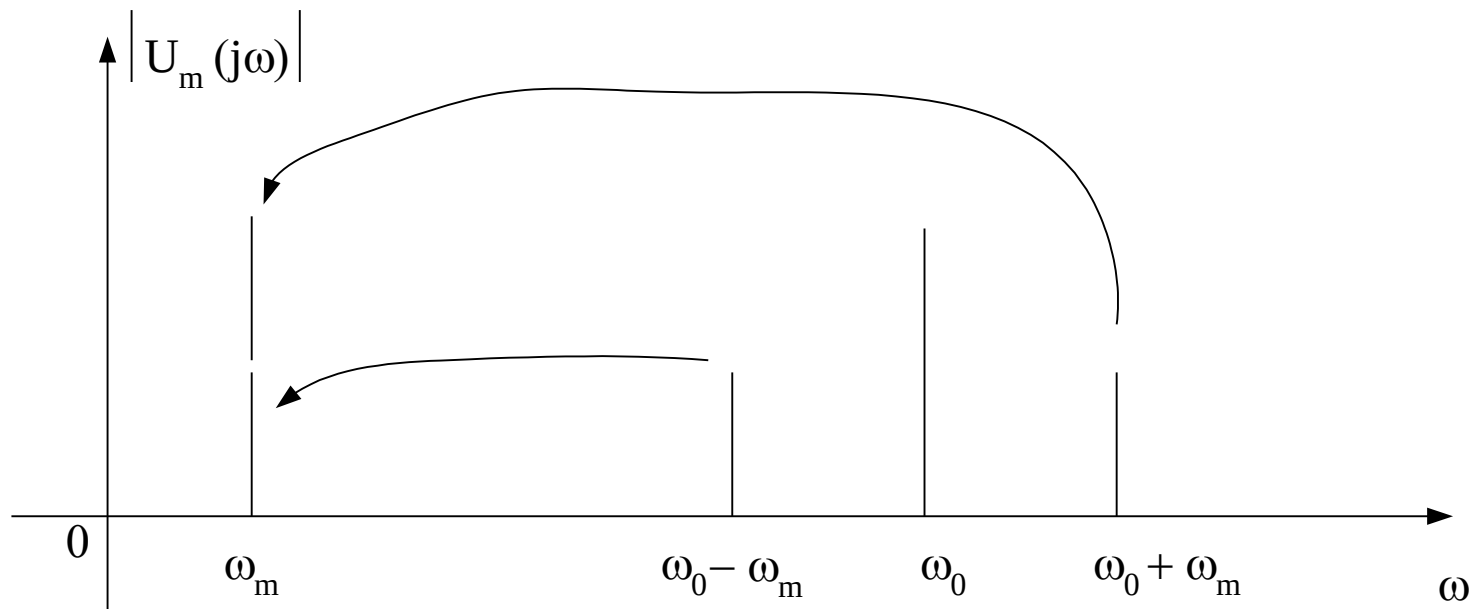
- Posmatrajmo najprije šta se dešava sa signalom, prilikom prolaska kroz **prijemnik**. Posmatrajmo KAM signal nastao modulacijom nosioca na učestanosti ω_0 sinusoidalnim tonom:

$$u_m(t) = U_m \cos \omega_m t, \quad \omega_1 \leq \omega_m \leq \omega_2$$

- Spektar tako dobijenog KAM signala je prikazan na slici:



- U prijemniku se nalazi produktni (de)modulator. On će spektar ulaznog signala translirati za učestanost nosica lijevo i desno.
- Izlazni filter će eliminirati spektar oko $2\omega_0$, tako da se na izlazu iz sistema i gornji i donji bočni opseg naći na učestanosti ω_m :



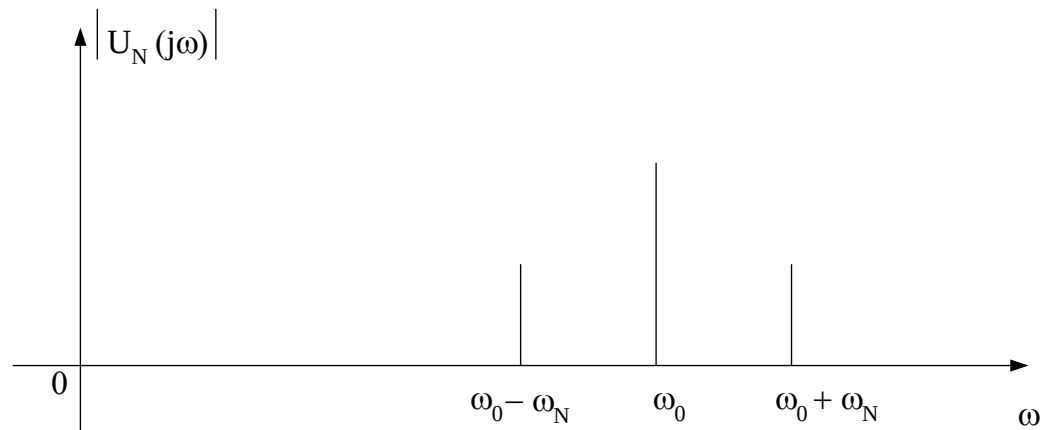
- Ove dvije komponente signala na izlazu iz sistema potiču od istog modulišućeg signala (komponente iz gornjeg i donjeg bočnog opsega KAM signala) pa su u fazi, a to znači da se u vremenskom domenu mogu sabrati. **Zbog toga je amplituda signala na izlazu iz prijemnika dvostruko veća od amplitude jedne bočne komponente KAM signala na ulazu**, pa je:

$$P_{si} = 4D_p P_{Su1} = 2D_p P_m$$

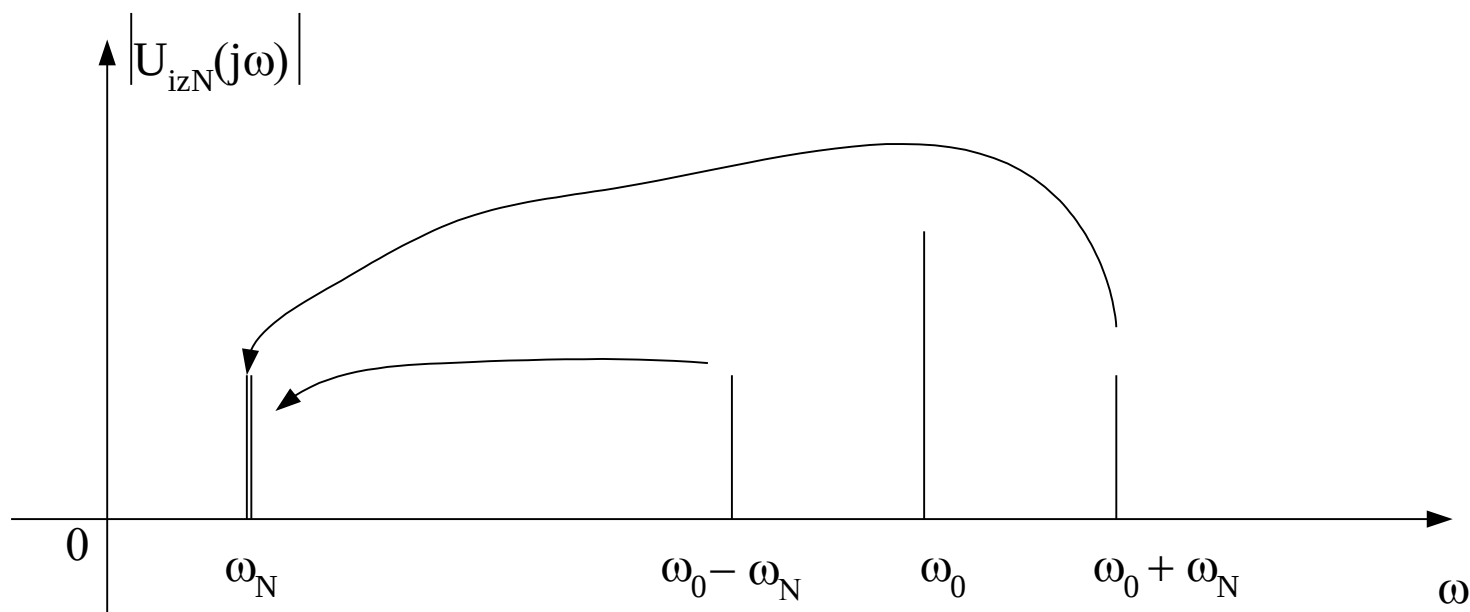
- D_p - konstanta proporcionalnosti za snagu
- P_{Su1} – snaga jedne bočne komponente na ulazu u prijemnik
- P_m – snaga dvije bočne komponente na ulazu u prijemnik

- Šta se dešava sa šumom?

- Posmatrajmo dvije komponente šuma na ulazu u prijemnik na učestanostima $\omega_0 + \omega_N$ i $\omega_0 - \omega_N$. **Ove dvije komponente su iste amplitude, ali slučajne (dakle različite) faze.**



- Na izlazu iz prijemnog filtra ove dvije komponente šuma će se pojaviti na istoj učestanosti.



- Za razliku od signala ove dvije komponente su slučajnih i nekorelisanih faza, a to znači da se njihove **snage na izlazu mogu sabrati**. Snaga zbira dvije nekorelisane komponente je jednaka zbiru snaga pojedinih komponenti, pa je:

$$dP_{Ni} = 2D_p dP_{Nu1} = 2D_p \cdot p_N df = 2D_p \overline{F} k T df$$

- Ukupan šum na izlazu iz prijemnika se dobija integraljenjem u granicama od f_1 do f_2 :

$$P_{Ni} = \int_{f_1}^{f_2} dP_{Ni} = 2D_p \int_{f_1}^{f_2} p_N df = 2D_p \overline{F} kT (f_2 - f_1) = 2D_p \overline{F} kTB$$

- Konačno je traženi odnos signal/šum na izlazu iz prijemnika:

$$\left(\frac{S}{N} \right)_i = \frac{P_{Si}}{P_{Ni}} = \frac{4D_p P_{su1}}{2D_p \overline{F} kTB} = \frac{P_m}{\overline{F} kTB}$$

- Traženi odnos na ulazu je:

$$\left(\frac{S}{N} \right)_u = \frac{P_{Su}}{P_{Nu}} = \frac{P_m}{2\overline{F} kTB} = \frac{1}{2} \left(\frac{S}{N} \right)_i$$

- Kao što se vidi, za slučaj prenosa signalom KAM tipa, odnos S/N na izlazu iz prijemnika je 2 puta veći od odnosa S/N na ulazu u prijemnik.

Odnos S/N pri prenosu poruke AM-2BO signalom

- Ovaj slučaj razlikuje se od prenosa signalom KAM tipa jedino po tome što u izrazu za signal tipa AM-2BO ne postoji nosilac.
- Izraz za napon na izlazu demodulatora biće isti kao i izraz za KAM signal, samo u njemu neće postojati prvi član, $U_o \cos^2 \omega_0 t$, ali on nema nikakav uticaj na snagu korisnog signala.

$$P_{Su} = P_m = 2P_{m1}$$

$$P_{Si} = 4D_p P_{m1} = 2D_p P_{Su}$$

- D_p - konstanta proporcionalnosti za snagu
- P_{m1} – snaga jedne bočne komponente na ulazu u prijemnik
- P_m – snaga dvije bočne komponente na ulazu u prijemnik

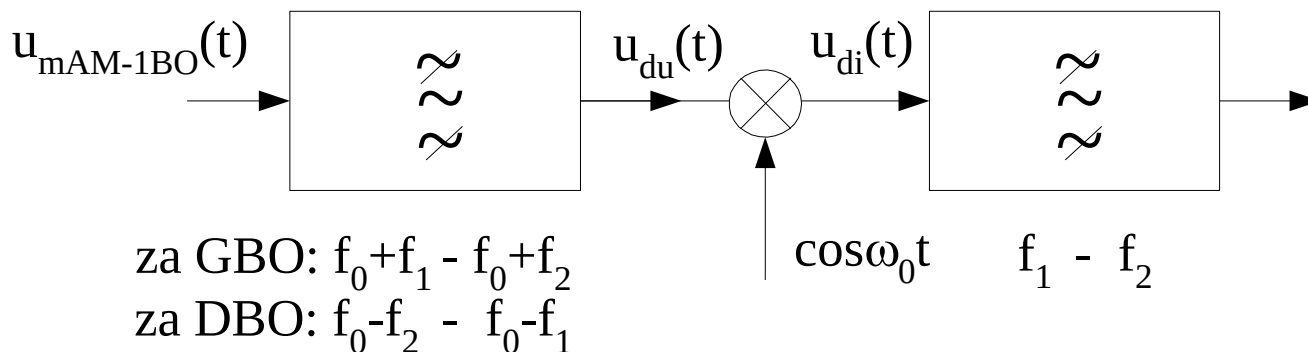
- Pošto su u pitanju isti filtri, analiza koja se odnosi na šum je ista, pa je i u slučaju AM-2BO modulacije odnos signal/šum na izlazu iz prijemnika isti kao i za KAM signal, tj.:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{i_{AM-2BO}} = \left(\frac{S}{N}\right)_{i_{KAM}} ; \quad \left(\frac{S}{N}\right)_{u_{AM-2BO}} = \left(\frac{S}{N}\right)_{u_{KAM}}$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_i = 2\left(\frac{S}{N}\right)_u$$

Odnos S/N pri prenosu poruke AM-1BO signalom

- Pri prenosu poruka AM signalom koji ima samo jedan bočni opseg, u prijemniku se koristi sinhrona demodulacija. Blok-šema prijemnika je data na slici.



- Pretpostavimo da je modulišući signal oblika sinusoidalnog test tona, i neka se prenosi viši bočni opseg, signal na ulazu u demodulator će biti oblika:

$$u_{du}(t) \propto \frac{1}{2} U_m \cos(\omega_0 + \omega_m)t$$

a na izlazu iz izlaznog filtra oblika:

$$u_i(t) \propto \frac{1}{2} \frac{1}{2} U_m U_l \cos \omega_m t$$

- Snaga signala na izlazu iz prijemnika P_{Si} i snaga signala na ulazu u prijemnik P_{Su} su takvi da važi:

$$P_{Si} = D_p P_{Su} \quad - \quad D_p \text{ - konstanta proporcionalnosti za snagu}$$

- Što se tiče šuma, ulazni filter propušta samo one komponente šuma koje se nalaze na ulazu u prijemnik u opsegu učestanosti od f_0+f_1 do f_0+f_2 . Prema tome, za šum će važiti relacija u diferencijalnom obliku:

$$dP_{Ni} = D_p dP_{Nu}$$

$$dP_{Nu} = p_N df = \bar{F}kTdf \Rightarrow dP_{Ni} = D_p \bar{F}kTdf$$

- Ako ovu relaciju integralimo u granicama od f_1 do f_2 , dobija se snaga šuma:

$$P_{Ni} = D_p \bar{F}kT(f_2 - f_1) = D_p \bar{F}kTB$$

- Konačno je traženi odnos signal/šum na izlazu iz prijemnika dat izrazom:

$$\left(\frac{S}{N} \right)_i = \frac{P_{Si}}{P_{Ni}} = \frac{P_{Su}}{\bar{F}kTB}$$

- Kako je snaga šuma na ulazu u prijemnik, koja se transformiše u snagu šuma na izlazu:

$$P_{Nu} = \int_{f_0 + f_1}^{f_0 + f_2} \overline{F} k T df = \overline{F} k T B$$

to je:

$$\frac{P_{Si}}{P_{Ni}} = \frac{P_{Su}}{P_{Nu}} \Rightarrow \left(\frac{S}{N} \right)_i = \left(\frac{S}{N} \right)_u$$

✓ Zaključak:

Pri prenosu poruka AM-1BO modulacionim postupkom, odnos signal/šum na izlazu iz prijemnika **jednak** je odnosu signal/šum na ulazu u prijemnik.

Odnos S/N kod prijemnika sa detektorom anvelope

- Pretpostavimo da se prenos poruka vrši signalom KAM tipa, a da se u prijemniku prenošeni signal detektuje detektorom anvelope.
- Ako je nosilac u predajniku modulisan sinusoidalnim test tonom i ako se posmatra uticaj samo jedne komponente šuma, pokazuje se da je na izlazu detektora anvelope odnos signal/šum jednak:

$$\frac{P_{Si}}{P_{Ni}} = 2 \frac{P_{Sdu}}{P_{Ndu}} = \frac{m_0^2 P_0}{2FkTB}$$

- m_0 – indeks modulacije KAM signala
- P_0 – snaga nosioca na ulazu u prijemnik

- Ovo znači da i u slučaju detekcije anvelope, pod uslovom da je na ulazu u prijemnik šum znatno manji od signala, važi ista relacija za odnos signal/šum, koja se dobila i za slučaj sinhrona demodulacije KAM signala.

Sadržaj

- Slučajni šum u telekomunikacionim sistemima
- Termički šum
- Uskopojasni slučajni šum
- Uticaj šuma na prenos analognih signala
- Odnos S/N u sistemima prenosa AM signala
 - S/N kod KAM sistema prenosa sa sinhonom demodulacijom
 - S/N kod AM-2BO sistema prenosa
 - S/N kod AM-1BO sistema prenosa
 - S/N kod KAM sistema prenosa sa asinhronom demodulacijom
- **Odnos S/N u sistemima prenosa UM signala**
 - S/N kod ΦM sistema prenosa
 - S/N kod FM sistema prenosa
 - Postupci poboljšanja odnosa S/N za FM prijemnik

Odnos S/N u sistemima prenosa sa ugaonom modulacijom

- Postoje dvije vrste ugaone modulacije:
 1. Frekvencijska i
 2. Fazna modulacija
- One pokazuju različite osobine u pogledu slučajnog šuma, koje se kvalitativno i kvantitativno mogu ocijeniti na osnovu izraza za srednju izlaznu snagu slučajnog šuma, odnosno na osnovu izraza za odnos signal/šum na izlazu iz odgovarajućih prijemnika.
- Pretpostavimo da na ulazu u prijemnik postoji slučajan šum čija je spektralna gustina srednje snage p_N konstantna i iznosi:

$$p_N = \overline{F}kT$$

- Uvođenjem faktora šuma u daljoj analizi možemo smatrati da je cio prijemnik „bešuman”.

✓ Digresija:

1) Posmatrajmo slučaj kada na ulaz prijemnika dolazi nosilac i jedan parazitni sinusoidalni test ton. **Riječ je o problemu interferencije nosioca i parazita sinusoidalnog talasnog oblika.**

Na ulazu prijemnika za ugaono modulisane signale, pored nemodulisanog nosioca:

$$u_0(t) = U_0 \cos \omega_0 t$$

se javlja i parazitni signal, čiji je napon:

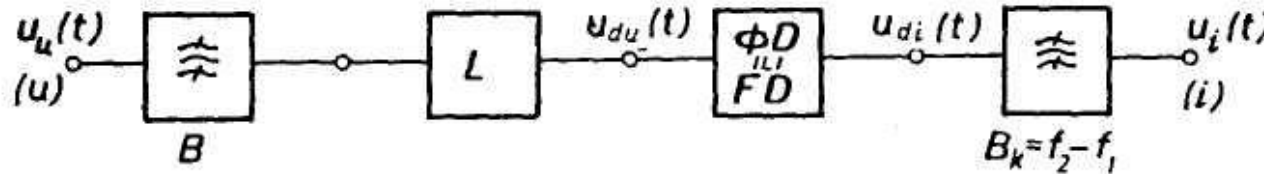
$$u_N(t) = U_N \cos(\omega_0 + \omega_N) \cdot t$$

Rezultantni ulazni napon u prijemnik biće:

$$\begin{aligned} u_u(t) &= u_0(t) + u_N(t) = U_0 \cos \omega_0 t + U_N \cos(\omega_0 + \omega_N) t = \\ &= (U_0 + U_N \cos \omega_N t) \cos \omega_0 t - U_N \sin \omega_N t \sin \omega_0 t \\ u_u(t) &= U_u(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_N(t)) \end{aligned}$$

Ako pretpostavimo da je $U_N \ll U_0$, dobija se: $\operatorname{tg} \varphi_N \approx \varphi_N \approx \frac{U_N}{U_0} \sin \omega_N t$

Ovaj složeni napon dolazi na ulaz prijemnika UM signala sa slike.



1. Na izlazu iz limitera se dobija signal sa konstantnom amplitudom (čist ugaono modulisan signal):

$$u_{du}(t) = U_{du} \cos \left(\omega_0 t + \frac{U_N}{U_0} \sin \omega_N t \right)$$

a) Ako je riječ o **prijemniku fazno modulisanih signala**, fazni diskriminator na svom izlazu daje signal koji je direktno srazmjeran trenutnoj devijaciji faze, pa je na izlazu iz diskriminatora signal:

$$u_{di}(t) = D_\Phi \delta \Phi_i = D_\Phi \frac{U_N}{U_0} \sin \omega_N t = U_{N\Phi} \sin \omega_N t$$

b) Ako je riječ o **prijemniku frekvencijski modulisanih signala**, frekvencijski diskriminator na svom izlazu daje signal direktno srazmjeran trenutnoj devijaciji učestanosti, pa je izlazni signal:

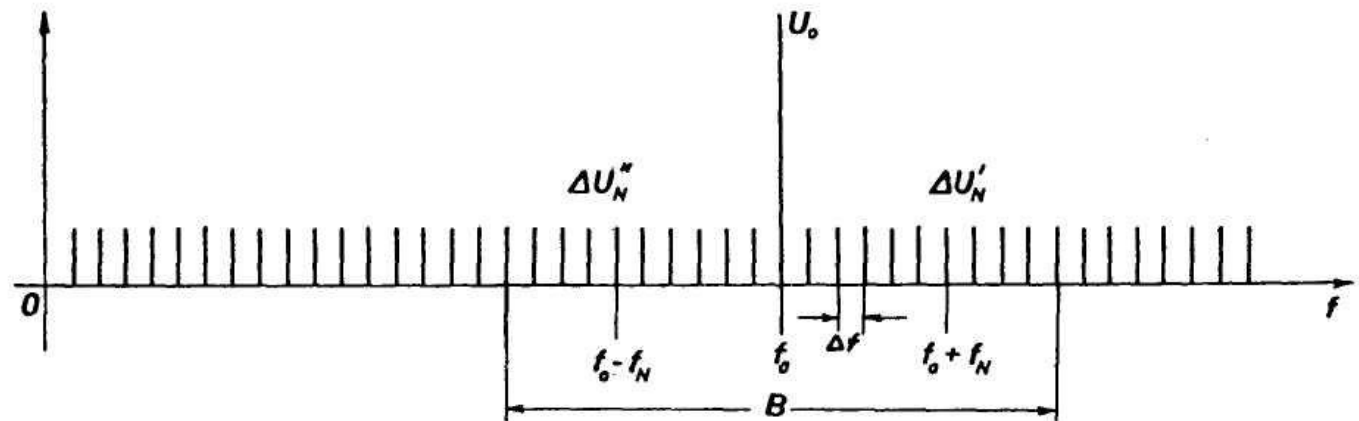
$$u_{di}(t) = D_F \delta f_i = D_F \frac{U_N}{U_0} f_N \cos \omega_N t = U_{NF} \cos \omega_N t$$

- U slučaju kad je prijemnik predviđen za **fazno modulisane signale**, parazit će se na njegovom izlazu pojaviti kao sinusoidalan ton konstantne amplitude i učestanosti.
- Ako je u pitanju prijemnik za **frekvencijski modulisane signale**, na izlazu će se dobiti sinusoidalan ton učestanosti f_N , ali je njegova amplituda direktno srazmjerna toj učestanosti:

$$U_{NF} = U_{NF}(f_N) = D_F \frac{U_N}{U_0} f_N$$

Srednja snaga šuma na izlazu iz prijemnika fazno modulisanih signala

- Spektralna gustina srednje snage šuma ne zavisi od učestanosti i možemo da je aproksimiramo diskretnim spektrom koji je sastavljen od ekstremno velikog broja sinusoidalnih komponenata, čije su amplitude ΔU_N male i međusobno jednake, učestanosti su ravnomjerno raspoređene u spektru, učestanosti dvije susjedne komponente razlikuju za Δf , a faze su slučajne veličine.



Slika: Amplitudski spektar koji približno predstavlja spektar šuma na ulazu u prijemnik.

- Sa B je označena širina propusnog opsega filtra na ulazu u prijemnik, a sa U_0 nosilac.

Posmatrajmo jednu od komponenata šuma čija je učestanost $f_0 + f_N$, amplitude $\Delta U_N'$ i slučajne faze. Ona će izazvati ugaonu modulaciju nosioca amplitude U_0 . Maksimalna devijacija faze biće:

$$\Delta\Phi'_{0N} = \frac{\Delta U_N'}{U_0}$$

Na izlazu iz **faznog diskriminatora** dobiće se sinusoidalan napon učestanosti f_N , čija je amplituda:

$$\Delta U'_{N\Phi} = D_\Phi \frac{\Delta U_N'}{U_0}$$

Odgovarajuća srednja snaga će biti srazmjerna kvadratu amplitude, tj. snaga posmatrane komponente na izlazu faznog diskriminatora je:

$$\Delta P'_{N\Phi} = D_{\Phi P} \frac{\Delta P_N'}{P_0}$$

$\Delta P_N'$ predstavlja snagu posmatrane komponente na ulazu, P_0 snagu nosioca, a $D_{\Phi P}$ predstavlja novu konstantu srazmjere koja karakteriše efikasnost faznog diskriminatora.

U spektru šuma na ulazu **postoji i komponenta šuma čija je učestanost $f_0 - f_N$** , pa i ova komponenta na izlazu diskriminatora daje sinusoidalni napon učestanosti f_N , čija je snaga:

$$\Delta P_{N\Phi}'' = D_{\Phi P} \frac{\Delta P_N''}{P_0}$$

Ove dvije komponente šuma imaju jednake amplitude, a slučajne faze, pa su im i snage jednake.

Ukupna snaga komponente šuma na izlazu, na učestanosti f_N je jednaka sumi **snaga** ove dvije komponente (sabiraju se po snazi, ne po amplitudi):

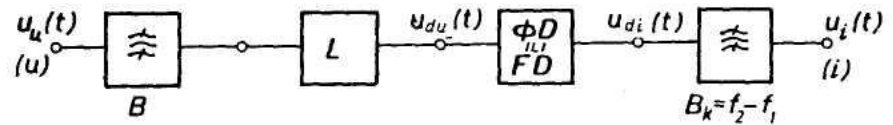
$$\Delta P_{N\Phi} = \Delta P_{N\Phi}' + \Delta P_{N\Phi}'' = 2D_{\Phi P} \frac{\Delta P_N'}{P_0}$$

Kako važi aproksimacija da je šum sastavljen od beskonačno mnogo sinusoidalnih komponenti infinitezimalnih amplituda, pri čemu se učestanosti dvije susjedne komponente u spektru razlikuju za elementarnu veličinu Δf , a čije su faze slučajne, onda izraz za snagu prelazi u diferencijalni oblik, pa je:

$$dP_{N\Phi} = 2D_{\Phi P} \frac{dP_N'}{P_0}$$

dP_N' predstavlja raspoloživu srednju snagu slučajnog šuma na izlazu iz faznog diskriminatora u elementarnom opsegu učestanosti df u okolini učestanosti f_N , pa je:

$$dP_N' = p_N df$$



$$dP_{N\Phi} = 2D_{\Phi P} \frac{p_N}{P_0} df = D_{\Phi P} \frac{2\bar{F}kT}{P_0} df = p_{N\Phi} df$$

Spektralna gustina srednje snage šuma na izlazu je:

$$p_{N\Phi} = \frac{dP_{N\Phi}}{df} = 2D_{\Phi P} \frac{p_N}{P_0} = D_{\Phi P} \frac{2\bar{F}kT}{P_0}$$

Znači, raspodjela srednje snage šuma u spektru nije promijenila karakter i ostala je konstantna.

U prijemniku, iza diskriminatora postoji filter, koji propušta opseg učestanosti od f_1 do f_2 , pa će se na njegovom izlazu pojaviti samo one komponente šuma sa ulaza čije su učestanosti $f_0 \pm f_N$ takve da njihova učestanost na izlazu iz diskriminatora pada u opseg filtra. Ukupna snaga slučajnog šuma na izlazu iz filtra, odnosno prijemnika, biće:

$$P_{N\Phi} = \int_{f_1}^{f_2} p_{N\Phi} df = D_{\Phi P} \frac{2\bar{F}kT}{P_0} \int_{f_1}^{f_2} df = D_{\Phi P} \frac{2\bar{F}kT}{P_0} B_k, \quad B_k = f_2 - f_1$$

Odnos S/N na izlazu iz prijemnika fazno modulisanih signala

- Pretpostavimo da je nosilac u predajniku fazno modulisan test tonom:

$$u_m(t) = U_m \cos \omega_m t$$

- Maksimalna devijacija faze je:

$$\Delta\Phi_{0S} = k_\varphi U_m$$

- Na izlazu iz faznog diskriminatora dobiće se sinusoidalni test ton čija je amplituda:

$$U_{S\Phi} = D_\Phi \Delta\Phi_{0S}$$

- Njegova srednja snaga biće:

$$P_{S\Phi} = D_{\Phi P} (\Delta\Phi_{0S})^2 = P_{Si}$$

- Pošto izlazni filter ne unosi nikakvo slabljenje, to će ova snaga biti ista i na izlazu iz prijemnika. Odnos signal/šum na izlazu prijemnika fazno modulisanih signala je:

$$\frac{P_{Si}}{P_{Ni}} = \frac{P_{S\Phi}}{P_{N\Phi}} = \frac{(\Delta\Phi_{0S})^2 P_0}{2FkTB_k} = \left(\frac{S}{N} \right)_i, \quad B_k = f_2 - f_1$$

- Na izlazu iz prijemnika odnos signal/šum će biti utoliko veći ukoliko je maksimalna devijacija faze $\Delta\Phi_{0S}$, odnosno indeks modulacije veći.
- Međutim, treba imati na umu da se povećanjem indeksa modulacije širi spektar fazno modulisanog signala, pa i sistem prenosa mora da ima širi propusni opseg.

Srednja snaga šuma na izlazu iz prijemnika FM signala

- Razmatrajmo slučaj frekvencijski moduliranih signala. Smatrajući da na ulazu u prijemnik imamo slučajan šum čija je spektralna gustina srednje snage:

$$p_N = \overline{F}kT = \text{const.}$$

- Šum aproksimiramo sa beskonačno mnogo komponenti istih amplituda i slučajnih faza.
- Komponenta šuma na ulazu, čija je učestanost $f_0 + f_N$ a amplituda $\Delta U_N'$ izvršiće ugaonu modulaciju nosioca amplitude U_0 , tako da je maksimalna devijacija učestanosti:

$$\Delta f_{0N}' = \frac{\Delta U_N'}{U_0} f_N$$

- Na izlazu iz frekvencijskog diskriminatora dobiće se sinusoidalan napon učestanosti f_N , čija je amplituda:

$$\Delta U_{NF}' = D_F \frac{\Delta U_N'}{U_0} f_N = \Delta U_{NF}'(f_N)$$

Snaga posmatrane komponente srazmjerna je kvadratu njene amplitude:

$$\Delta P'_{NF} = \Delta P'_{NF}(f_N) = D_{FP} \frac{\Delta P'_N}{P_0} f_N^2 \quad - D_{FP} \text{ je konstanta proporcionalnosti za snagu.}$$

Slično je i sa komponentom šuma na f_0 - f_N čija je amplituda $\Delta U_N''$, pa se na izlazu diskriminatora dobija sinusoidalan napon učestanosti f_N , čija je amplituda:

$$\Delta U''_{NF} = D_F \frac{\Delta U''_N}{U_0} f_N = \Delta U''_{NF}(f_N)$$

a snaga:

$$\Delta P''_{NF} = \Delta P''_{NF}(f_N) = D_{FP} \frac{\Delta P''_N}{P_0} f_N^2$$

Pošto je $\Delta U'_N = \Delta U''_N$, to će i snage ovih komponenata na izlazu biti jednake, pa je srednja snaga rezultatne komponente, čija je učestanost f_N na izlazu:

$$\Delta P_{NF} = \Delta P'_{NF} + \Delta P''_{NF} = 2\Delta P'_{NF}(f_N) = 2D_{FP} \frac{\Delta P'_N}{P_0} f_N^2$$

Ako se sa diskretnog spektra šuma pređe na kontinualan (šum se predstavi sa beskonačno mnogo sinusoidalnih komponenti infinitezimalnih amplituda i slučajnih faza, pri čemu se učestanosti dvije susjedne komponente razlikuju za df), diferencijalni oblik izraza za snagu je:

$$dP_{NF} = 2D_{FP} \frac{dP'_N}{P_0} f^2$$

$$dP'_N = p_N df = \bar{F}kTdf$$

f_N predstavlja ***bilo koju učestanost*** iz opsega učestanosti od f_1 do f_2 , to se indeks N može izostaviti. Izraz za spektralnu gustinu snage šuma na izlazu iz prijemnika je oblika:

$$p_{NF} = \frac{dP_{NF}}{df} = D_{FP} \frac{2\bar{F}kT}{P_0} f^2 = p_{NF}(f)$$

Spektralna gustina srednje snage šuma na izlazu iz frekvencijskog diskriminatora ***nije konstantna*** već zavisi od učestanosti.

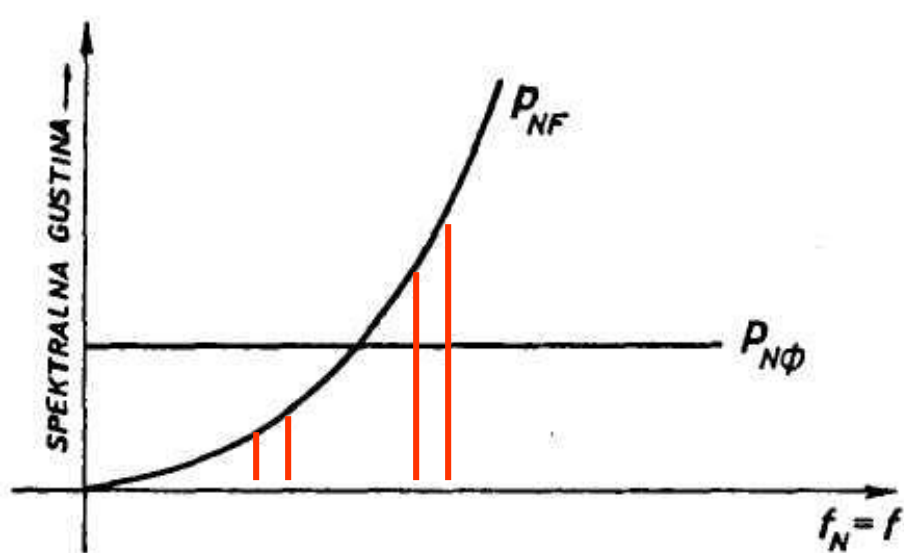
Iza diskriminatora postoji filter koji propušta komponente iz opsega $B_k=f_2-f_1$, pa se na izlazu iz filtra (prijemnika) pojavljuju samo one komponente šuma čije su učestanosti f_0+f_N takve da njihova učestanost na izlazu iz diskriminatora pada u opseg filtra. Ukupna snaga slučajnog šuma na izlazu iz filtra, odnosno prijemnika FM signala, biće:

$$P_{N\Phi} = \int_{f_1}^{f_2} p_{NF} df = D_{\Phi P} \frac{2\bar{F}kT}{P_0} \int_{f_1}^{f_2} f^2 df$$

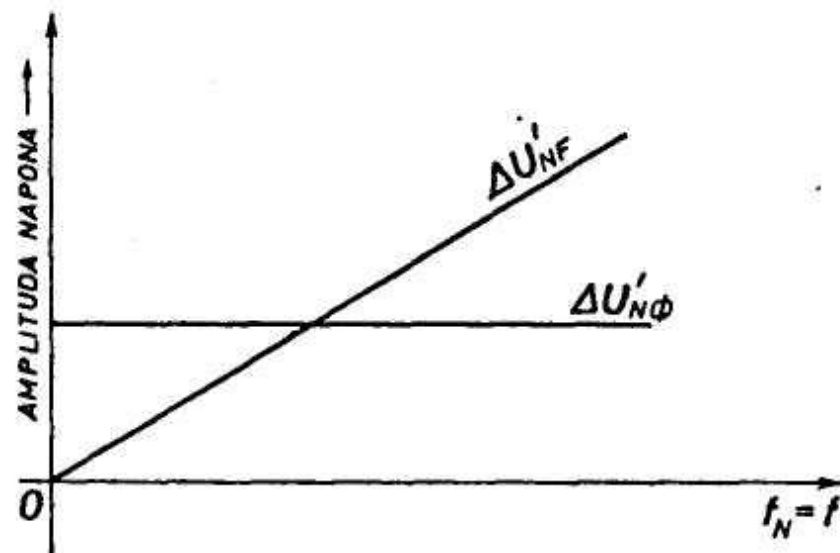
✓ Zaključak:

Poređenje između fazne i frekvencijske modulacije u pogledu uticaja šuma:

- Spektralna gustina srednje snage šuma na izlazu iz diskriminatora fazno modulisanih signala ostaje i dalje konstantna.
- Spektralna gustina srednje snage šuma na izlazu iz diskriminatora frekvencijski modulisanih signala nije konstantna, već zavisi od kvadrata učestanosti.



Slika: Spektralna gustina raspoložive srednje snage šuma na izlazu iz prijemnika PM i FM signala



Slika: Zavisnost amplitude napona komponente šuma na izlazu iz prijemnika PM i FM signala

- Ako signal ima spektar koji se nalazi u opsegu učestanosti B_k , u slučaju fazne modulacije, šum na izlazu će uvijek biti isti, bez obzira gdje se na skali učestanosti nalazi ovaj opseg.
- U sistemima sa frekvencijskom modulacijom, što je taj opseg više pomjeren ka višim učestanostima, šum na izlazu iz prijemnika biće veći.
- Ova činjenica ima poseban značaj u sistemima u kojima se multipleksni signal, obrazovan na bazi frekvencijske raspodjele kanala, prenosi sistemom fazne, odnosno frekvencijske modulacije.

Odnos S/N na izlazu iz prijemnika FM signala

- Neka je nosilac u predajniku frekvencijski modulisan sinusoidalnim test tonom:

$$u_m(t) = U_m \cos \omega_m t$$

- Maksimalna devijacija učestanosti je:

$$\Delta f_{0S} = k_f U_m$$

- Na izlazu iz frekvencijskog diskriminatora dobiće se sinusoidalni test ton čija je amplituda:

$$U_{SF} = D_F \Delta f_{0S}$$

- Njegova srednja snaga biće:

$$P_{SF} = D_{FP} (\Delta f_{0S})^2 = P_{Si}$$

- Pošto izlazni filter ne unosi nikakvo slabljenje, to će ova snaga biti ista i na izlazu iz prijemnika. **Odnos signal/šum na izlazu prijemnika frekvencijski modulisanih signala je:**

$$\frac{P_{Si}}{P_{Ni}} = \frac{P_{SF}}{P_{NF}} = \frac{(\Delta f_{0S})^2 P_0}{2FkT \int_{f_1}^{f_2} f^2 df} = \left(\frac{S}{N} \right)_i$$

- Povećanjem devijacije Δf_{0s} može da se poboljša odnos signal/šum.
- Međutim, povećanje devijacije znači veći propusni opseg B .
 - Dakle, i u slučaju frekvencijske modulacije, odnos signal/šum može da se poveća na račun povećanja širine opsega transmisionog sistema.
 - To povećanje ne može da ide do proizvoljno velikih granica, jer se proširenjem propusnog opsega sistema povećava i šum.
 - Očigledno je da će u jednom trenutku snaga šuma dostići snagu nosioca i nastavljajući dalje sa povećanjem devijacije, odnosno opsega, ona postaje čak i veća od P_0 .

Prag prijema kod FM signala

- Prag prijema predstavlja minimalni odnos snage nosioca na ulazu u FM prijemnik i snage šuma, pri kojima veza i dalje funkcioniše.
 - Kada nosilac dostigne prag ili siđe ispod njega, šum na izlazu iz prijemnika naglo poraste i veza se prekida.
- Na ulaz limitera dolazi uskopojasni šum koji slijedi Rayleigh-evu raspodjelu amplituda anvelope šuma.
- Na osnovu ove poznate statistike, dolazi se do rezultata da je **snaga nosioca, P_0 , na ulazu u prijemnik, na pragu prijema** jednaka:

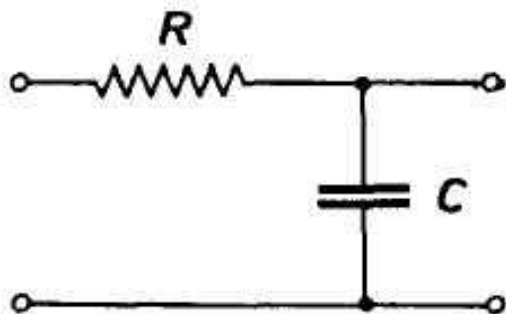
$$P_0 \approx 10P_{NR} = 10\overline{F}kTB = P_{0p}$$

✓ Zaključak:

- Kada srednja snaga nosioca postane jednaka desetostrukoj snazi šuma na ulazu u limiter, odnosno kada odnos nosilac/šum postane jednak **10 dB**, odnos signal/šum na izlazu iz prijemnika, a_{Ni} , počće naglo da opada. Vrijednost snage nosioca $P_0 = P_{0p}$ naziva se **prag prijema**.

Postupci poboljšanje odnosa S/N za FM prijemnik

- Spektralna gustina srednje snage slučajnog šuma na izlazu iz FM prijemnika srazmjerna je f^2 , $f_1 < f < f_2$. Znači da, kako se ide ka višim učestanostima u spektru modulišućeg signala, šum postaje sve veći.
- U FM sistemima u cilju poboljšanja odnosa S/N koriste se sklopovi u predajniku i prijemniku koji se nazivaju **preemfazis** i **deemfazis**. Oni se koriste kako bi se korigovala zavisnost spektralne gustine srednje snage šuma od učestanosti.
- Na prijemu, iza diskriminatora se postavlja specijalan sklop - **deemfazis**.
- Ovo kolo ima ulogu da spektralnu gustinu snage šuma učini nezavisnom od učestanosti, tj. konstantnom, ili približno konstantnom na opsegu od interesa



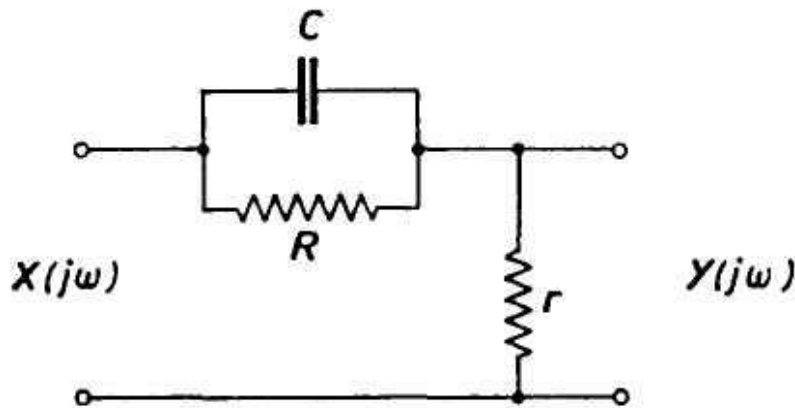
Slika: Kolo deemfazisa za muzički signal

- To se postiže funkcijom prenosa koja **unos** **veće slabljenje** za komponente na višim učestanostima.

- Kolo **preemfazisa** se postavlja **na ulaz u FM modulator**.
- Njegov zadatak je da anulira efekat deemfazisa na signal, tj. **kolo preemfazisa mora biti komplementarno kolu deemfazisa**.

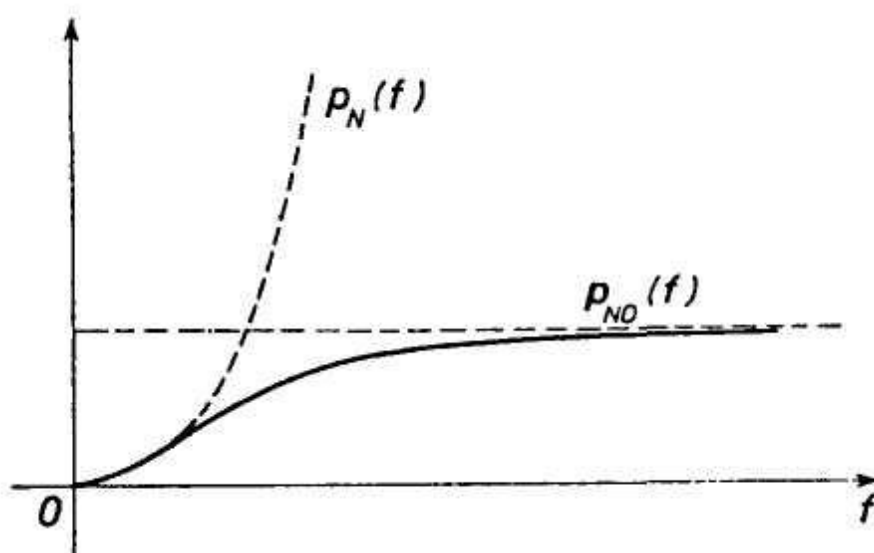
$$H_p(j\omega) \cdot H_d(j\omega) = 1$$

- Signal se kroz kolo preemfazisa modifikuje tako da se komponente na nižim učestanostima više slabe nego komponente na višim učestanostima.



Slika: Kolo preemfazisa koje odgovara kolu deemfazisa sa slike

- Kada signal prođe kroz preemfazis i deemfazis, ima isti raspored spektralnih komponenti, tj. **ostaje neizmijenjen**.
- **Šum prolazi samo kroz deemfazis**, pa se spektralna gustina srednje snage šuma mijenja tako da komponente na višim učestanostima više slabe.



Slika: Spektralna gustina srednje snage šuma $p_N(f)$ na ulazu u kolo deemfazisa i odgovarajuća spektralna gustina $p_{NF}(f)$ na njegovom izlazu

- **Poboljšanje** unijeto kolom deemfazisa definiše se kao količnik ukupne snage šuma na izlazu iz prijemnika kad nema deemfazisa i snage šuma kada postoji deemfazis.
 - Pri prenosu muzičkog signala: $f_{\max} = 15$ kHz, $f_1 = 2,1$ kHz poboljšanje iznosi $\theta = 20$, tj. 13dB.

Uticaj šuma na prenos digitalnih signala

- Bijeli Gausov šum je neizbježna smetnja koja utiče i na kvalitet prenosa digitalnih signala.
- Kao mjera kvaliteta prenosa digitalnih signala koristi se **vjerovatnoća greške po bitu** (**BER – Bit Error Rate**)
- Analiza BER-a se jednostavnije sprovodi u slučaju kada se smatra da u digitalnom sistemu prenosa ne postoji intersimbolska interferencija (ISI).
 - Vršiti se optimizacija sistema u cilju minimizacije BER-a
 - Filtar na strani prijemnika, koji u takvom scenariju minimizira BER se naziva optimalni **optimalni filter**
 - U uslovima kada je na ulazu u prijemnik prisutan bijeli Gausov šum, onda optimalni filter postaje **podešeni filter**
 - **Kod podešenog filtra, vrijednost BER-a na izlazu ne zavisi od oblika pobudnog signala, već samo od njegove energije**