Глава VI

ВЕРОВАТНОЋА И СТАТИСТИКА

6.1. СЛУЧАЈНИ ДОГАЂАЈИ

Скуп свих могућих исхода једног експеримента назива се *простор исхода* (простор елементарних догађаја): $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n\}$ Сваки подскуп A скупа Ω назива се *случајни догађај*. Догађај Ω назива се *сигурни догађај*, а догађај $\emptyset$ - *немогућ догађај*. Операције у пољу догађаја:

$\overline{A}$ (или$\neg A$) $= \Omega \setminus A$ је догађај комплементаран догађају A.

$A \cup B$ - унија догађаја A и B

$A \cap B$ - пресек догађаја A и B.

Догађаји A и B су дисјунктни ако је $AB = \emptyset$, а ако је $A \subset B$, каже се да догађај A повлачи догађај B.

608. Одредити простор Ω елементарних догађаја у следећим експериментима:

а) бацање једне коцке за игру; б) бацање две коцке за игру;

в) бацање новчића; г) бацање два новчића;

д) бацање новчића и коцке;

ђ) извлачење 3 куглице из кутије која садржи две беле и три црне куглице.

609. У кутији се налазе четири листића обележена бројевима 1, 2, 3, 4. Одредити простор елементарних догађаја, ако се листићи извлаче један по један до појаве непарног броја:

а) без враћања, б) са враћањем.

610. Опит се састоји у бацању коцке све док не падне шестица. Дефинисати простор исхода који одговара овом опиту.

611. Да ли следећи догађаји чине потпун систем догађаја:
а) Баца се новчић: A_1 - појава грба, A_2 - појава писма.
б) Бацају се два новчића: A_1 - појава два грба, A_2 - појава два писма?

612. Експеримент се састоји од гађања у мету са два метка. Да ли се следећи догађаји међусобно искључују или не:

а) A_1 - ниједан погодак, A_2 - један погодак, A_3 - два поготка;

б) A_1 - бар један погодак, A_2 - бар један промашај.

613. Експеримент се састоји у бацању два новчића. Да ли су једнако вероватни следећи догађаји: A_1 - појава два грба; A_2 - појава два писма; A_3 - појава једног грба и једног писма?

614. Баца се коцка за игру. Нека је A догађај: добијени број је дељив са 2, а B догађај: добијени број је дељив са 4. Шта означавају догађаји: $A \cup B$, $\overline{A}$, $\overline{B}$, $A \cap \overline{B}$ и $\overline{A} \setminus \overline{B}$?

615. Нека су A, B и C случајни догађаји. Доказати да важе једнакости:

а) $(A \cap B) \cup (A \cap \overline{B}) = A$;

б) $(A \setminus B) \cup (B \setminus A) = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$;

в) $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$;

г) $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$;

д) $(A \cap C) \cup (A \cap \overline{B}) \cup (A \cap B) = A$;

ђ) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;

е) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

6.2. КОНАЧАН ПРОСТОР ВЕРОВАТНОЋА

Нека су исходи $\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_n$ у простору $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_n\}$ једнако вероватни. Вероватноћа догађаја $A \subset \Omega$ је $P(A) = \frac{m}{n}$, где је m број повољних исхода за догађај A, а n број свих могућих исхода.

Својства вероватноће:

1. $P(A + B) = P(A) + P(B)$;
2. $P(\emptyset) = 0$;
3. $P(\Omega) = 1$;
4. $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$;
5. $A \subset B$ повлачи $P(A) \leq P(B)$;
6. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$.

616. Баца се коцка. Колико је вероватноћа да ће се показати страна са парним бројем тачака?

617. У кутији се налази 10 куглица - 3 црвене и 7 плавих. Колика је вероватноћа да се приликом једног извлачења појави куглица плаве боје?

618. Од бројева 1,2,3,4 одабира се један, а затим од преостала три други. Колико је вероватноћа да ће бити одабрани:

а) два непарна броја; б) два парна броја;

в) два броја различите парности?

619. Бацају се истовремено две коцке. Наћи вероватноћу следећих догађаја:

а) збир добијених поена је 8;

б) производ добијених поена је 8;

в) збир добијених поена је већи од производа добијених поена.

620. Колика је вероватноћа да се при бацању коцке два пута узастопно појави страна са 6 тачака?

621. Доказати да вероватноћа уније два догађаја није већа од збира вероватноћа тих догађаја.

622. Наћи вероватноћу да се у два узастопна бацања двеју коцки добије:

а) оба пута збир 7; б) једанпут збир 6, а једанпут 9;

в) први пут збир 8, а други пут 10.

623. У једној кутији има 18 зелених, 16 плавих и 14 белих куглица. Колика је вероватноћа да ће се у три узастопна извлачења добити: а) два пута зелена, а једанпут плава куглица; б) први пут бела, други и трећи пут плава куглица, ако се извучена куглица не враћа у кутију?

624. Три играча играју преферанс. Сваки од њих је добио 10 карата и две су остале у талону. Један од играча је добио 6 треф-карата и четири које нису треф. Он мења две од тих четири и узима две карте из талона. Наћи вероватноћу да добије две карте трефове боје.

625. У бубњу се налази 37 куглица, на којима су исписани бројеви 1, 2, 3, ..., 37. Две куглице се извлаче једна за другом. Колико је вероватноћа да је број на првој куглици већи од броја на другој?

626. У кутији се налази a-белих, b-црних и c-црвених куглица. Ваде се куглице једна за другом и записује се њихова боја. Наћи вероватноћу да се бела куглица појави пре него црна.

627. У кутији се налази a белих и b црних куглица ($a \geq 2$, $b \geq 3$). Одредити вероватноће догађаја:

а) При истовременом извлачењу две куглице извуку се две беле;

б) при истовременом извлачењу две куглице извуче се једна бела и једна црна;

в) при извлачењу одједном пет куглица две буду беле и 3 црне.

628. У кутији се налази n коцкица обележних бројевима 1, 2, ..., n.

а) Из кутије се ваде једна за другом све коцкице;

б) Из кутије се вади једна коцкица, њен број се запише, затим се она врати и измеша са осталима, па се поступак понови још $n-1$ пут. Колика је вероватноћа да се у сваком од ових експеримената добије поредак коцкица 1, 2, 3, ..., n?

629. У новчанику се налази 12 новчића - 4 комада по 5 динара, 3 по 10, 2 по 20 и 3 по 50 динара. На случајан начин се извлаче четири новчића. Колика је вероватноћа да ће се извући купно 40 динара?

630. Контролом је утврђено да је 1/3 производа с грешком. Шта је вероватније: да од 12 производа, узимајући 8 производа, међу њима буду 2 с грешком или 3 с грешком?

631. Из кутије у којој се налази m црвених и n плавих куглица извучено је k куглица. Ако су све извучене куглице исте боје, колика је вероватноћа да су све плаве?

632. Колика је вероватноћа да се добије збир 14, ако се баце: а) три коцке; б) једанаест коцки?

633. Из шпила од 52 карте извлаче се истовремено четири карте. Одредити вероватноћу догађаја да се међу извученим картама налази:

а) тачно једна треф-карта; б) бар једна треф-карта;

в) све четири треф-карта; г) ни једна треф-карта.

634. Студент зна 85 од 100 питања. На испиту се извлачи цедуља са 3 питања. Ако су питања независна, наћи вероватноће догађаја да студент извуче цедуљу на којој:

а) зна сва три питања; б) не зна ни једно питање;

в) зна бар два питања.

635. У лифт петоспратне зграде у приземљу су ушла три путника. Сваки од њих излази на произвољном спрату (почевши од првог) са једнаком вероватноћом. Колике су вероватноће следећих догађаја:

а) сви путници излазе на трећем спрату;

б) сви путници ће изаћи истовремено;

в) сви путници ће изаћи на различитим спратовима?

636. Шпил од 52 карте дели се случајно на два дела од по 26 карата. Наћи вероватноће следећих догађаја:

а) у сваком од делова се налазе по две даме;

б) у једном од делова се налазе три даме, а у другом једна;

в) у првом делу нема ни једне даме, а у другом су све четири.

637. Израчунати вероватноћу да се при бацању два метална новчића и на једном и на другом појави грб.

638. а) Коцка се два пута баца. Колика је вероватноћа да у првом бацању падне 1,2 или 3, а у другом 3 или 5?

б) Коцка се баца три пута. Колика је вероватноћа да у првом бацању падне 1,2 или 3, у другом 3 или 5, у трећем 2,4 или 6?

639. Колика је вероватноћа да се при бацању коцке за игру појави:

а) број мањи од 5;

б) број који је дељив са 2 или са 3?

640. Два стрелца истовремено гађају у циљ. Један од њих има 70%, а други 60% погодака. Наћи вероватноћу да бар један од њих погоди у циљ.

641. Из скупа $\{1, 2, 3, \ldots, 34\}$ изабрана су на случајан начин три броја. Колика је вероватноћа да је њихов збир паран?

6.3. УСЛОВНА ВЕРОВАТНОЋА. НЕЗАВИСНОСТ. ФОРМУЛА ПОТПУНЕ ВЕРОВАТНОЋЕ И БАЈЕСОВА ФОРМУЛА

Условна вероватноћа

Нека је $A \subset \Omega$, $B \subset \Omega$, $P(A) \neq \emptyset$. Условна вероватноћа догађаја B при услову A је број

$$P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)}.$$

Независни догађаји

Догађаји A и B су независни ако важи $P(AB) = P(A)P(B)$.

Формула потпуне вероватноће

Нека су $A_1, A_2, \ldots, A_n$ међусобно дисјунктни подскупови скупа Ω такви да је њихова унија једнака скупу Ω и да су њихове вероватноће различите од нуле и нека је $D \subset \Omega$ произвољни догађај. Тада је

$$P(D) = P(A_1)P(D|A_1) + P(A_2)P(D|A_2) + \cdots + P(A_n)P(D|A_n).$$

Бајесова формула

Под условима као и код формуле потпуне вероватноће важи

$$P(A_m|D) = \frac{P(A_m)P(D|A_m)}{P(D)}, \qquad m \in \{1, 2, \cdots, n\}.$$

642. Бачене су две коцке за игру и добијен је збир поена - 10. Колике су вероватноће догађаја: A - пала је бар једна петица; B - пала је бар једна шестица?

643. У кутији се налази 10 куглица - 7 белих и 3 црне. Извлаче се, без враћања, куглице једна за другом. Колика је вероватноћа да: а) друга извучена куглица буде црна; б) друга извучена куглица буде црна, ако је прва, која је извучена, била бела?

644. У одељењу има 20 девојчица и 12 дечака. На сваком часу професор одабира, са једнаком вероватноћом за сваког ученика, три ученика једног за другим (без понављања) и испитује их. Ако су на једном часу прво испитане две девојчице, одредити вероватноћу да ће трећи прозвани ученик бити:

а) дечак; б) девојчица.

645. Коцка за игру баца се два пута. Нека је A догађај да је оба пута пао број већи од три и B догађај да је збир добијених поена непаран. Одредити $P(B|A)$.

646. У кутији се налази 6 плавих и 4 црвене куглице. Случајно се извлаче одједном три куглице. Ако је изабрана бар једна плава куглица, израчунати вероватноћу догађаја да су све извучене куглице плаве боје.

647. Из шпила од 52 карте извлачи се 5 карата. Нека A означава догађај да су бар три извучене карте треф, а B догађај да су свих пет извучених карата трефови. Одредити $P(B|A)$.

648. Коцка за игру баца се три пута. Израчунати вероватноћу да је сва три пута пала шестица, ако је познато да је:

а) бар једном пала шестица;

б) у првом бацању је пала шестица.

649. Ако су A, B и C независни догађаји, доказати да су независни и догађаји:

а) A и $\overline{B}$; б) A и $\overline{B} \cap C$.

650. Нека су A и B случајни догађаји такви да је $P(A) > 0$ и $P(B) > 0$. Доказати:

а) ако је $P(A) > P(B)$, тада је $P(A|B) > P(B|A)$;

б) $P(A|B) \geq 1 - \frac{P(\overline{A})}{P(B)}$.

651. Нека су A и B независни догађаји. Ако је вероватноћа да ће се догодити бар један од догађаја A, односно B једнака 0.4, а вероватноћа да ће се догодити догађај A је 0.04, колико је вероватноћа да ће се догодити само један од догађаја A, односно B.

652. Артиљерија гађа један од два циља A и B и погађа их са вероватноћом p_1, односно p_2. После плотуна стигла је вест да циљ A није погођен. Колика је сада вероватноћа да је погођен циљ B?

653. Машина ради у нормалном режиму у 80% случајева и у ненормалном режиму у 20% случајева. Вероватноћа да машина откаже за време рада у нормалном режиму је 0.1, а у ненормалном је 0.7. Колика је вероватноћа да ће машина отказати?

654. На столу се налазе три једнаке кутије. У првој кутији се налази a белих и b црних куглица, у другој c белих и d црних, а у трећој су само беле куглице. Из једне од кутија се вади једна куглица. Наћи вероватноћу да она буде бела.

655. На столу су две кутије - у првој се налази a-белих и b-црних коцкица, а у другој c-белих и d-црних коцкица. Из прве кутије пребаци се у другу једна коцкица, па се онда из друге вади једна коцкица. Колико је вероватноћа да она буде бела?

656. Из кутије која садржи 3 беле и 2 црне куглице пребачене су две случајно изабране куглице у кутију која садржи 4 беле и 4 црне куглице. Наћи вероватноћу да се после тога из друге кутије извуче бела куглица.

657. У некој групи ученика има 12 одличних, 15 просечних и 6 слабих. Одличан ученик на предстојећем испиту добија једино одличну оцену, просечни ученик са једнаком вероватноћом добија добру или одличну оцену, слаб ученик са једнаким вероватноћама добија добру, задовољавајућу или слабу оцену. На испиту су случајно прозвана два ученика. Наћи вероватноћу да од њих један добије добру, а други задовољавајућу оцену (три врсте ученика, четири врсте оцена).

658. У једној кутији су 8 белих и 2 црне куглице, а у другој 4 беле и 5 црних. Из прве кутије се случајно и истовремено бирају три куглице и пребацују у другу. Затим се из друге кутије бира једна куглица. Која је вероватноћа да је та куглица бела?

659. На плацу је изложено 100 аутомобила - 75 из једне и 25 из друге фабрике. Познато је да међу производима прве фабрике има 5% оштећених, а за другу фабрику тај проценат је 3. Колика је вероватноћа да случајно изабран аутомобил буде оштећен?

660. На усменом испиту студент извлачи једну од n цедуља, од којих свака садржи два питања. Студент не зна одговоре на свих $2n$ питања, већ само на k, $k < 2n$. Наћи вероватноћу догађаја да ће студент положити испит, ако је за то довољно да одговори на оба питања са своје цедуље, или на једно питање са своје цедуље и на једно питање (по избору професора) са допунске цедуље.

661. На столу су три кутије - у првој се налази a белих и b црних куглица, у другој c белих и d црних куглица, а у трећој су само беле куглице. Из једне од кутија случајно је изабрана једна куглица и показало се да је она бела. Наћи вероватноће да је она извучена из прве, друге, односно треће кутије.

662. Машина се састоји од два дела и ради само ако ради сваки од тих делова. Вероватноћа да први део неће отказати у времену t је p_1, а за други део p_2. Након времена t испоставило се да је машина отказала. Наћи вероватноћу да је отказао само први део, а да је други исправан.

663. Из кутије у којој су биле 4 плаве и 3 црвене лоптице изгубљена је једна лоптица. Да би се утврдило које је боје изгубљена лоптица из кутије се одједном ваде две лоптице. Показало се да су обе извучене лоптице плаве. Наћи вероватноћу да је изгубљена плава лоптица.

664. Узроци дефекта аутомобилске гуме могу бити: ексер, топлота и притисак са вероватноћом, редом, $\frac{8}{20}$, $\frac{7}{20}$ и $\frac{5}{20}$. Вероватноћа дефекта услед ексера је 0.3, услед топлоте 0.2 и услед притиска 0.1. Ако је дефект наступио, наћи вероватноћу да га је проузроковала топлота.

665. Службеник M. одлази на посао аутобусом, трамвајем или тролејбусом са вероватноћама $\frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{12}$, редом. Ако путује аутобусом стиже на време са вероватноћом $\frac{1}{6}$, трамвајем $\frac{1}{2}$ и тролејбусом $\frac{9}{10}$. Ако је M. закаснио на посао, одредити вероватноћу да је путовао тролејбусом.

666. У једној од две кутије налази се 40 црвених и 10 плавих куглица, а у другој 42 црвене и 8 плавих, али није познато која кутија садржи које куглице. Отворена је једна од тих кутија и из ње извучена једна куглица. Испоставило се да је она црвене боје. Одредити вероватноћу да је отворена кутија са 40 црвених куглица.

6.4. БЕРНУЛИЈЕВА ШЕМА

Нека се у сваком од n независних експеримената догађај A реализује са вероватноћом p. Тада је вероватноћа да се у тих n експеримената A реализује тачно k пута ($k = 0, 1, 2, \ldots, n$) једнака

$$P\{S_n = k\} = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}.$$

667. Коцка је бачена 6 пута. Колика је вероватноћа догађаја:

а) Неће пасти ни једна шестица; б) пашће тачно једна шестица;

в) пашће бар једна шестица; г) пашће свих шест шестица.

668. Вероватноћа да се у једној породици родио син је 0,5. Ако та породица има десеторо деце, одредити вероватноће догађаја:

а) има тачно пет синова; б) број синова је између 3 и 7.

669. На пријемном испиту кандидати одговарају на 20 питања. За свако питање понуђено је пет одговора од којих је само један тачан. Колика је вероватноћа да ученик који на свако питање случајно бира одговор:

а) тачно одговори на сва питања;

б) не одговори тачно ни на једно питање;

в) тачно одговори на бар пет питања?

670. Кошаркаш изводи слободна бацања на кош. Бацања су независна и вероватноћа поготка у сваком бацању је 0,8. Одредити вероватноће догађаја:

а) два поготка из два бацања; б) два поготка из три бацања;

в) три поготка из три бацања.

671. У Ивановом одељењу има 32 ученика. На сваком часу професор математике на случајан начин бира и испитује три ученика (на једном часу један ученик највише једном одговара). Одредити вероватноћу да ће Иван за 6 часова одговарати бар једном.

672. Кутија садржи укупно n белих и црних куглица. Одредити минималан број белих куглица да вероватноћа да након m извлачења по једне куглице (са враћањем) изађе бар једна бела куглица добије вредност већу од $\frac{1}{2}$.

673. Стрелац гађа у циљ десет пута и у сваком покушају погађа са вероватноћом 2/3. Наћи вероватноћу највероватнијег броја погодака.

674. Стрелац гађа више пута у мету и погађа је у сваком гађању, независно од осталих, са вероватноћом 1/2. Шта је вероватније - да ће у пет гађања имати тачно три поготка или да ће у 8 гађања имати тачно четири поготка?

6.5. ГЕОМЕТРИЈСКЕ ВЕРОВАТНОЋЕ

Нека је простор елементарних догађаја скуп Ω који је подскуп праве (односно равни или простора) са коначном дужином (тј. површином или запремином) и догађај A подскуп скупа Ω који има дужину (површину, запремину). Тада је $P(A) = \frac{m(A)}{m(\Omega)}$, где су $m(A)$ и $m(\Omega)$ дужине (површине, односно запремине) скупова A, односно Ω.

675. Случајно се бира једна тачка на тежишној дужи AA_1 троугла ABC. Ако је T тежиште тог троугла, одредити вероватноћу да изабрана тачка припада:

а) дужи AT; б) дужи TA_1.

676. У квадрат је уписан круг. Одредити вероватноћу да случајно изабрана тачка унутар квадрата припада а) унутрашњости круга; б) кружној линији.

677. Дата су два концентрична круга полупречника 1 и 2. Случајно се бирају тачке у већем кругу. Одредити вероватноћу:
а) да се једна случајно изабрана тачка нађе у кружном прстену;
б) да се од две изабране тачке обе нађу у кружном прстену;
в) да се од 10 изабраних тачака тачно четири налазе у кружном прстену.

678. У унутрашњости елипсе $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $(a > b > 0)$ случајно се бира једна тачка. Наћи вероватноћу да она припада унутрашњости:
а) круга $x^2 + y^2 = b^2$; б) квадрата $|x| + |y| = b$.

679. Бројеви a и b случајно се бирају из интервала $[0,1]$. Колика је вероватноћа да једначина $x^2 + ax + b^2 = 0$ има:
а) реалне корене; б) реалне и једнаке корене;
в) корене, који нису реални?

680. У кругу полупречника r бира се на случајан начин једна тачка. Одредити вероватноћу да је тачка ближа кружној линији него центру круга.

681. На случајан начин бира се тачка (x, y) у квадрату $[0,1]\times[0,1]$. Колика је вероватноћа да за координате те тачке важи:
а) $y \le x^2$; б) $x + y < 1$ и $x \cdot y > \frac{2}{9}$;
в) $y \le \sin x$ и $y \le \cos x$; г) $1 \le y \le \operatorname{tg} x$?

682. На случајан начин бира се тачка у лопти која настаје ротацијом круга $x^2 + y^2 = 16$ око x-осе. Одредити вероватноћу да тачка припада фигури која настаје ротацијом око x-осе површи ограничене линијама а) $y = \sin x, y = 0, 0 \le x \le \pi$; б) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$.

6.6. СЛУЧАЈНЕ ВЕЛИЧИНЕ

Расподела вероватноће случајне величине X дата је табелом:

$$X : \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ p_1 & p_2 & \dots & p_n \end{pmatrix}.$$

Математичко очекивање случајне величине X је број

$$E(X) = p_1x_1 + p_2x_2 + \cdots + p_nx_n.$$

Дисперзија случајне величине X је број $E(X - E(X))^2$, тј.

$$D(X) = (x_1 - E(X))^2p_1 + (x_2 - E(X))^2p_2 + \cdots + (x_n - E(X))^2p_n.$$

Стандардно одступање случајне величине X је број

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)}.$$

Коефицијент корелације случајних величина X и Y дефинисаних на истом простору исхода је број

$$\rho(X, Y) = \frac{E(XY) - E(X)E(Y)}{\sqrt{D(X)}\sqrt{D(Y)}}.$$

683. У једној гимназији ученика прве године има 30%, друге 25%, треће 25% и четврте 20%. Ако је случајна променљива X година учења случајно одабраног ученика, одредити закон и функцију расподеле за X.

684. У једном експерименту региструје се појављивање или непојављивање догађаја A; вероватноћа појављивања догађаја A је p. Посматра се случајна променљива X, која је једнака јединици, ако се A реализује и нули ако се не реализује (X је број реализације A у једном експерименту).
а) Одредити закон расподеле те случајне променљиве и нацртати њену функцију расподеле.
б) Одредити математичко очекивање и дисперзију случајне променљиве X.

685. Два стрелца, независно један од другог, гађају у циљ. Вероватноћа поготка првог је 0,6, а другог 0,7. Посматрају се случајне променљиве: X_1 - број погодака првог, X_2 - број погодака другог и њихова разлика $X = X_1 - X_2$. Наћи закон расподеле случајне променљиве X.

686. Баца се новчић док се два пута узастопно не појави писмо, или док се не изврши пет бацања. Одредити закон и функцију расподеле случајне променљиве X, која представља број изведених бацања.

687. Један стрелац два пута, независно, гађа у мету и у сваком хицу погађа је са вероватноћом p. Наћи закон расподеле за случајну променљиву X, која је једнака разлици броја погодака и броја промашаја у та два хица.

688. Дата је расподела случајне променљиве X, $X : \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1/3 & 1/2 & 1/6 \end{pmatrix}$.
Одредити расподеле случајних променљивих:
а) $Y = X + 1$; б) $Z = X^2$.

689. Израчунати математичко очекивање случајних величина:

а) $X_1 : \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0,1 & 0,2 & 0,1 & 0,3 & 0,2 & 0,1 \end{pmatrix}$;

б) $X_2 : \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0,2 & 0,4 & 0,3 & 0,1 \end{pmatrix}$.

690. Случајна променљива X означава збир добијених поена при бацању две коцке. Одредити расподелу и математичко очекивање те случајне променљиве.

691. Нека случајна променљива X означава број добијених поена при бацању коцке. Одредити $E(X)$.

692. Коцка за игру баца се два пута. Нека је X максимум, а Y минимум од добијених поена.

а) Одредити расподеле вероватноћа случајних величина X и Y.

б) Нацртати њихове функције расподеле.

в) Израчунати математичко очекивање величина X и Y.

693. Изводе се три независна експеримента. У сваком од њих догађај A се реализује са вероватноћом 0,4 и посматра се случајна променљива X - број појављивања догађаја A у та три експеримента. Одредити:

а) закон и функцију расподеле;

б) математичко очекивање и дисперзију случајне променљиве X.

694. Стрелац погађа циљ са вероватноћом p $(0 < p < 1)$ у сваком независном гађању. Има четири метка и гађа у циљ све док га не погоди или док не утроши све метке. Наћи очекивани број гађања.

695. Израчунати математичко очекивање и дисперзију следећих случајних променљивих:

а) $X_1 : \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0,3 & 0,3 & 0,4 \end{pmatrix}$; б) $X_2 : \begin{pmatrix} 1950 & 1975 & 2000 \\ 0,25 & 0,25 & 0,5 \end{pmatrix}$;

696. Истовремено се бацају три коцке. Одредити математичко очекивање и дисперзију добијеног збира.

697. Из кутије у којој се налазе две беле и три црне коцкице, одједном су извађене две коцкице. Наћи математичко очекивање, дисперзију и стандардно одступање броја белих коцкица које се том приликом појављују.

698. Случајна величина X има расподелу: $X : \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0,2 & 0,1 & 0,3 & 0,4 \end{pmatrix}$.

Наћи математичко очекивање и дисперзију случајне величине $Y = 2^X$.

699. Дат је закон расподеле случајне променљиве $X : \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ 0,6 & 0,6 \end{pmatrix}$, $x_1 < x_2$. Ако је $E(X) = 1,4$ и $D(X) = 0,24$, одредити x_1 и x_2.

700. У кутији су 3 беле, 2 црне и 2 зелене куглице. На случајан начин се из кутије извлаче две куглице. Нека је X број извучених белих, а Y - црних куглица. Наћи расподеле за (X, Y) и ρ_{XY} ако је извлачење:

а) са враћањем; б) без враћања.

701. Три куглице се на случајан начин размештају у плаву, белу и црну кутију. Ако је X број куглица у плавој кутији, а Y број празних кутија, наћи ρ_{XY}.