

Зомати задатак

- ① Наћи матрицу оператора диференцирања у простору $\mathbb{R}_3[x]$ а затим наћи његово језро и слику.
- ② Неко је $A: \mathbb{R}^2 \rightarrow M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ линеаран оператор дефинисан са:

$$A(a, b) = \begin{pmatrix} a & a+b \\ 0 & b \end{pmatrix}$$

Одредити матрицу оператора A у базама $\{(1, 0), (0, 1)\}$, $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$

Наћи ранг и дефект оператора.

- ③ Дати је оператор $A: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$
- $$A(a, b, c) = (2a + b + 3c, 2b + c, 2c)$$

а) Доказати да је оператор линеаран

б) Наћи матрицу оператора A као и матрицу оператора $A^n, n \in \mathbb{N}$ (у односу на стандардну базу)

в) Наћи матрицу оператора A у бази $(A(e_1), A(e_2), A(e_3))$

- ④ Ако је $A: U \rightarrow V$ линеаран оператор, онда је $\dim U = r_A + d_A$, где је $d_A = \dim \text{Ker } A$, $r_A = \dim \text{Im } A$.