2 OSNOVNI ELEMENTI TEORIJE VEROVATNOĆE

Eksperiment koji se izvodi u praksi može biti **deterministički** i **slučajni**. Kod determinističkog eksperimenta u svakom ponavljanju eksperimenta pri istim uslovima dobija se uvek isti rezultat. Rezultat eksperimenta se naziva i **ishodom**. Dakle, kod determinističkog eksperimenta se unapred zna ishod. Kod slučajnog eksperimenta se ne može predvideti ishod. Primer slučajnog eksperimenta je bacanje kockice za igru. Ona na svakoj strani ima od jedne do šest tačkica. Registruje se broj tačkica na gornjoj strani kocke. Iako se zna da je ishod jedan od brojeva $1, 2, 3, 4, 5, 6$, ne može se tvrditi koji će se broj registrovati u sledećem bacanju. Eksperiment koji se sastoji u bacanju jednog novčića, pri čemu se registruje gornja strana novčića, ima samo dva moguća ishoda: ,,pismo" i ,,glava". Ipak, ishod svakog pojedinog bacanja je nepredvidiv. Ovo su tipični primeri statističkih eksperimenata.

Statistički eksperiment je onaj koji zadovoljava sledeće uslove:
1) može se ponavljati proizvoljan broj puta pod istim uslovima,
2) unapred je definisano šta se registruje u eksperimentu i poznati su svi mogući ishodi,
3) ishod svakog pojedinačnog eksperimenta nije unapred poznat.

Statistički eksperiment nije samo ,,laboratorijski", tj. namerno izazvan eksperiment. Mnoga posmatranja prirodnih i društvenih pojava imaju osobine statističkog eksperimenta. Neka je Ω skup svih logički mogućih ishoda posmatrane pojave, odnosno skup svih rezultata eksperimenta. Ovaj skup može biti konačan, prebrojivo ili neprebrojivo beskonačan. Ako je eksperiment deterministički, Ω ima samo jedan element, a ako je slučajni (nedeterministički), onda Ω ima bar dva elementa.

Element ovog skupa tj. $\omega \in \Omega$ je **elementarni događaj** ili **ishod**, a svaki podskup od Ω je **slučajni događaj.** Slučajni događaji se obeležavaju velikim slovima latinice $A, B, C, \ldots$ Kako je $\{\omega\} \subset \Omega$, to je i svaki ishod slučajni događaj.

Kaže se da se slučajni događaj $A \subseteq \Omega$ **realizovao** (**ostvario**) ako se realizovao bilo koji od elementarnih događaja (ishoda) $\omega \in A$. Zato je $\omega \in A$ **povoljan ishod** za događaj A.

Kako se u teoriji verovatnoće razmatraju samo slučajni događaji, to se reč ,,slučajni" najčešće izostavlja.

Primer 1. Eksperiment je bacanje kocke za igru i registruje se broj (broj tačkica) na gornjoj strani.

Skup svih ishoda je $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Kako je $\{4, 5, 6\} \subset \Omega$, to je $A = \{4, 5, 6\}$ jedan slučajni događaj.
Ako posle bacanja kocke na gornjoj strani bude pet tačkica, tj. ako se registruje broj 5, događaj A se realizovao, a ako se registruje broj 2, događaj A se nije realizovao. Povoljni ishodi za događaj A su $\{4\}$, $\{5\}$, i $\{6\}$. Događaj A se može opisati kao događaj da se registruje broj veći od tri. Kraće se piše A: ,,da je broj veći od tri".

Kako je $\{2, 4, 6\} \subset \Omega$, to je $B = \{2, 4, 6\}$ jedan slučajni događaj. Događaj B se može opisati sa B: ,,da je broj paran"

Događaj C : ,, da je broj neparan" je skup $\{1, 3, 5\} \subset \Omega$.

Događaj D : ,, da je broj deljiv sa tri" je $D = \{3, 6\}$.

Događaj E : ,, da je broj deljiv sa pet" je $E = \{5\}$.
Može se primetiti da je slučajni događaj E zapravo elementarni događaj ili ishod.

Primer 2. Eksperiment se sastoji u bacanju jednog novčića četiri puta. Registruje se koliko je ukupno puta palo ,,pismo". Skup svih ishoda je $\Omega = \{0, 1, 2, 3, 4\}$.

Događaj A: ,, da padne pismo više od tri puta" je $A = \{4\}$.

Događaj B: ,, da padne pismo bar dva puta" je $B = \{2, 3, 4\}$.

Primer 3. Eksperiment se sastoji u bacanju jednog novčića četiri puta. Registruje se niz ,,pisama" (p) i ,,glava" (g). Skup svih ishoda je

$$\Omega = \{\, pppp,\, pppg,\, ppgp,\, \ldots,\, gggg\}.$$

To su svi nizovi dužine četiri od slova p i g. Ima ih $2^4 = 16$.

Događaj A: ,, da padne glava više nego pisama" je
$A = \{gggg,\ gggp,\ ggpg,\ gpgg,\ pggg\}$.

Primer 4. Eksperiment je partija šaha. Ako se registruje rezultat, onda je

$$\Omega = \{\text{pobeda belog}, \quad \text{pobeda crnog}, \quad \text{remi}\}.$$

Ako se registruje broj poteza, onda je $\Omega = \{1, 2, 3, \ldots\}$. Ovo je prebrojivo beskonačan skup ishoda.

Primer 5. Eksperiment je merenje vlažnosti vazduha na određenom mestu u određeno vreme. Registruje se vlažnost vazduha u procentima pa je
$\Omega = \{v \in \mathcal{R} \,|\, 0 \le v \le 100\}$, tj. $\Omega = [0, 100]$. Skup ishoda Ω je neprebrojiv.

2.1 ALGEBRA DOGAĐAJA

Pošto je $\Omega \subseteq \Omega$, sledi da je Ω slučajan događaj i naziva se **siguran događaj** jer se mora realizovati pri vršenju eksperimenta. Iz $\emptyset \subseteq \Omega$ sledi da je i prazan skup slučajni događaj. To je **nemoguć događaj** i on se nikad ne ostvaruje.

Za događaj A se kaže da **povlači** (implicira) događaj B ako je $A \subseteq B$ odnosno, kad god se realizuje događaj A, realizuje se i događaj B.

Za događaje A i B skup $A \cap B$ je **presek događaja** A i B. To je novi događaj koji se realizuje ako i samo ako se realizuje događaj A i realizuje događaj B. Odnosno, događaj $A \cap B$ se realizuje ako i samo ako se realizuju oba događaja A i B istovremeno. Češće se umesto termina presek događaja koristi termin **proizvod događaja** i tada se koristi oznaka AB.

Ako je presek događaja prazan skup, tj. ako je $AB = \emptyset$, kaže se da su događaji A i B disjunktni ili da se uzajamno isključuju.

Tri događaja A, B i C se uzajamno isključuju ako je $AB = \emptyset$, $AC = \emptyset$ i $BC = \emptyset$.

Događaji $A_1, A_2, \ldots, A_n \ldots \quad n \in N$ se uzajamno isključuju (međusobno su disjunktni) ako je $A_i A_j = \emptyset$ za $i \neq j, \quad i, j = 1, 2, 3, \ldots$

Za događaje A i B skup $A \cup B$ je **unija događaja** A i B. To je događaj koji se realizuje ako i samo ako se realizuje događaj A ili se realizuje događaj B. Odnosno, događaj $A \cup B$ se realizuje ako i samo ako se realizuje bar jedan od događaja A i B (mogu i oba). U slučaju da je $AB = \emptyset$, unija događaja se obeležava sa $A + B$ i koristi se termin **zbir događaja**.

Napomena. Uobičajen je sledeći zapis

$$A_1 + A_2 + \ldots + A_n = \sum_{i=1}^{n} A_i \quad \text{odnosno,} \quad A_1 + A_2 + \ldots + A_n + \ldots = \sum_{i=1}^{+\infty} A_i \quad \text{za}$$

uniju konačno mnogo ili prebrojivo beskonačno događaja koji se uzajamno isključuju.

Za događaje A i B skup $A \backslash B$ je **razlika događaja** A i B. To je događaj koji se realizuje ako i samo ako se realizuje događaj A i ne realizuje događaj B.

Ako je A događaj, onda se komplement skupa A, tj. $\Omega \backslash A$, naziva **suprotan događaj**, a obeležava se sa $\overline{A}$. Događaj $\overline{A}$ se realizuje ako i samo ako se događaj A ne realizuje.

Kako su operacije unije, preseka, komplementa itd. uvedene nad skupom događaja na potpuno isti način kao što je to učinjeno u teoriji skupova, očigledno da sva pravila, odnosi i operacije koje važe u teoriji skupova važe i nad skupom događaja.

Primer 6. Neka su eksperiment i događaji A, B, C, D i E kao u primeru 1.

Događaj S: „broj je manji od 20" je siguran događaj jer je $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = \Omega$.

Događaj N: „broj je deljiv sa 7" je nemoguć događaj, jer među brojevima od 1 do 6 nema broja koji je deljiv sa 7, te je $N = \emptyset$.

Događaj $E = \{5\}$ povlači događaj $A = \{4, 5, 6\}$ tj. $E \subseteq A$.

Događaj $C = \{1, 3, 5\}$ je suprotan događaju $B = \{2, 4, 6\}$ tj. $C = \overline{B}$.

Presek događaja A i B je $A \cap B = \{4, 5, 6\} \cap \{2, 4, 6\} = \{4, 6\}$.
Presek događaja A i D je $A \cap D = \{4, 5, 6\} \cap \{3, 6\} = \{6\}$,
a presek događaja D i E je događaj $D \cap E = \{3, 6\} \cap \{5\} = \emptyset$. Zaključuje se da se događaji D i E se uzajamno isključuju.

Unija događaja A i B je $A \cup B = \{4, 5, 6\} \cup \{2, 4, 6\} = \{2, 4, 5, 6\}$. Zbir događaja B i E je $B + E = \{2, 4, 6\} \cup \{5\} = \{2, 4, 5, 6\}$, dok je zbir događaja D i E događaj
$D + E = \{3, 6\} \cup \{5\} = \{3, 5, 6\}$.

Razlike događaja A i D, odnosno A i B su redom $A \backslash D = \{4, 5, 6\} \backslash \{3, 6\} = \{4, 5\}$ i
$A \backslash B = \{4, 5, 6\} \backslash \{2, 4, 6\} = \{5\}$.

2.2 VEROVATNOĆA I OSNOVNE OSOBINE

Statistička definicija verovatnoće. Jedna od osobina statističkog eksperimenta je da se on može ponavljati neograničen broj puta pod istim uslovima. Pretpostavimo da se eksperiment u kome se može realizovati događaj A ponavlja n puta.

Neka je f_A broj realizacija događaja A u jednoj seriji od n ponavljanja eksperimenta. Broj f_A je apsolutna frekvencija događaja A, a broj $\dfrac{f_A}{n}$ je relativna frekvencija događaja A u n ponavljanja eksperimenta. U drugoj seriji od n ponavljanja eksperimenta relativna frekvencija $\dfrac{f_A}{n}$ imaće drugu vrednost. Međutim, ako se u velikim serijama ponavljanja eksperimenta relativne frekvencije $\dfrac{f_A}{n}$ grupišu oko nekog broja (označićemo ga sa $P(A)$), onda se taj broj uzima za verovatnoću događaja A.

Aksiomatska (savremena) definicija verovatnoće.[1] Verovatnoća je funkcija P koja svakom događaju $A \subseteq \Omega$ pridružuje realan broj $P(A)$, sa sledećim osobinama:

1. verovatnoća bilo kog događaja je nenegativna, tj. $P(A) \geq 0$ za svako $A \subseteq \Omega$,
2. verovatnoća sigurnog događaja je 1, odnosno $P(\Omega) = 1$, (verovatnoća je normirana funkcija)
3. za međusobno disjunktne događaje $A_1, A_2, A_3 \ldots$ važi $\sigma-$aditivnost

$$P\left(\sum_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i).$$

Konkretno, treća osobina verovatnoće znači da za dva disjunktna događaja ($AB = \emptyset$), važi

$$P(A+B) = P(A) + P(B),$$

a za tri međusobno disjunktna događaja, ($AB = \emptyset$, $AC = \emptyset$, $BC = \emptyset$), važi

$$P(A+B+C) = P(A) + P(B) + P(C).$$

Iz ove definicije proizilaze i sledeće osobine verovatnoće:

1. verovatnoća nemogućeg događaja je 0, odnosno $P(\emptyset) = 0$,
2. verovatnoća suprotnog događaja je $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$,
3. ako događaj A implicira događaj B $(A \subseteq B)$ tada je $P(A) \leq P(B)$,
4. za svaki događaj A važi, $0 \leq P(A) \leq 1$,
5. verovatnoća unije dva događaja je $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$.

U praksi često eksperiment ima konačno mnogo ishoda koji su jednako verovatni, tj. skup svih ishoda je na primer $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_k\}$ i važi $P(\omega_1) = P(\omega_2) = \cdots = P(\omega_k) = \dfrac{1}{k}$ (kao što je , recimo, pri bacanju kocke za igru). Onda je od značaja sledeća definicija.

[1]definicija je prilagođena čitaocima kojima je namenjen udžbenik

Klasična definicija verovatnoće. Neka je Ω konačan skup ishoda koji su jednako verovatni. Verovatnoća događaja A jednaka je odnosu broja povoljnih ishoda m prema broju svih mogućih ishoda k, tj.

$$P(A) = \frac{m}{k}.$$

Primer 7. Neka su događaji A, B, C, D i E kao u primeru 1. Odrediti verovatnoće ovih događaja.

Rešenje. Ukupan broj ishoda je 6. Svi su ishodi jednako verovatni. Kako je $A = \{4, 5, 6\}$, broj povoljnih ishoda za događaj A je 3. Znači, $P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.
Slično, $P(B) = \frac{1}{2}$, $P(C) = \frac{1}{2}$, $P(D) = \frac{1}{3}$, $P(E) = \frac{1}{6}$.

Primer 8. Jedan novčić se baca dva puta. Registruje se gornja strana novčića. Izračunati verovatnoće događaja A : ,,da tačno jednom padne pismo", događaja B : ,,da bar jednom padne pismo" i događaja C : ,,da je u prvom bacanju pismo, a u drugom glava".

Rešenje. Ukupan broj ishoda je 4, jer je $\Omega = \{pp, pg, gp, gg\}$. Kako je $A = \{pg, gp\}$, sledi $P(A) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$. Iz $B = \{pp, pg, gp\}$, sledi $P(B) = \frac{3}{4}$. Pošto je $C = \{pg\}$, zaključuje se $P(C) = \frac{1}{4}$.

2.3 USLOVNA VEROVATNOĆA. NEZAVISNOST

Često je prilika da se traži verovatnoća nekog događaja B, a da se ima informacija da se određeni događaj A realizovao. Neka su eksperiment i događaj C kao u primeru 8. Recimo da se ima informacija da je u oba bacanja novčić pao na istu stranu. Posle te informacije skup svih ishoda je $\{pp, gg\}$ i verovatnoća događaja C je $P(C) = 0$. Pre dodatne informacije ta verovatnoća je bila $\frac{1}{4}$.
Uslovna verovatnoća događaja B, pri uslovu da se realizovao događaj A sa $P(A) > 0$, u oznaci $P(B|A)$, jednaka je

$$P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)}.$$

Odavde sledi da je verovatnoća proizvoda dva događaja jednaka

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B|A) = P(B) \cdot P(A|B).$$

Ako verovatnoća realizacije događaja B ne zavisi od realizacije događaja A sa $P(A) > 0$, tada mora biti

$$P(B|A) = P(B).$$

Zato se za dva događaja A i B kaže da su **nezavisni** (stohastički nezavisni) ako je

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B).$$

Ukoliko ovaj uslov nije zadovoljen, kaže se da su događaji A i B **zavisni**.

Primer 9. Iz špila (52 karte) se slučajno izvlači jedna karta. Da li su događaji A :,, izvučena je dama" i B :,, izvučen je pik" nezavisni?

Rešenje. Događaj A ima četiri povoljna ishoda: ,, izvučena je dama pik", ,, izvučena je dama herc", ,, izvučena je dama tref" i ,, izvučena je dama karo". Sledi,

$$P(A) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}.$$

Događaj B ima 13 povoljnih ishoda: ,, izvučena je jedinica pik", ,, izvučena je dvojka pik", . . . ,, izvučen je kralj pik". Zato je

$$P(B) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}.$$

Događaj AB ima samo jedan povoljan ishod ,,izvučena je dama pik" pa je

$$P(AB) = \frac{1}{52}.$$

Iz $\quad P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{13} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{52} = P(AB) \quad$ sledi da su ovi događaji nezavisni.

Zadatak 1. U jednom preduzeću je 200 zaposlenih svrstano po polu i godinama starosti sledećom tabelom

starost	muški	ženski	ukupno
[0, 30)	20	30	50
[30, 50)	70	60	130
[50, 65]	12	8	20
			200

Kolika je verovatnoća da je slučajno izabrani zaposleni

a) od 30 do 50 godina starosti

b) muškog pola

c) ženskog pola ili ispod 30 godina starosti

d) ženskog pola ako se zna da je ispod 30 godina starosti.

Rezultat. a) 0,65 b) 0,51 c) 0,59 d) 0,6.

Zadatak 2. Iz skupa $S = \{1, 2, \ldots, 20\}$ je slučajno izabran jedan broj. Ako je poznato da je izabran broj deljiv sa 3, kolika je verovatnoća da je izabran paran broj?

Rezultat. 0,5.

Zadatak 3. Broj prodatih jakni, u jednoj prodavnici, svrstan je po boji i proizvođaču

proizvođač	boja	br. jakni
najk	teget	34
najk	crna	10
najk	braon	4
adidas	teget	26
adidas	crna	4
adidas	braon	2
		80

Naći verovatnoću da će sledeća kupljena jakna biti
a) marke najk,
b) braon, marke adidas,
c) teget ili crna,
d) crna ili marke najk.

Rezultat. a) 0,6 b) 0,025 c) 0,925 d) 0,65.

Zadatak 4. Kolika je verovatnoća da se pri bacanju kockice dobije neparan broj ako se zna da je pao broj manji od pet.

Rezultat. 0,5.

Zadatak 5. Ako je poznato da je iz špila (52 karte) izvučena karta crvene boje, naći verovatnoću da je izvučena desetka.

Rezultat. $\frac{1}{13}$.

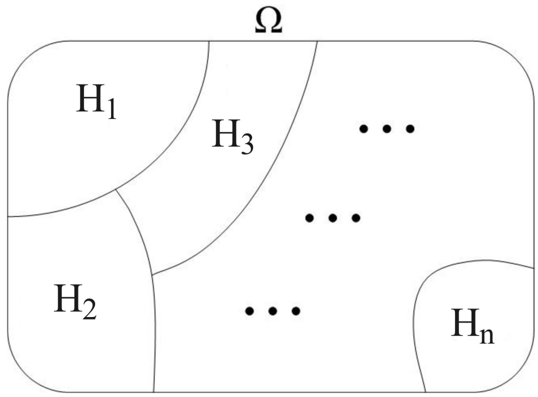
Zadatak 6. U jednoj prodavnici je 95 ispravnih i 5 neispravnih sijalica. U želji da kupi dve sijalice, kupac isprobava jednu po jednu. Ako isproba samo dve sijalice, naći verovatnoću da su obe ispravne. (Jasno da se jednom isprobana sijalica ne vraća bilo da je ispravna ili neispravna.)

Rezultat. 0,902.

2.4 FORMULA TOTALNE VEROVATNOĆE. BAJESOVA FORMULA

Formula totalne verovatnoće i Bajesova formula u pojedinim slučajevima olakšavaju nalaženje ,,običnih" i uslovnih verovatnoća. One važe za potpun sistem događaja.

Za međusobno disjunktne događaje $H_1, H_2, \ldots, H_n$ kaže se da čine **potpun sistem događaja** ako je $H_1 + H_2 + \ldots + H_n = \Omega$ i $P(H_i) > 0$ za svako $i = 1, 2, \ldots, n$.
Događaji $H_1, H_2, \ldots, H_n$ se nazivaju **hipotezama** ili **uzrocima**.



Slika 3: Potpun sistem događaja H_i.

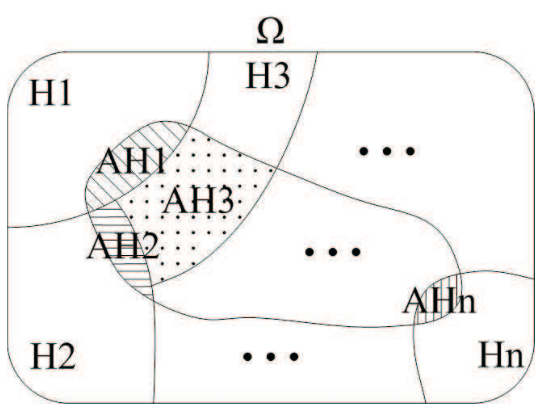
Ako se događaj A realizuje kao posledica raznih uzroka H_i i ako se znaju uslovne verovatnoće $P(A|H_i)$, može se naći verovatnoća događaja A.

Formula totalne verovatnoće. Ako događaji $H_1, H_2, \ldots, H_n$ čine potpun sistem događaja, tada za bilo koji događaj $A \subseteq \Omega$ važi

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(A|H_i) \cdot P(H_i).$$

Iz činjenice da za svaki događaj $A \subseteq \Omega$ važi (slika 4.) da je $A = \sum\limits_{i=1}^{n} AH_i,$ sledi

$$P(A) = P\left(\sum_{i=1}^{n} AH_i\right) = \sum_{i=1}^{n} P(AH_i) = \sum_{i=1}^{n} P(A|H_i) \cdot P(H_i).$$



Slika 4: $A = \sum\limits_{i=1}^{n} AH_i,$

Primer 10. Jedna serija od 200 proizvoda ima 5% neispravnih, a druga serija od 150 proizvoda ima 6% neispravnih. Iz prve serije se slučajno bira 60, a iz druge 40 proizvoda koji se nose u prodavnicu. Kolika je verovatnoća da kupac kupi jedan ispravan proizvod?

Rešenje.

Događaj A : ,,kupljeni proizvod je ispravan".

Događaj H_1 : ,,kupljeni proizvod je iz prve serije" $\Longrightarrow P(H_1) = \dfrac{60}{60+40} = 0,6.$

Događaj H_2 : ,,kupljeni proizvod je iz druge serije" $\Longrightarrow P(H_2) = \dfrac{40}{60+40} = 0,4.$

Verovatnoća da je kupljen ispravan proizvod iz prve serije je $P(A|H_1)=1-0,05=0,95.$

Verovatnoća da je kupljen ispravan proizvod druge serije je $P(A|H_1)=1-0,06=0,94.$

$P(A) = P(A|H_1)\cdot P(H_1) + P(A|H_2)\cdot P(H_2) = 0,95\cdot 0,6 + 0,94\cdot 0,4 = 0,946.$

Neka se događaj A realizuje kao posledica raznih uzroka H_i $(i = 1,2,\ldots,n)$. Ako se zna da se A realizovao, može se naći kolika je verovatnoća da se on realizovao pod određenim uzrokom H_k tj. $P(H_k|A)$.

Bajesova formula ili formula verovatnoće hipoteza (uzroka).

Ako događaji $H_1, H_2, \ldots, H_n$ čine potpun sistem događaja, tada za bilo koji događaj $A \subseteq \Omega$, sa $P(A) > 0$, važi

$$P(H_k|A) = \frac{P(A|H_k)\cdot P(H_k)}{P(A)} = \frac{P(A|H_k)\cdot P(H_k)}{\sum\limits_{i=1}^{n} P(A|H_i)\cdot P(H_i)} \qquad k = 1,2,3,\ldots,n.$$

Primer 11. Akumulator može pripadati jednoj od tri serije sa verovatnoćama $0,25$; $0,5$; i $0,25$ redom. Verovatnoća da će akumulator prve serije raditi tri zime je $0,1$. Verovatnoća da će akumulator druge serije raditi tri zime je $0,2$ i treće serije je $0,4$.

a) Naći verovatnoću da kupljen akumulator radi tri zime.

b) Ako je akumulator radio tri zime, naći verovatnoću da je iz treće serije.

Rešenje. Neka je događaj A : ,,akumulator radi tri zime".

Za događaj H_1 : ,,akumulator je iz prve serije" $\Longrightarrow P(H_1) = 0,25$ i za događaj

$A|H_1$: ,,akumulator prve serije radi tri zime" $\Longrightarrow P(A|H_1) = 0,1.$

Za događaj H_2 : ,,akumulator je iz druge serije" $\Longrightarrow P(H_2) = 0,5$ i za događaj

$A|H_2$: ,,akumulator druge serije radi tri zime" $\Longrightarrow P(A|H_2) = 0,2.$

Za događaj H_3 : ,,akumulator je iz treće serije" $\Longrightarrow P(H_3) = 0,25$ i za događaj

$A|H_3$: ,,akumulator treće serije radi tri zime" $\Longrightarrow P(A|H_3) = 0,4.$

a) $P(A) = P(A|H_1)\cdot P(H_1) + P(A|H_2)\cdot P(H_2) + P(A|H_3)\cdot P(H_3) =$
$= 0,1\cdot 0,25 + 0,2\cdot 0,5 + 0,25\cdot 0,4 = 0,225.$

b) $P(H_3|A) = \dfrac{P(A|H_3)\cdot P(H_3)}{P(A)} = \dfrac{0,4\cdot 0,25}{0,225} = \dfrac{4}{9}.$

Zadatak 7. U jednoj kutiji se nalaze dve bele i tri crne kuglice, a u drugoj četiri bele i tri crne. Ako se slučajno bira jedna kutija i iz nje izvlači jedna kuglica, naći verovatnoću da se izvuče crna kuglica. Smatra se da su izbori kutija jednako verovatni događaji.

Rezultat. $\dfrac{18}{35}.$

Zadatak 8. U jedan objekat se ugrađuju cevi dveju fabrika I i II. Fabrika I dostavlja 65%, a II fabrika 35% potrebnih cevi. Propisanom standardu odgovara 95% cevi I fabrike i 90% cevi II fabrike.

a) Odrediti verovatnoću da slučajno izabrana cev bude standardna,

b) odrediti verovatnoću da je ugrađena cev iz I fabrike ako se zna da je ugrađena cev standardna.

Rezultat. a) 0,93 b) 0,66.