Nizovi

Nevena Mijajlović

Računarstvo i informacione tehnologije, PMF

Matematika 3

Niz je preslikavanje iz skupa prirodnih brojeva u neki skup X.

$$a : \mathbb{N} \to X$$

Niz je preslikavanje iz skupa prirodnih brojeva u neki skup X.

$$a : \mathbb{N} \to X$$

Ako je $X = \mathbb{R}$ - brojni niz.

Umjesto $a(1), a(2), \dots$ pišemo $a_1, a_2, \dots$

Niz obilježavamo sa $\{a : n \in \mathbb{N}\}$ ili $\{a\}_{n\in\mathbb{N}}$.

Primjeri

- $\{1, 1, 1, \dots\}$

Primjeri

- $\{1, 1, 1, \dots\}$- konstantan ili stacionaran niz

Primjeri

- $\{1, 1, 1, \dots\}$- konstantan ili stacionaran niz
- $\{1, 1, 2, 3, 4, 8, \dots\}$

Primjeri

- $\{1, 1, 1, \ldots\}$- konstantan ili stacionaran niz
- $\{1, 1, 2, 3, 4, 8, \ldots\}$ - Fibonačijev niz

Primjeri

- $\{1, 1, 1, \dots\}$- konstantan ili stacionaran niz
- $\{1, 1, 2, 3, 4, 8, \dots\}$ - Fibonačijev niz
- $\{3, 3.1, 3.14, 3.141, 3.1415, 3.14159, \dots\}$

Primjeri

- $\{1, 1, 1, \dots\}$- konstantan ili stacionaran niz
- $\{1, 1, 2, 3, 4, 8, \dots\}$ - Fibonačijev niz
- $\{3, 3.1, 3.14, 3.141, 3.1415, 3.14159, \dots\}$ - niz koji teži broju π

Primjeri

- $\{1, 1, 1, \ldots\}$- konstantan ili stacionaran niz
- $\{1, 1, 2, 3, 4, 8, \ldots\}$ - Fibonačijev niz
- $\{3, 3.1, 3.14, 3.141, 3.1415, 3.14159, \ldots\}$ - niz koji teži broju π
- $\{1, -2, 3, -4, 5, -6, \ldots\}$

Primjeri

- $\{1, 1, 1, \ldots\}$- konstantan ili stacionaran niz
- $\{1, 1, 2, 3, 4, 8, \ldots\}$ - Fibonačijev niz
- $\{3, 3.1, 3.14, 3.141, 3.1415, 3.14159, \ldots\}$ - niz koji teži broju π
- $\{1, -2, 3, -4, 5, -6, \ldots\}$ - alternativni ili naizmjenični niz

Primjeri

- $\{1, 1, 1, \dots\}$- konstantan ili stacionaran niz
- $\{1, 1, 2, 3, 4, 8, \dots\}$ - Fibonačijev niz
- $\{3, 3.1, 3.14, 3.141, 3.1415, 3.14159, \dots\}$ - niz koji teži broju π
- $\{1, -2, 3, -4, 5, -6, \dots\}$ - alternativni ili naizmjenični niz
- $\{\frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}\}$

Primjeri

- $\{1, 1, 1, \dots\}$- konstantan ili stacionaran niz
- $\{1, 1, 2, 3, 4, 8, \dots\}$ - Fibonačijev niz
- $\{3, 3.1, 3.14, 3.141, 3.1415, 3.14159, \dots\}$ - niz koji teži broju π
- $\{1, -2, 3, -4, 5, -6, \dots\}$ - alternativni ili naizmjenični niz
- $\{\frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}\}$ - niz recipročnih vrijednosti prirodnih brojeva

Primjeri

- $\{1, 1, 1, \dots\}$- konstantan ili stacionaran niz
- $\{1, 1, 2, 3, 4, 8, \dots\}$ - Fibonačijev niz
- $\{3, 3.1, 3.14, 3.141, 3.1415, 3.14159, \dots\}$ - niz koji teži broju π
- $\{1, -2, 3, -4, 5, -6, \dots\}$ - alternativni ili naizmjenični niz
- $\{\frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}\}$ - niz recipročnih vrijednosti prirodnih brojeva
- $\{n^2 : n \in \mathbb{N}\}$

Primjeri

- $\{1, 1, 1, \dots\}$- konstantan ili stacionaran niz
- $\{1, 1, 2, 3, 4, 8, \dots\}$ - Fibonačijev niz
- $\{3, 3.1, 3.14, 3.141, 3.1415, 3.14159, \dots\}$ - niz koji teži broju π
- $\{1, -2, 3, -4, 5, -6, \dots\}$ - alternativni ili naizmjenični niz
- $\{\frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}\}$ - niz recipročnih vrijednosti prirodnih brojeva
- $\{n^2 : n \in \mathbb{N}\}$ - niz kvadrata prirodnih brojeva

Osobine nizova

Neka je $\{a_n : n \in \mathbb{N}\}$ brojni niz.

- Niz je **ograničen odogo** ako postoji realan broj M takav da za svako $n \in \mathbb{N}$ važi $a_n \leq M$.

Osobine nizova

Neka je $\{a_n : n \in \mathbb{N}\}$ brojni niz.

- Niz je **ograničen odogo** ako postoji realan broj M takav da za svako $n \in \mathbb{N}$ važi $a_n \leq M$.
- Niz je **ograničen ododo** ako postoji realan broj m takav da za svako $n \in \mathbb{N}$ važi $a_n \geq m$.

Osobine nizova

Neka je $\{a_n : n \in \mathbb{N}\}$ brojni niz.

- Niz je **ograničen odogo** ako postoji realan broj M takav da za svako $n \in \mathbb{N}$ važi $a_n \leq M$.
- Niz je **ograničen ododo** ako postoji realan broj m takav da za svako $n \in \mathbb{N}$ važi $a_n \geq m$.
- Niz je **ograničen** ako je ograničen i odozdo i odozgo.

Osobine nizova

Neka je $\{a_n : n \in \mathbb{N}\}$ brojni niz.

- Niz je **ograničen odogo** ako postoji realan broj M takav da za svako $n \in \mathbb{N}$ važi $a_n \leq M$.
- Niz je **ograničen ododo** ako postoji realan broj m takav da za svako $n \in \mathbb{N}$ važi $a_n \geq m$.
- Niz je **ograničen** ako je ograničen i odozdo i odozgo.
- Niz je **neograničen** ako nije ograničen.

Osobine nizova

Neka je $\{a_n : n \in \mathbb{N}\}$ brojni niz.

- Niz je **ograničen odogo** ako postoji realan broj M takav da za svako $n \in \mathbb{N}$ važi $a_n \leq M$.
- Niz je **ograničen ododo** ako postoji realan broj m takav da za svako $n \in \mathbb{N}$ važi $a_n \geq m$.
- Niz je **ograničen** ako je ograničen i odozdo i odozgo.
- Niz je **neograničen** ako nije ograničen.
- Niz je **rastući** ako je $a_{n+1} \geq a_n$ za svako $n \in \mathbb{N}$.

Osobine nizova

Neka je $\{a_n : n \in \mathbb{N}\}$ brojni niz.

- Niz je **ograničen odogo** ako postoji realan broj M takav da za svako $n \in \mathbb{N}$ važi $a_n \leq M$.
- Niz je **ograničen ododo** ako postoji realan broj m takav da za svako $n \in \mathbb{N}$ važi $a_n \geq m$.
- Niz je **ograničen** ako je ograničen i odozdo i odozgo.
- Niz je **neograničen** ako nije ograničen.
- Niz je **rastući** ako je $a_{n+1} \geq a_n$ za svako $n \in \mathbb{N}$.
- Niz je **opadajući** ako je $a_{n+1} \leq a_n$ za svako $n \in \mathbb{N}$.

Osobine nizova

Neka je $\{a_n : n \in \mathbb{N}\}$ brojni niz.

- Niz je **ograničen odogo** ako postoji realan broj M takav da za svako $n \in \mathbb{N}$ važi $a_n \leq M$.
- Niz je **ograničen ododo** ako postoji realan broj m takav da za svako $n \in \mathbb{N}$ važi $a_n \geq m$.
- Niz je **ograničen** ako je ograničen i odozdo i odozgo.
- Niz je **neograničen** ako nije ograničen.
- Niz je **rastući** ako je $a_{n+1} \geq a_n$ za svako $n \in \mathbb{N}$.
- Niz je **opadajući** ako je $a_{n+1} \leq a_n$ za svako $n \in \mathbb{N}$.
- Niz je **monoton** ako je rastući ili opdajući

Osobine nizova

Neka je $\{a_n : n \in \mathbb{N}\}$ brojni niz.

- Niz je **ograničen odogo** ako postoji realan broj M takav da za svako $n \in \mathbb{N}$ važi $a_n \leq M$.
- Niz je **ograničen ododo** ako postoji realan broj m takav da za svako $n \in \mathbb{N}$ važi $a_n \geq m$.
- Niz je **ograničen** ako je ograničen i odozdo i odozgo.
- Niz je **neograničen** ako nije ograničen.
- Niz je **rastući** ako je $a_{n+1} \geq a_n$ za svako $n \in \mathbb{N}$.
- Niz je **opadajući** ako je $a_{n+1} \leq a_n$ za svako $n \in \mathbb{N}$.
- Niz je **monoton** ako je rastući ili opdajući
- Niz je **stacionaran** ako je $a_n = const$ za svako $n \in \mathbb{N}$.

- Niz $\{1, 2, 3, 4, \ldots\}$ je

- Niz $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$ je ograničen odozdo i monotono rastući.

- Niz $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$ je ograničen odozdo i monotono rastući.
- Niz $\{-2, -4, -6, -8, \dots\}$ je

- Niz $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$ je ograničen odozdo i monotono rastući.
- Niz $\{-2, -4, -6, -8, \dots\}$ je ograničen odozgo i monotono opadajući.

- Niz $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$ je ograničen odozdo i monotono rastući.
- Niz $\{-2, -4, -6, -8, \dots\}$ je ograničen odozgo i monotono opadajući.
- Niz $\{1, - - 1, 1, -1, \dots\}$ je

- Niz $\{1, 2, 3, 4, \ldots\}$ je ograničen odozdo i monotono rastući.
- Niz $\{-2, -4, -6, -8, \ldots\}$ je ograničen odozgo i monotono opadajući.
- Niz $\{1, - -1, 1, -1, \ldots\}$ je ograničen i niti rastući niti opadajući.

- Niz $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$ je ograničen odozdo i monotono rastući.
- Niz $\{-2, -4, -6, -8, \dots\}$ je ograničen odozgo i monotono opadajući.
- Niz $\{1, - - 1, 1, -1, \dots\}$ je ograničen i niti rastući niti opadajući.
- Niz $\{-3, -3, -3, -3, \dots\}$ je

- Niz $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$ je ograničen odozdo i monotono rastući.
- Niz $\{-2, -4, -6, -8, \dots\}$ je ograničen odozgo i monotono opadajući.
- Niz $\{1, - - 1, 1, -1, \dots\}$ je ograničen i niti rastući niti opadajući.
- Niz $\{-3, -3, -3, -3, \dots\}$ je stacionaran, pa je samim tim i ograničen.

- Niz $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$ je ograničen odozdo i monotono rastući.
- Niz $\{-2, -4, -6, -8, \dots\}$ je ograničen odozgo i monotono opadajući.
- Niz $\{1, --1, 1, -1, \dots\}$ je ograničen i niti rastući niti opadajući.
- Niz $\{-3, -3, -3, -3, \dots\}$ je stacionaran, pa je samim tim i ograničen.
- Niz $\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\}$ je

- Niz $\{1, 2, 3, 4, \ldots\}$ je ograničen odozdo i monotono rastući.
- Niz $\{-2, -4, -6, -8, \ldots\}$ je ograničen odozgo i monotono opadajući.
- Niz $\{1, - - 1, 1, -1, \ldots\}$ je ograničen i niti rastući niti opadajući.
- Niz $\{-3, -3, -3, -3, \ldots\}$ je stacionaran, pa je samim tim i ograničen.
- Niz $\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \ldots\}$ je ograničen i monotono opadajući.

- Niz $\{1, 2, 3, 4, \ldots\}$ je ograničen odozdo i monotono rastući.
- Niz $\{-2, -4, -6, -8, \ldots\}$ je ograničen odozgo i monotono opadajući.
- Niz $\{1, - - 1, 1, -1, \ldots\}$ je ograničen i niti rastući niti opadajući.
- Niz $\{-3, -3, -3, -3, \ldots\}$ je stacionaran, pa je samim tim i ograničen.
- Niz $\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \ldots\}$ je ograničen i monotono opadajući.
- Niz $\{-1, 1, -2, 2, -3, 3, \ldots\}$ je

- Niz $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$ je ograničen odozdo i monoton rastući.
- Niz $\{-2, -4, -6, -8, \dots\}$ je ograničen odozgo i monotono opadajući.
- Niz $\{1, - - 1, 1, -1, \dots\}$ je ograničen i niti rastući niti opadajući.
- Niz $\{-3, -3, -3, -3, \dots\}$ je stacionaran, pa je samim tim i ograničen.
- Niz $\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\}$ je ograničen i monotono opadajući.
- Niz $\{-1, 1, -2, 2, -3, 3, \dots\}$ je neograničen i niti je rastući niti opadajući.

Aritmetički niz

Niz $\{a_n : n \in \mathbb{N}\}$ je **aritmetički** akko postoji $d \in \mathbb{R}$ tako da važi

$$a_{n+1} - a_n = d$$

za svako $n \in \mathbb{N}$.

Aritmetički niz

Niz $\{a_n : n \in \mathbb{N}\}$ je **aritmetički** akko postoji $d \in \mathbb{R}$ tako da važi

$$a_{n+1} - a_n = d$$

za svako $n \in \mathbb{N}$.

Broj d je **razlika** ili diferencija aritmetičkog niza.

Aritmetički niz

Niz $\{a_n : n \in \mathbb{N}\}$ je **aritmetički** akko postoji $d \in \mathbb{R}$ tako da važi

$$a_{n+1} - a_n = d$$

za svako $n \in \mathbb{N}$.

Broj d je **razlika** ili diferencija aritmetičkog niza.

Iz $a_2 - a_1 = d$ slijedi

$$a_2 = a_1 + d.$$

Aritmetički niz

Niz $\{a_n : n \in \mathbb{N}\}$ je **aritmetički** akko postoji $d \in \mathbb{R}$ tako da važi

$$a_{n+1} - a_n = d$$

za svako $n \in \mathbb{N}$.

Broj d je **razlika** ili diferencija aritmetičkog niza.

Iz $a_2 - a_1 = d$ slijedi

$$a_2 = a_1 + d.$$

$$a_3 = a_2 + d = a_1 + d + d = a_1 + 2d$$

Aritmetički niz

Niz $\{a_n : n \in \mathbb{N}\}$ je **aritmetički** akko postoji $d \in \mathbb{R}$ tako da važi

$$a_{n+1} - a_n = d$$

za svako $n \in \mathbb{N}$.

Broj d je **razlika** ili diferencija aritmetičkog niza.

Iz $a_2 - a_1 = d$ slijedi

$$a_2 = a_1 + d.$$

$$a_3 = a_2 + d = a_1 + d + d = a_1 + 2d$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

Primjeri aritmetičkih nizova:

- $\{1, 1, 1, 1, \dots\}$

Primjeri aritmetičkih nizova:

- $\{1, 1, 1, 1, \dots\}$ - $a_1 = 1, d = 0$;

Primjeri aritmetičkih nizova:

- $\{1, 1, 1, 1, \dots\}$ - $a_1 = 1, d = 0$;
- $\{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$

Primjeri aritmetičkih nizova:

- $\{1, 1, 1, 1, \dots\}$ - $a_1 = 1, d = 0$;
- $\{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$ - $a_1 = 1, d = 1$;

Primjeri aritmetičkih nizova:

- $\{1, 1, 1, 1, \dots\}$ - $a_1 = 1, d = 0$;
- $\{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$ - $a_1 = 1, d = 1$;
- $\{3, 1, -1, -3, -5, \dots\}$

Primjeri aritmetičkih nizova:

- $\{1, 1, 1, 1, \dots\}$ - $a_1 = 1, d = 0$;
- $\{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$ - $a_1 = 1, d = 1$;
- $\{3, 1, -1, -3, -5, \dots\}$ - $a_1 = 3, d = -2$;

Primjeri aritmetičkih nizova:

- $\{1, 1, 1, 1, \dots\}$ - $a_1 = 1, d = 0$;
- $\{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$ - $a_1 = 1, d = 1$;
- $\{3, 1, -1, -3, -5, \dots\}$ - $a_1 = 3, d = -2$;
- $\{2, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2}, 4 \dots\}$

Primjeri aritmetičkih nizova:

- $\{1, 1, 1, 1, \dots\}$ - $a_1 = 1, d = 0$;
- $\{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$ - $a_1 = 1, d = 1$;
- $\{3, 1, -1, -3, -5, \dots\}$ - $a_1 = 3, d = -2$;
- $\{2, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2}, 4 \dots\}$ - $a_1 = 2, d = \frac{1}{2}$;

Primjeri aritmetičkih nizova:

- $\{1, 1, 1, 1, \dots\}$ - $a_1 = 1, d = 0$;
- $\{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$ - $a_1 = 1, d = 1$;
- $\{3, 1, -1, -3, -5, \dots\}$ - $a_1 = 3, d = -2$;
- $\{2, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2}, 4 \dots\}$ - $a_1 = 2, d = \frac{1}{2}$;

Zbir prvih n članova brojnog niza se obilježava sa S_n.

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n_1} + a_n$$

Zbir prvih n članova brojnog niza se obilježava sa S_n.

$$\begin{aligned} S_n &= a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n_1} + a_n \\ &= a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d + \cdots + a_1 + (n-2)d + a_1 + (n-1)d \end{aligned}$$

Zbir prvih n članova brojnog niza se obilježava sa S_n.

$$\begin{aligned} S_n &= a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n_1} + a_n \\ &= a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d + \cdots + a_1 + (n-2)d + a_1 + (n-1)d \\ &= n \cdot a_1 + d(1 + 2 + \cdots + (n-2) + (n-1)) \end{aligned}$$

Zbir prvih n članova brojnog niza se obilježava sa S_n.

$$\begin{aligned} S_n &= a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n_1} + a_n \\ &= a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d + \cdots + a_1 + (n-2)d + a_1 + (n-1)d \\ &= n \cdot a_1 + d(1 + 2 + \cdots + (n-2) + (n-1)) \\ &= n \cdot a_1 + d\frac{n(n-1)}{2} \end{aligned}$$

Zbir prvih n članova brojnog niza se obilježava sa S_n.

$$\begin{aligned} S_n &= a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n_1} + a_n \\ &= a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d + \cdots + a_1 + (n-2)d + a_1 + (n-1)d \\ &= n \cdot a_1 + d(1 + 2 + \cdots + (n-2) + (n-1)) \\ &= n \cdot a_1 + d\frac{n(n-1)}{2} \end{aligned}$$

$$S_n = n \cdot a_1 + d\frac{n(n-1)}{2}$$

Primjer: Naći zbir svih parnih dvocifrenih brojeva.

Primjer: Naći zbir svih parnih dvocifrenih brojeva.

Rješenje: Najmanji parni dvociferni broj je 10, a najveći dvocifreni je 98.

Primjer: Naći zbir svih parnih dvocifrenih brojeva.

Rješenje: Najmanji parni dvociferni broj je 10, a najveći dvocifreni je 98. Ukupno ih ima 45.

Primjer: Naći zbir svih parnih dvocifrenih brojeva.

Rješenje: Najmanji parni dvociferni broj je 10, a najveći dvocifreni je 98. Ukupno ih ima 45.
To su brojevi: $10, 12, 14, \ldots, 96, 98$.

Primjer: Naći zbir svih parnih dvocifrenih brojeva.

Rješenje: Najmanji parni dvociferni broj je 10, a najveći dvocifreni je 98. Ukupno ih ima 45.
To su brojevi: $10, 12, 14, \ldots, 96, 98$.
Razmak izmedju svaka dva uzastopna parna broja je 2.

Primjer: Naći zbir svih parnih dvocifrenih brojeva.

Rješenje: Najmanji parni dvociferni broj je 10, a najveći dvocifreni je 98. Ukupno ih ima 45.
To su brojevi: $10, 12, 14, \ldots, 96, 98$.
Razmak izmedju svaka dva uzastopna parna broja je 2. Dakle imamo aritmetički niz.

Primjer: Naći zbir svih parnih dvocifrenih brojeva.

Rješenje: Najmanji parni dvociferni broj je 10, a najveći dvocifreni je 98. Ukupno ih ima 45.
To su brojevi: $10, 12, 14, \dots, 96, 98$.
Razmak izmedju svaka dva uzastopna parna broja je 2. Dakle imamo aritmetički niz. Tada je:

$$10+12+14+\cdots+96+98 = 10\cdot 45+2\cdot\frac{45\cdot 44}{2} = 450+1980 = 2430.$$

Geometrijski niz

Niz $\{b_n : n \in \mathbb{N}\}$ je **geometrijski** akko postoji $q \in \mathbb{R}$ tako da važi

$$\frac{b_{n+1}}{b_n} = q$$

za svako $n \in \mathbb{N}$.

Geometrijski niz

Niz $\{b_n : n \in \mathbb{N}\}$ je **geometrijski** akko postoji $q \in \mathbb{R}$ tako da važi

$$\frac{b_{n+1}}{b_n} = q$$

za svako $n \in \mathbb{N}$.

Broj q se naziva količnik geometrijskog niza.

Geometrijski niz

Niz $\{b_n : n \in \mathbb{N}\}$ je **geometrijski** akko postoji $q \in \mathbb{R}$ tako da važi

$$\frac{b_{n+1}}{b_n} = q$$

za svako $n \in \mathbb{N}$.

Broj q se naziva količnik geometrijskog niza.

Iz $\frac{b_2}{b_1} = q$ slijedi

$$b_2 = q \cdot b_1 .$$

Geometrijski niz

Niz $\{b_n : n \in \mathbb{N}\}$ je **geometrijski** akko postoji $q \in \mathbb{R}$ tako da važi

$$\frac{b_{n+1}}{b_n} = q$$

za svako $n \in \mathbb{N}$.

Broj q se naziva količnik geometrijskog niza.

Iz $\frac{b_2}{b_1} = q$ slijedi

$$b_2 = q \cdot b_1 .$$

$$b_3 = q \cdot b_2 = q \cdot q \cdot b_1 = q^2 \cdot b_1$$

Geometrijski niz

Niz $\{b_n : n \in \mathbb{N}\}$ je **geometrijski** akko postoji $q \in \mathbb{R}$ tako da važi

$$\frac{b_{n+1}}{b_n} = q$$

za svako $n \in \mathbb{N}$.

Broj q se naziva količnik geometrijskog niza.

Iz $\frac{b_2}{b_1} = q$ slijedi

$$b_2 = q \cdot b_1.$$

$$b_3 = q \cdot b_2 = q \cdot q \cdot b_1 = q^2 \cdot b_1$$

$$b_n = q^{n-1} b_1$$

Primjeri geometrijskih nizova:

- $\{1, 1, 1, 1, \dots\}$

Primjeri geometrijskih nizova:

- $\{1, 1, 1, 1, \dots\}$ - $b_1 = 1, q = 1$;

Primjeri geometrijskih nizova:

- $\{1, 1, 1, 1, \dots\}$ - $b_1 = 1, q = 1$;
- $\{1, 2, 4, 8, 16, \dots\}$

Primjeri geometrijskih nizova:

- $\{1, 1, 1, 1, \dots\}$ - $b_1 = 1, q = 1$;
- $\{1, 2, 4, 8, 16, \dots\}$ - $b_1 = 1, q = 2$;

Primjeri geometrijskih nizova:

- $\{1, 1, 1, 1, \dots\}$ - $b_1 = 1, q = 1$;
- $\{1, 2, 4, 8, 16, \dots\}$ - $b_1 = 1, q = 2$;
- $\{-3, 3, -3, 3, -3, \dots\}$

Primjeri geometrijskih nizova:

- $\{1, 1, 1, 1, \dots\}$ - $b_1 = 1, q = 1$;
- $\{1, 2, 4, 8, 16, \dots\}$ - $b_1 = 1, q = 2$;
- $\{-3, 3, -3, 3, -3, \dots\}$ - $b_1 = -3, q = -1$;

Primjeri geometrijskih nizova:

- $\{1, 1, 1, 1, \dots\}$ - $b_1 = 1, q = 1$;
- $\{1, 2, 4, 8, 16, \dots\}$ - $b_1 = 1, q = 2$;
- $\{-3, 3, -3, 3, -3, \dots\}$ - $b_1 = -3, q = -1$;
- $\{4, 2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots\}$

Primjeri geometrijskih nizova:

- $\{1, 1, 1, 1, \ldots\}$ - $b_1 = 1, q = 1$;
- $\{1, 2, 4, 8, 16, \ldots\}$ - $b_1 = 1, q = 2$;
- $\{-3, 3, -3, 3, -3, \ldots\}$ - $b_1 = -3, q = -1$;
- $\{4, 2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \ldots\}$ - $b_1 = 4, q = \frac{1}{2}$;

Primjeri geometrijskih nizova:

- $\{1, 1, 1, 1, \dots\}$ - $b_1 = 1, q = 1$;
- $\{1, 2, 4, 8, 16, \dots\}$ - $b_1 = 1, q = 2$;
- $\{-3, 3, -3, 3, -3, \dots\}$ - $b_1 = -3, q = -1$;
- $\{4, 2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots\}$ - $b_1 = 4, q = \frac{1}{2}$;

Zbir prvih n članova geometrijskog niza

$$S_n = b_1 + b_2 + b_3 + \cdots + b_{n_1} + b_n$$

Zbir prvih n članova geometrijskog niza

$$\begin{aligned} S_n &= b_1 + b_2 + b_3 + \cdots + b_{n_1} + b_n \\ &= b_1 + q \cdot b_1 + q^2 \cdot b_1 + \cdots + q^{(n-2)} b_1 + q^{(n-1)} b_1 \end{aligned}$$

Zbir prvih n članova geometrijskog niza

$$
\begin{aligned}
S_n &= b_1 + b_2 + b_3 + \cdots + b_{n_1} + b_n \\
&= b_1 + q \cdot b_1 + q^2 \cdot b_1 + \cdots + q^{(n-2)} b_1 + q^{(n-1)} b_1 \\
&= b_1 (1 + q + q^2 + \cdot q^{(n-2)} + q^{(n-1)})
\end{aligned}
$$

Zbir prvih n članova geometrijskog niza

$$
\begin{aligned}
S_n &= b_1 + b_2 + b_3 + \cdots + b_{n_1} + b_n \\
&= b_1 + q \cdot b_1 + q^2 \cdot b_1 + \cdots + q^{(n-2)} b_1 + q^{(n-1)} b_1 \\
&= b_1 (1 + q + q^2 + \cdot q^{(n-2)} + q^{(n-1)}) \\
&= b_1 \frac{1 - q^n}{1 - q}
\end{aligned}
$$

Zbir prvih n članova geometrijskog niza

$$
\begin{aligned}
S_n &= b_1 + b_2 + b_3 + \cdots + b_{n_1} + b_n \\
&= b_1 + q \cdot b_1 + q^2 \cdot b_1 + \cdots + q^{(n-2)} b_1 + q^{(n-1)} b_1 \\
&= b_1 (1 + q + q^2 + \cdot q^{(n-2)} + q^{(n-1)}) \\
&= b_1 \frac{1 - q^n}{1 - q}
\end{aligned}
$$

$$S_n = b_1 \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

Zbir prvih n članova geometrijskog niza

$$\begin{aligned} S_n &= b_1 + b_2 + b_3 + \cdots + b_{n_1} + b_n \\ &= b_1 + q \cdot b_1 + q^2 \cdot b_1 + \cdots + q^{(n-2)} b_1 + q^{(n-1)} b_1 \\ &= b_1 (1 + q + q^2 + \cdot q^{(n-2)} + q^{(n-1)}) \\ &= b_1 \frac{1-q^n}{1-q} \end{aligned}$$

$$S_n = b_1 \frac{1-q^n}{1-q}$$

Za $|q| < 1$, zbir svih članova beskonačnog geometrijskog niza

$$S = b_1 \frac{1}{1-q}$$

Primjer: Naći zbir prvih n članova niza $\{1, -1, 1, -1, \dots\}$.

Primjer: Naći zbir prvih n članova niza $\{1, -1, 1, -1, \dots\}$.

Prvi član niza je 1, a $q = -1$. Dakle,

$$S_n = 1 \cdot \frac{1 - (-1)^n}{1 - (-1)} = \frac{1 - (-1)^n}{2}.$$

Primjer: Naći zbir prvih n članova niza $\{1, -1, 1, -1, \dots\}$.

Prvi član niza je 1, a $q = -1$. Dakle,

$$S_n = 1 \cdot \frac{1-(-1)^n}{1-(-1)} = \frac{1-(-1)^n}{2}.$$

Za parno n, $S_n = 0$, a za neparno $S_n = 1$.

Primjer: Naći zbir prvih 10, kao i svih članova niza $\{2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots\}$.

Primjer: Naći zbir prvih n članova niza $\{1, -1, 1, -1, \ldots\}$.

Prvi član niza je 1, a $q = -1$. Dakle,

$$S_n = 1 \cdot \frac{1 - (-1)^n}{1 - (-1)} = \frac{1 - (-1)^n}{2}.$$

Za parno n, $S_n = 0$, a za neparno $S_n = 1$.

Primjer: Naći zbir prvih 10, kao i svih članova niza $\{2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \ldots\}$.

Prvi član niza je $b_1 = 2$, a $q = \frac{1}{2}$. Dakle,

$$S_{10} = 2 \cdot \frac{1 - (\frac{1}{2})^{10}}{1 - \frac{1}{2}} = 4 \cdot (1 - \frac{1}{1024}) = 4 - \frac{1}{256} = 3,996.$$

Primjer: Naći zbir prvih n članova niza $\{1, -1, 1, -1, \dots\}$.

Prvi član niza je 1, a $q = -1$. Dakle,

$$S_n = 1 \cdot \frac{1-(-1)^n}{1-(-1)} = \frac{1-(-1)^n}{2}.$$

Za parno n, $S_n = 0$, a za neparno $S_n = 1$.

Primjer: Naći zbir prvih 10, kao i svih članova niza $\{2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots\}$.

Prvi član niza je $b_1 = 2$, a $q = \frac{1}{2}$. Dakle,

$$S_{10} = 2 \cdot \frac{1-(\frac{1}{2})^{10}}{1-\frac{1}{2}} = 4 \cdot (1 - \frac{1}{1024}) = 4 - \frac{1}{256} = 3,996.$$

$S = 2 \cdot \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 4.$