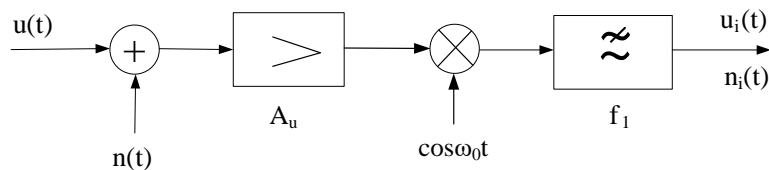


ŠUM U TELEKOMUNIKACIONIM SISTEMIMA

- Prenos amplitudski moduliranih signala -

1. Na slici 1 je prikazana blok šema prijmnika sa sinhronom demodulacijom za prijem signala tipa AM-1BO. Na ulaz prijmnika dolazi test signal oblika $u(t)=U\cos(\omega_0+\omega_m)t$ čija je srednja snaga P , a $0 \leq f_m \leq f_1$. Na ulaz prijmnika postoji i šum čija je spektralna gustina srednje snage konstantna i iznosi p_N . Pronaći:
- Koliki je odnos signal/šum na izlazu iz prijmnika,
 - Koliki će biti odnos signal/šum na izlazu iz prijmnika ako se ispred demodulatora postavi idealni filtar propusnik opsega učestanosti od f_0 do f_0+f_1 .
 - Za koliko dB se razlikuju ova dva odnosa signal/šum?



Slika 1

Rešenje:

Da bi se odredio odnos signal/šum na izlazu prijmnika potrebno je odrediti srednju snagu korisnog signala (P_{Si}) i srednju snagu šuma (P_{Ni}) na izlazu prijmnika.

- Sinhroni demodulator sa Sl. 1 obavlja translaciju spektra ulaznog signala. Kada na ulaz ovog demodulatora dolazi signal dat izrazom $u(t)=U\cos(\omega_0+\omega_m)t$, čija je srednja snaga P , signal na izlazu demodulatora je:

$$u_i(t) = kU \cos \omega_m t$$

gdje je k konstanta. Srednja snaga ovog signala P_{Si} srazmjerna je snazi signala na ulazu demodulatora:

$$P_{Si} = D_p P$$

gdje je D_p konstanta prijmnika. Na ulazu prijmnika postoji i šum. Spektralne komponente ovog šuma imaju slučajne faze i infinitezimalne snage.

$$dP_{Ni} = p_N df, f \geq 0$$

U prijmniku se spektar šuma translira i ograničava izlaznim filtrom, tako da su snage spektralnih komponenata šuma na izlazu prijmnika date sledećim izrazom:

$$dP_{Ni} = \begin{cases} D_p p_N df, & -f_1 \leq f \leq f_1 \\ 0 & , \text{ za ostalo } f \end{cases}$$

Kako su faze ovih komponenata slučajne, to se dvije komponente šuma na učestanostima f i $-f$ sabiraju po snazi pa se može pisati:

$$dP_{Ni} = \begin{cases} 2D_p p_N df, & 0 \leq f \leq f_1 \\ 0 & , \text{ za ostalo } f \end{cases}$$

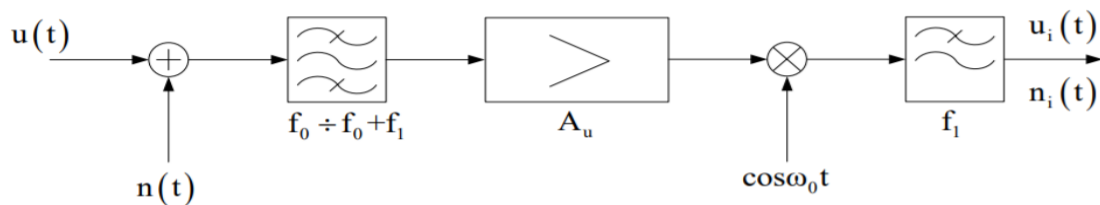
Snaga šuma na izlazu prijemnika je:

$$P_{Ni} = \int_{-\infty}^{\infty} dP_{Ni} = 2D_p \int_0^{f_1} p_N df = 2D_p p_N f_1$$

tako da je odnos signal/šum na izlazu prijemnika:

$$A_{Na} = \frac{P_{Si}}{P_{Ni}} = \frac{P}{2p_N f_1}$$

- b) Kada se ispred demodulatora postavi idealan filter propusnik opsega učestanosti od f_o do $f_o + f_1$, blok šema prijemnika je kao na slici:



Slika 2. Blok šema prijemnika sa sinhronom demodulacijom i filtrom propusnikom opsega učestanosti.

Kako ovaj filter nema uticaja na korisni signal dat izrazom $u(t) = U \cos(\omega_0 + \omega_m)t$, to je snaga signala na izlazu prijemnika ista kao u slučaju pod a). Međutim, na ulaz demodulatora sada dolaze samo komponente šuma iz opsega od f_o do $f_o + f_1$, tako da su snage ovih komponenata na izlazu prijemnika jednake:

$$dP_{Ni} = \begin{cases} D_p p_N df, & 0 \leq f \leq f_1 \\ 0 & , \text{ za ostalo } f \end{cases}$$

Snaga šuma na izlazu prijemnika je sada:

$$P_{Ni} = D_p \int_0^{f_1} p_N df = D_p p_N f_1$$

a odnog signal/šum:

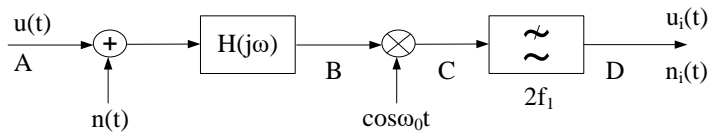
$$A_{Nb} = \frac{P_{Si}}{P_{Ni}} = \frac{P}{p_N f_1}$$

- c) Odnos signal/šum u slučaju pod b) je dva puta veći nego u slučaju pod a).

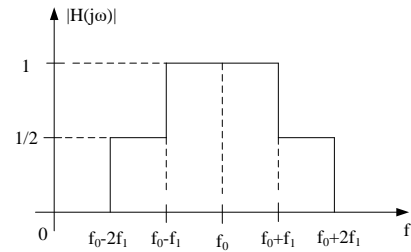
$$A_{Nb} = 2A_{Na}$$

$$10 \log(A_{Nb} / A_{Na}) = 3 \text{ dB}$$

2. KAM signal čija je srednja snaga P dolazi na ulaz prijemnika čija je blok šema prikazana na Slici 3. Modulacija je izvršena sinusoidalnim signalom učestanosti $f_m = 1,5f_1$, pri čemu stepen modulacije iznosi $m_0 = 0,1$. Funkcija prenosa $H(j\omega)$ filtra na ulazu u prijemnik prikazana je na Slici 4, gdje je f_0 učestanost nosioca. Na ulazu u filter postoji šum čija je spektralna gustina srednje snage konstantna i iznosi p_N . Pronaći odnos signal/šum na izlazu iz prijemnika.



Slika 3



Slika 4

Rešenje:

KAM signal koji dolazi na ulaz prijemnika je:

$$u_{KAM}(t) = U_o(1 + m_o \cos \omega_m t) \cos \omega_o t$$

Razvijanjem prethodnog izraza dobija se:

$$u_{KAM}(t) = U_o \cos \omega_o t + \frac{1}{2} m_o U_o \cos(\omega_o - \omega_m)t + \frac{1}{2} m_o U_o \cos(\omega_o + \omega_m)t$$

Srednja snaga P ovog signala je poznata. Ona je jednaka zbiru snaga svih komponenta:

$$P = P_o + 2 \frac{m_o^2}{4} P_o$$

gdje je sa P_o označena snaga nosioca. Snaga signala na izlazu prijemnika zavisi samo od snage sadržane u bočnim komponentama na ulazu prijemnika. Snaga jedne bočne komponente je:

$$\frac{m_o^2}{4} P_o = \frac{m_o^2}{4} \frac{P}{1 + m_o^2 / 2}$$

Kako funkcija prenosa filtra na učestanostima bočnih komponenta ima vrijednost 1/2, to je snaga jedne bočne komponente P_1 na ulazu u sinhroni demodulator 4 puta manja nego na ulazu filtra

$$P_1 = \frac{m_o^2}{16} \frac{P}{1 + m_o^2 / 2}$$

Bočne komponente daju na izlazu sinhronog demodulatora komponentu iste učestanosti f_m . Kako su obje izlazne komponente u fazi, one se sabiraju po amplitudi tako da ukupna srednja snaga signala na izlazu iz prijemnika iznosi:

$$P_{Si} = 4D_p P_1$$

Spektralne komponente šuma na ulazu prijemnika imaju infinitezimalno male snage:

$$dP_{Ni} = p_N df, \quad f > 0$$

Prolaskom kroz filtar, snage ovih komponenata su izmijenjene tako da na ulazu u demodulator u elementarnom opsegu učestanosti iznose:

$$dP_{Ni} = |H(j\omega)|^2 p_N df = \begin{cases} p_N df & , f_o - f_1 \leq f \leq f_o + f_1 \\ \frac{1}{4} p_N df & , f_o - 2f_1 \leq f \leq f_o - f_1 \text{ i } f_o + f_1 \leq f \leq f_o + 2f_1 \\ 0 & , \text{ za ostalo } f \end{cases}$$

Svaka komponenta šuma sa ulaza modulatora daje na izlazu demodulatora komponentu čija je učestanost promijenjena za f_o , a čija je snaga, sa koeficijentom D_p , proporcionalna snazi ulazne komponente. Pošto su faze spektralnih komponenata šuma slučajne, to se dvije komponente istih učestanosti sabiraju po snazi, tako da je snaga šuma u elementarnom opsegu učestanosti na izlazu prijemnika jednaka:

$$dP_{Ni} = \begin{cases} 2D_p p_N df & , 0 \leq f \leq f_1 \\ 2D_p \frac{p_N}{4} df & , f_1 \leq f \leq 2f_1 \end{cases}$$

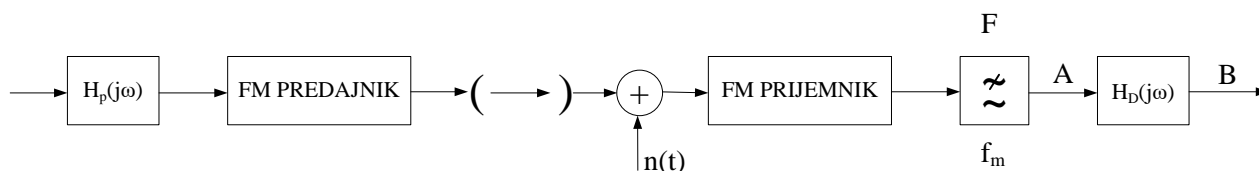
Ukupna snaga šuma na izlazu prijemnika je sada:

$$P_{Ni} = \int_0^{2f_1} dP_{Ni} = D_p \frac{5}{2} p_N f_1$$

Odnos signal/šum ima vrijednost:

$$\frac{P_{Si}}{P_{Ni}} = \frac{m_o^2}{10(1+m_o^2/2)} \frac{P}{p_N f_1} \approx 10^{-3} \frac{P}{p_N f_1}$$

3. Na Slici 5 je prikazana blok šema sistema za prenos muzičkog signala primjenom frekvencijske modulacije .



Slika 5

Spektar muzičkog signala zauzima opseg učestanosti od 0 do 15 kHz. Radi poboljšanja odnosa signal/šum upotrijebljena su dva linearna sklopa, preemfasis i deemfasis, čije su funkcije prenosa $H_p(j\omega)$ i $H_d(j\omega)$. Funkcija prenosa preemfazisa je:

$$H_p(j\omega) = j \frac{\omega}{k}, \quad \text{gdje je } k=2\pi \cdot 2100 \text{ rad/s.}$$

Da ovi sklopovi ne bi unijeli izobličenje u prenošeni signal, funkcija prenosa deemfazisa je tako izabrana da je ispunjen uslov

$$H_p(j\omega)H_d(j\omega)=1.$$

Ako je spektralna gustina srednje snage slučajnog šuma $n(t)$ na ulazu u prijemnik konstantna i iznosi p_N , izračunati:

a) Odnos signal/šum na izlazu iz prijemnika i uporediti ga sa odnosom signal/šum kada preemfasis i deemfasis nisu upotrijebljeni,

- b) Koliko iznosi poboljšanje odnosa signal/šum na izlazu prijemnika ostvareno upotrebom preemfazisa i deemfazisa?

Rešenje:

- a) Poznato je da je srednja snaga signala na izlazu iz prijemnika za FM signale direktno srazmjerna kvadratu devijacije učestanosti. Odnosno:

$$P_{Si} = D_F (\Delta f_o)^2$$

gdje je D_F konstanta. Upotrebom preemfazisa i deemfazisa srednja snaga signala na izlazu iz prijemnika neće se promijeniti. Naime, zahvaljujući komplementarnom dejstvu ovih sklopova (njihove funkcije prenosa povezane su izrazom $H_p(j\omega)H_d(j\omega)=1$), snaga signala na izlazu iz prijemnika ostaje ista bez obzira da li se ovi sklopovi koriste ili ne.

Međutim, spektralna gustina srednje snage slučajnog šuma $n(t)$ sa ulaza u prijemnik biće na izlazu iz prijemnika promijenjena radi prisustva deemfazisa. Spektralna gustina srednje snage šuma na izlazu iz filtra F u tački A je:

$$p_{N_A}(f) = D_F \frac{2p_N}{P_o} f^2$$

a na izlazu iz prijemnika u tački B iznosi:

$$p_{N_B}(f) = p_{N_A} |H_D(j\omega)|^2$$

Srednja snaga šuma na izlazu iz prijemnika kada nije upotrijebljen deemfazis je:

$$P_{Ni} = \int_0^{f_m} p_{N_A}(f) df = D_F \frac{2p_N}{3P_o} f_m^3$$

Kada prijemnik sadrži deemfazis dobija se:

$$P_{Ni_B} = \int_0^{f_m} p_{N_B}(f) df = D_F f_m \frac{2p_N}{P_o} \frac{k^2}{(2\pi)^2}$$

Konačno, odnos signal/šum na izlazu iz prijemnika kada preemfazis i deemfazis nisu upotrijebljeni iznosi:

$$A_{Ni} = \frac{P_{Si}}{P_{Ni}} = 3 \frac{\Delta f_o^2}{f_m^2} \frac{P_o}{2p_N f_m}$$

Upotrebom preemfazisa i deemfazisa odnos signal/šum na izlazu iz prijemnika postaje:

$$A_{Ni_B} = \frac{P_{Si}}{P_{Ni_B}} = \left(\frac{2\pi}{k}\right)^2 \frac{\Delta f_o^2}{f_m} \frac{P_o}{2p_N}$$

- c) Poboljšanje odnosa signal/šum ostvareno primjernom preemfazisa i deemfazisa je:

$$\frac{A_{NiB}}{A_{Ni}} = \frac{1}{3} \left(\frac{2\pi f_m}{k} \right)^2 \approx 17 \quad \text{ili} \quad 10 \log \left(\frac{A_{NiB}}{A_{Ni}} \right) = 12,3 \text{ dB}$$

Za vježbu:

4. VHF predajnik emituje KAM signal sa indeksom modulacije $m_0=45\%$. Modulišući signal je muzički opsega od 0 do 15kHz. Na izlazu iz prijemnika koji se nalazi na rastojanju $d=3\text{km}$ od predajnika izmjeren je odnos signal/šum od 40dB. Ako predajnik istu snagu emituje postupkom frekvencijske modulacije uz maksimalnu devijaciju učestanosti od 60kHz, pronaći rastojanje na kojem treba da se nalazi FM prijemnik da bi se na njegovom izlazu takođe dobio odnos signal/šum od 40dB. Pretpostaviti da su spektralne gustine snage šuma iste u oba slučaja, a da primljena snaga opada sa kvadratom rastojanja od predajnika.