

Studijski programi A, B i C. Programiranje 1 (treći semestar). Ogledni primjeri pitanja za Kolokvijum (20 poena). Dolaze četiri pitanja. Od naslova 1.1. Intuitivni pojam algoritma do naslova 5.5. Razni primjeri nerješivih skupova.

⌘ Tjuringove mašine i izračunljive funkcije,
dolaze dva pitanja
(najvažnija pitanja su: 1–2, 5–11, 14, 25–26, 37–40)

- 1 Nabrojati i ukratko objasniti svojstva intuitivnog pojma algoritma $\mathcal{A} = (\mathcal{P}, E, A, B, n)$.
- 2 Kako glasi Čerčova teza (Church). Njen smisao i njen značaj.
- 3 Na koji način se algoritmu $\mathcal{A}$ pridružuje djelimična funkcija $f_{\mathcal{A}}$ ili f , gdje je $f: \text{Dom } f \rightarrow \Omega(B)$ i $\text{Dom } f \subset \Omega^n(E)$.
- 4 Kada se za skup $\mathcal{M}_1$ kaže da je rješiv u odnosu na skup $\mathcal{M}_2$, gdje je $\mathcal{M}_1 \subset \mathcal{M}_2$.
- 5 Kako glasi opšta diofantska jednačina i kako glasi zadatak za koji je Matijasevič dokazao da ne postoji algoritam.
- 6 Pravilo na kome se temelji algoritam koji ispituje da li jednačina $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = 0$ ($a_n \neq 0$) ima cjelobrojno rješenje x .
- 7 Pravilo na kome se temelji algoritam koji ispituje da li jednačina $a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_k x_k = b$ ima cjelobrojno rješenje $(x_1, x_2, \dots, x_k)$.
- 8 Pregledan opis Tjuringove mašine: prebrojiva traka, radno polje, početno stanje, moguće radnje u jednom taktu, lampe MZ i PT.
- 9 Definicija Tjuringove mašine, tj. definicija tablice.
- 10 Računar naspram Tjuringove mašine.
- 11 Pojmovi konfiguracija mašine i pozicija mašine. Kakav smisao ima oznaka $b_0 \ b_1 \ b_2 \ \dots$
 $b_{m-1} \ b_m \ b_{m+1} \ \dots$
 $\uparrow$
- 12 Funkcija koja je izračunljiva po Tjuringu – kako glasi definicija.
- 13 Funkcija koja je normalno izračunljiva po Tjuringu – kako glasi definicija.
- 14 Elementarne Tjuringove mašine: a_i , r i l .
- 15 Primjer Tjuringove mašine: $T_1 = r^3 a_0$. Napisati tablicu i objasniti.
- 16 Primjer Tjuringove mašine: T_2 (mašina za kopiranje u azbuci A_1). Definicija mašine i objasniti kako radi.
- 17 Određivanje redosljeda rada mašine zadate dijagramom (iz naslova Definicija Tjuringovog dijagrama).
- 18 Konstrukcija tablice po zadatom dijagramu.
- 19 Dalji primjeri Tjuringovih mašina: R i L . Nacrtati njihove dijagrame. Koju radnju vrše ($\Rightarrow$).
- 20 Dalji primjeri Tjuringovih mašina: $\mathcal{R}$ i $\mathcal{L}$. Dijagrami i radnje ($\Rightarrow$).
- 21 Dalji primjeri Tjuringovih mašina: mašina za kopiranje K . Nacrtati dijagram. Koju obradu (radnju) ona vrši.
- 22 Mašine W_r i W_l , dijagram i radnja.
- 23 Mašina V , dijagram i radnja.
- 24 Mašine I i K_n ($n \geq 1$), dijagram i radnja.
- 25 Mašine T_r i T_l , dijagram i radnja. Ulazna i radna azbuka je A_1 .
- 26 Mašina P za množenje dva broja.
- 27 Ukratko o konverzionoj funkciji $\gamma_{t,s}$.
- 28 Ukratko o konverzionoj funkciji σ_n^t .
- 29 Predstavljanje Tjuringove mašine pomoću dijagrama koji je sastavljen od elementarnih mašina.

- 30 Mašina $T^{\S}$. Samo definisati radnju koju vrši i objasniti u glavnim crtama.
- 31 Postavka zadatka o modeliranju nad azbukom A_1 .
- 32 Modeliranje nad azbukom A_1 (prve tri etape) [naslov 4.3].
- 33 Modeliranje nad azbukom A_1 (nastavak), četvrta etapa, umjesto simbola a_i pišemo [naslov 4.4].
- 34 Superpozicija funkcija koje su izračunljive po Tjuringu.
- 35 Mašinske riječi. Tablica $\rightarrow w'' \rightarrow w' \rightarrow w_T$.
- 36 Jedan nerješiv skup (M): definicija skupa M i dokaz u glavnim crtama.
- 37 Drugi nerješiv skup (M_1): definicija skupa M_1 i dokaz u glavnim crtama. Upotreba univerzalnog programa U u dokazu.
- 38 Zadatak o zaustavljanju ili engl. halting problem.
- 39 Definirati igru domina (zadatak o popločavanju, tiling problem) i navesti primjere.
- 40 Definirati asocijativni račun u polgrupi, tj. da li su dvije riječi ekvivalentne. Navesti slučaj koji računar ne može da riješi.

⊞ Zadaci,
dolaze dva pitanja

1. Napisati tablicu Tjuringove mašine čija je radna azbuka $A_1 = \{a_1\}$ i koja ima tri stanja (q_0 , q_1 i q_2), a vrši sljedeću obradu: bez obzira kakva je početna pozicija na traci, dolazi do prelaska preko kraja trake (PT).

2. bez obzira kakva je početna pozicija na traci, mašina vječno radi.

3. Konstruisati Tjuringovu mašinu sa sljedećim svojstvom. Neka je njena početna pozicija $\uparrow a_0 w a_0 \dots$, gdje $w \in \Omega(A_1)$, $w = \underbrace{a_1 \dots a_1}_n$. Ako je $n = 3k$ ($k \geq 1$) onda dolazi do mašinskog zaustavljanja, a ako je $n = 3k + 1$ ili $n = 3k + 2$ onda mašina radi vječno.

4. Konstruisati Tjuringovu mašinu sa sljedećim svojstvom. Neka je njena početna pozicija $\uparrow a_0 w_1 a_0 w_2 a_0 \dots$, gdje je $w_1 = \underbrace{a_1 \dots a_1}_m$ i $w_2 = \underbrace{a_1 \dots a_1}_n$ ($m, n \geq 1$). Ako je $m = n$ onda dolazi do mašinskog zaustavljanja, a ako je $m \neq n$ onda mašina radi vječno.

5. Neka se Tjuringova mašina $K_2 L l^2$ primjenjuje na početnu poziciju $\uparrow a_0 a_1 a_1 a_0 a_1 a_1 a_1 a_0 \dots$. Koja završna pozicija se dobija?

6. Neka se Tjuringova mašina $L a_0 R \mathcal{L}$ primjenjuje

7. Konstruisati mašinu koja ima svojstvo $\uparrow a_0 \underbrace{a_1 \dots a_1}_n a_0 \underbrace{a_1 \dots a_1}_n a_0 \dots \Rightarrow \uparrow a_0 \underbrace{a_0 a_1 a_0 a_1 \dots a_0 a_1}_{n \text{ parova } a_0 a_1} a_0 \dots$ ($n \geq 1$). Treba sastaviti dijagram mašine (u dijagramu učestvuju znaci elementarnih mašina r , l , a_i). Dopušteno je da u dijagramu učestvuju i simboli mašina R i L . Na primjer $\uparrow a_0 a_1 a_1 a_0 a_1 a_1 a_1 a_0 \dots \Rightarrow \uparrow a_0 a_0 a_1 a_0 a_1 a_0 a_1 a_0 \dots$ (ovo je slučaj $n = 3$).

8. Konstruisati mašinu koja ima svojstvo $\uparrow a_0 \underbrace{a_1 \dots a_1}_m a_0 \underbrace{a_1 \dots a_1}_n a_0 \dots \Rightarrow \uparrow a_0 \underbrace{a_1 \dots a_1}_n a_0 \underbrace{a_1 \dots a_1}_m a_0 \dots$ ($m, n \geq 1$). Treba sastaviti dijagram mašine (u dijagramu učestvuju znaci elementarnih mašina r , l , a_i). Dopušteno je da u dijagramu učestvuju i simboli mašina R i L .

9. Konstruisati mašinu koja računa funkciju $y = f(x)$, gdje je $f(x) = \text{sign } x = \{ 0 \text{ ako je } x = 0, 1 \text{ ako je } x > 0$. Dakle, $\uparrow a_0 x a_0 \dots \Rightarrow \uparrow \sim a_0 y a_0$. Broj x prikazuje se u unarnom obliku tj. u minimalnoj azbuci $A_1 = \{a_1\}$. To znači da se recimo $x = 3$ prikazuje kao $a_1 a_1 a_1$. Na

- isti način prikazuje se i broj y . Na primjer $]a_0a_0\ldots \Rightarrow]\sim a_0a_0$ (ovo je slučaj $x = 0, y = 0$).
Na primjer $]a_0a_1a_1a_1a_0\ldots \Rightarrow]\sim a_0a_1a_0$ (ovo je slučaj $x = 3, y = 1$). Treba sastaviti dijagram
mašine. Dopusšteno je da u dijagramu učestvuju i simboli mašina $R, L, \mathcal{R}, \mathcal{L}, K, K_n$ ($n \geq 1$).
10. $f(x) = [1/x] = \{ 1 \text{ ako je } x = 1, 0 \text{ ako je } x > 1, \text{ mašina vječno radi ako je } x = 0$
11. $f(x) = [x/2] = m$ ako je $x = 2m$ ili $x = 2m + 1$ ($m \geq 1$). Na primjer $]a_0a_1a_1a_1a_1a_0\ldots \Rightarrow]\sim a_0a_1a_1a_0$ (ovo je slučaj $x = 5, y = 2$). Na primjer $]a_0a_1a_1a_1a_1a_1a_0\ldots \Rightarrow]\sim a_0a_1a_1a_1a_0$ (ovo je slučaj $x = 6, y = 3$)
12. $z = f(x, y) = x \dot{-} y = \{ 0 \text{ ako je } x < y, x - y \text{ ako je } x \geq y$ (funkcija od dvije promjenljive).
Dakle, $]a_0xa_0ya_0\ldots \Rightarrow]\sim a_0za_0$
13. Konstruisati mašinu koja normalno računa funkciju f , gdje je $f(x) = x \dot{-} 1 = \{ 0 \text{ ako je } x = 0, x - 1 \text{ ako je } x > 0$. Dakle, $]a_0xa_0\ldots \Rightarrow]a_0xa_0fa_0\ldots$. Na primjer $]a_0a_1a_0\ldots \Rightarrow]a_0a_1a_0a_0\ldots$ (ovo je slučaj $x = 1, y = 0$). Na primjer $]a_0a_1a_1a_1a_0\ldots \Rightarrow]a_0a_1a_1a_1a_0a_1a_1a_0\ldots$ (ovo je slučaj $x = 3, y = 2$). Treba sastaviti dijagram mašine. Dopusšteno je da u dijagramu učestvuju i simboli mašina $R, L, \mathcal{R}, \mathcal{L}, K, K_n$ ($n \geq 1$).
14. $f(x) = \overline{\text{sign } x} = 1 - \text{sign } x$
15. $f(x) = 2x$
16. $f(x, y) = x + y$ (funkcija od dvije promjenljive). Dakle, $]a_0xa_0ya_0\ldots \Rightarrow]a_0xa_0ya_0fa_0\ldots$
17. Konstruisati mašinu koja računa funkciju f , gdje je $f(x) = x^2$. Tako da je za $x = 7, y = 49$ i slično. Treba sastaviti dijagram mašine. Dopusšteno je da u dijagramu učestvuju i simboli mašina $R, L, \mathcal{R}, \mathcal{L}, K, K_n$ ($n \geq 1$).
18. $f(x, y) = \min(x, y)$ (funkcija od dvije promjenljive). Dakle, $]a_0xa_0ya_0\ldots \Rightarrow]\sim a_0fa_0$