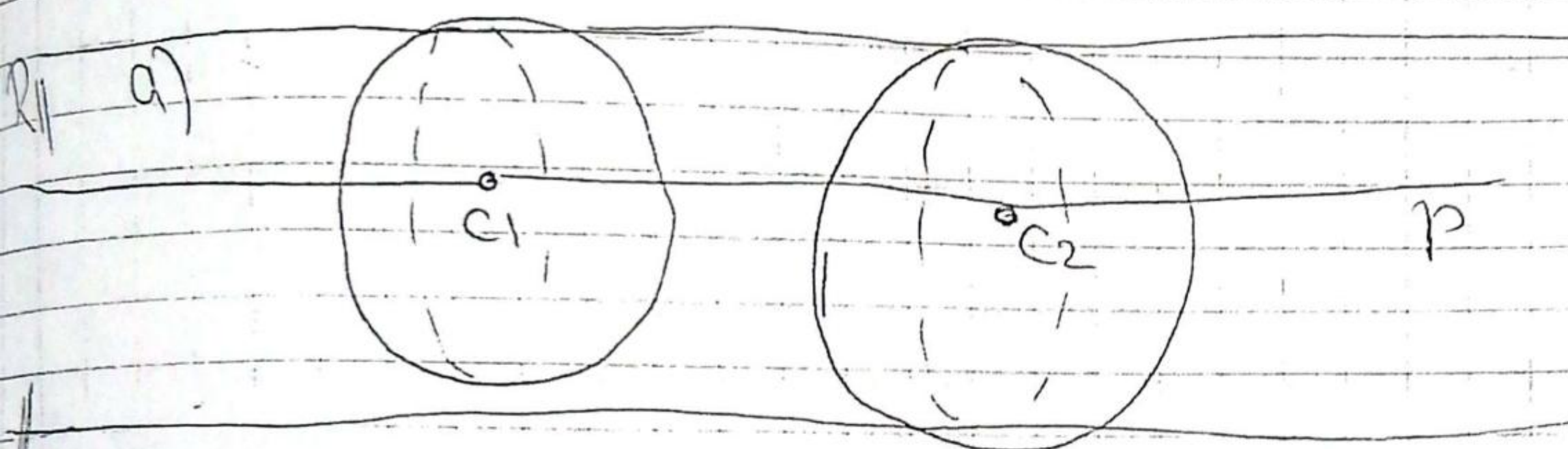


3) Daje su sfere  $S_1: x^2 + y^2 + z^2 = 25$

$$S_2: (x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 25$$

Napišite jednačinu cilindrične površi opisane oko sfera  $S_1, S_2$



prava  $p(C_1, C_2) \rightarrow$  osa cilindra

$$p: C_1(0, 0, 0) \quad C_2(2, 1, 0)$$

Uočiti da je  $r=5$

$$p: \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{0}$$

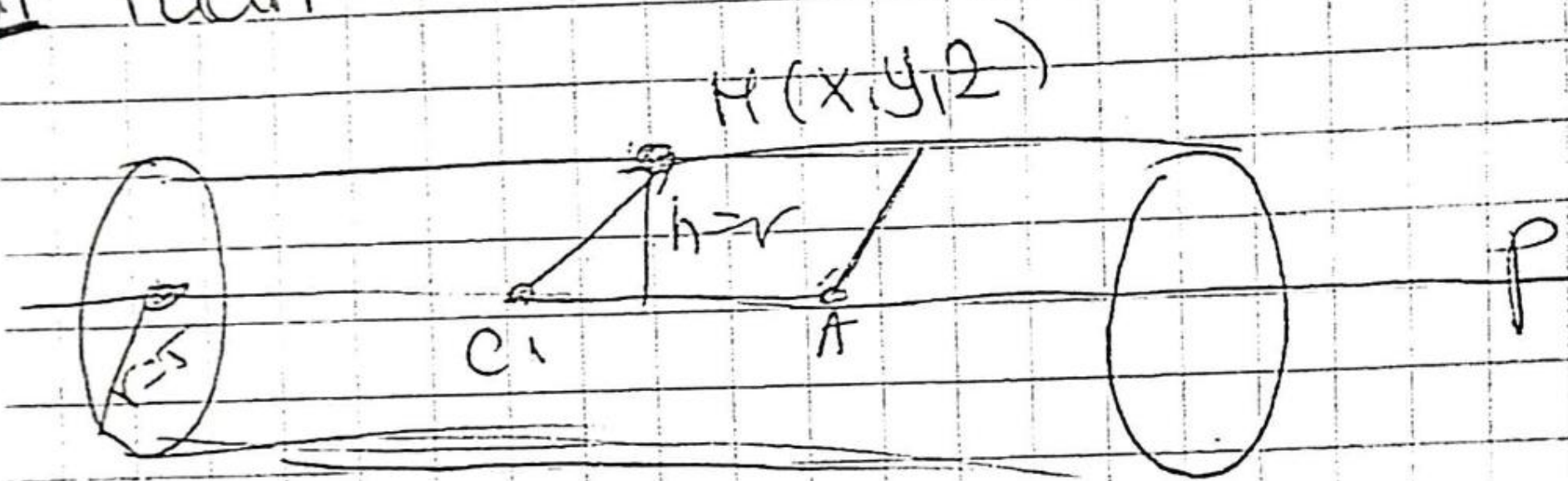
Imam  $\alpha$ -ravnu koja sadrži  $C_1$  i ortogonalna na  $p$ .

Direktrisa cilindra je

$$d: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 25 \\ \alpha \end{cases}$$

Generatrisa je paralelna pravoj  $p$ .

II) raggio



$$A \in \mathbb{R}^3, \quad \vec{c_1 A} = \vec{sp}$$

$H(x,y,z)$  trova la equazione povera

$$|\vec{c_1 A} \times \vec{c_1 P}| = |\vec{c_1 A}| \cdot r \quad (*)$$

$$|\vec{sp} \times \vec{c_1 P}| = |\vec{sp}| \cdot r$$

$$\vec{sp} \times \vec{c_1 P} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 1 & 0 \\ x & y & z \end{vmatrix} = 2z\vec{i} - 2y\vec{j} + (2y-x)\vec{k}$$

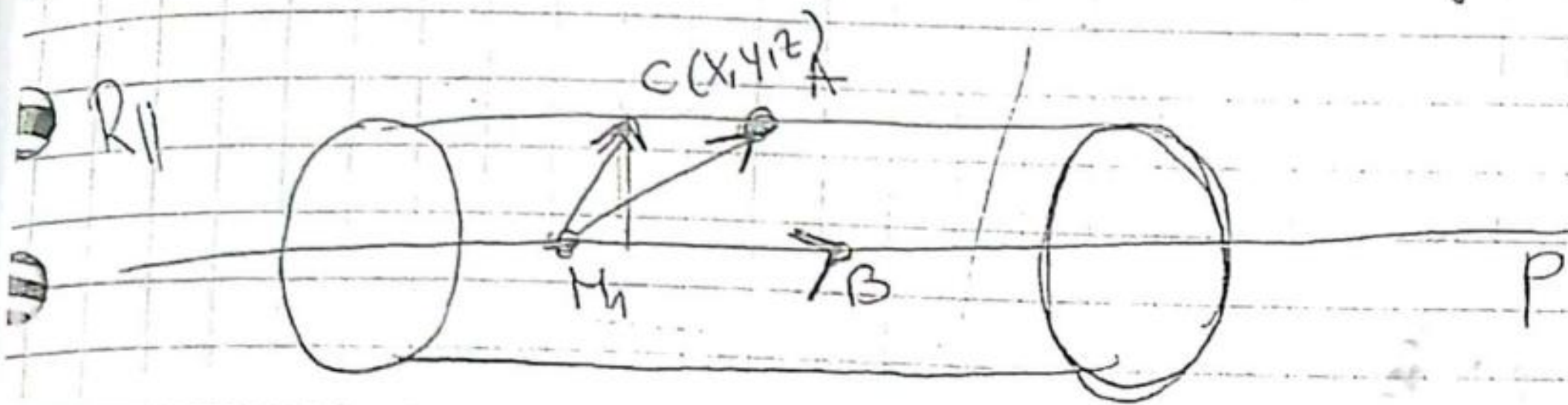
$$(*) \Rightarrow \sqrt{4z^2 + 4y^2 + (2y-x)^2} = \sqrt{4+1} \cdot 5$$

$$5z^2 + (2y-x)^2 = 125$$

$\Rightarrow$  equazione cilindrica povera

8) Napisati jednadžbu kružnog cilindra koji prolazi kroz točku

$$A(2, -1, 1) \text{ a osa mu je prava } p: \begin{cases} x = 3t + 1 \\ y = -2t - 2 \\ z = t + 2 \end{cases}$$



$$\vec{s}_p = (3, -2, 1)$$

$$M_1(1, -2, 2) \in p$$

$$B \in p \quad \vec{M_1 B} = \vec{s}_p$$

$C(x, y, z)$  proizvoljna točka cilindrične površi.

$$|\vec{M_1 B} \times \vec{M_1 A}| = |\vec{M_1 B} \times \vec{M_1 C}| \quad (*) \quad (r-h \text{ istina})$$

$$|\vec{s}_p \times \vec{M_1 A}| = |\vec{s}_p \times \vec{M_1 C}|$$

$$\vec{M_1 A} = (1, 1, -1)$$

$$\vec{s}_p \times \vec{M_1 A} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 1 \cdot \vec{i} - (-4) \cdot \vec{j} + 4 \cdot \vec{k}$$

$$\vec{s}_p \times \vec{M_1 A} = (1, 4, 4)$$

$$\vec{M_1 C} = (x-1, y+2, z-2)$$

$$\vec{s}_p \times \vec{M_1 C} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & -2 & 1 \\ x-1 & y+2 & z-2 \end{vmatrix} = -2(z-2) \vec{i} - (-2z+4-y-2) \vec{j} - (3z-6-x+1) \vec{k} \\ + (3y+6+2x-2) \vec{k}$$

$$\vec{s}_p \times \vec{M_1 C} = (-2z-y+2) \vec{i} - (3z-x-5) \vec{j} + (3y+2x+4) \vec{k}$$

$$(*) \Rightarrow (-2z-y+2)^2 + (3z-x-5)^2 + (3y+2x+4)^2 = 42$$

$\Rightarrow$  jednadžba cilindrične površi.

7) Kružica (K) je projekcija sfere  $x^2 + y^2 + z^2 = 4(x - 2y - 2z)$  ;  
 ravní koja probíhá kroz cetrar sfere, a koja je kolikalna  
 na pravop:  $\begin{cases} x=0 \\ y=-z \end{cases}$ . Kruží projekciju Kružice (K) na ravní  $z=0$

$$S: x^2 - 4x + 4 + y^2 + 8y + 16 + z^2 + 8z + 16 - 36 = 0$$

$$S: (x-2)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = 36$$

$C(2, -4, -4)$  → cetrar sfere

$R=6$  → poluprečnik sfere

$$\vec{sp} = \lambda(\vec{n}_1 \times \vec{n}_2) \quad \begin{matrix} \vec{n}_1(1, 0, 0) \\ \vec{n}_2(0, 1, 1) \end{matrix}$$

$$\vec{n}_1 \times \vec{n}_2 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -\vec{j} + \vec{k}$$

$$\vec{n}_1 \times \vec{n}_2 = (0, -1, 1)$$

$$\text{za } \lambda = -1, \quad \vec{sp} = (0, 1, -1)$$

$\Delta$ : ravní koja sadrži C i  $\perp$  pa p

$$p \perp \Delta = \vec{n}_\Delta = \lambda \vec{sp} \stackrel{\lambda=1}{=} (0, 1, -1) \quad C(2, -4, -4)$$

$$\Delta: (y+4) - (z+4) = 0$$

$$p: y - z = 0$$

$$(K): \begin{cases} (x-2)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = 36 \\ y - z = 0 \end{cases}$$

tražimo ortogonalnu projekciju Kružice (K) na ravní  $z=0$ .

Projekciju svake tačke Kružice (K) na ravní  $z=0$  postavljamo

popunite kroz te tačke na ravní  $z=0$ , a one će formirati kružnicu

poves. Presjele de cilindrične povesi i ravni  $z=0$  biće projekcija kruga  $(K)$  na ravan  $z=0$ . Direktrisa cilindra je krug  $(K)$  a generatriksa vektor povesi generalizise je kolinearisan sa vektorom normale ravni  $z=0$ , tj.  $\vec{s} = \lambda \vec{n}$ ,  $\vec{n} = (0, 0, 1)$

$$\text{Za } \lambda=1 \Rightarrow \vec{s} = (0, 0, 1)$$

$$N(x_0, y_0, z_0) \in (K)$$

$$g: \frac{x-x_0}{0} = \frac{y-y_0}{0} = \frac{z-z_0}{1}$$

$$g: \begin{cases} x=x_0 \Rightarrow x_0=x \\ y=y_0 \Rightarrow y_0=y \\ z=z_0+t \Rightarrow z_0=z-t \end{cases}$$

$$N \in (K) \Rightarrow y_0 - z_0 = 0$$

$$y - z + t = 0$$

$$t = z - y$$

$$x_0 = x$$

$$y_0 = y$$

$$z_0 = y$$

$$N \in (K) \Rightarrow (x_0 - 2)^2 + (y_0 + 4)^2 + (z_0 + 4)^2 = 36$$

$$(x-2)^2 + (y+4)^2 + (y+4)^2 = 36$$

$$(x-2)^2 + 2(y+4)^2 = 36$$

Projekcija kruga  $(K)$  na ravan  $z=0$  je

$$\begin{cases} (x-2)^2 + 2(y+4)^2 = 36 \\ z=0 \end{cases}$$