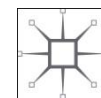


PRIMIJENJENA EKONOMETRIJA

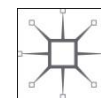
Neispunjene pretpostavke KLRM
o stohastičnosti

AUTOKORELACIJA



AUTOKORELACIJA

1. Šta predstavlja autokorelacija
2. Kako nastaje
3. Autokorelacija prvog i višeg reda
4. Posledice postojanja autokorelacije
5. Testiranje postojanja autokorelacije
6. Prevazilaženje problema autokorelacije

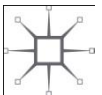


Šta predstavlja autokorelacija?

Jedna od pretpostavki o stohastičkom članu KLRM navodi da je kovarijansa, odnosno korelacija slučajnih grešaka za različite opservacije jednaka nuli:

$$\text{cov}(u_t, u_s) = 0 \text{ za svako } t \neq s$$

Dakle, slučajne greške modela u_t i u_s su međusobno nezavisne.



PRIMIJENJENA EKONOMETRIJA

Šta predstavlja autokorelacija?

Kada ova pretpostavka ne bi bila ispunjena, greške u modelu bi bile međusobno zavisne i tada bi se javila serijska korelacija grešaka.

To bi značilo da greška, koja se javila u trenutku t , može da zadrži svoj uticaj i na period $t+1$.

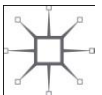
Autokorelacija grešaka se najčešće javlja kod vremenskih serija.



PRIMIJENJENA EKONOMETRIJA

Kako nastaje?

Jedan od faktora, koji izazivaju problem autokorelacije grešaka, jeste pogrešna specifikacija modela, koja podrazumeva izostavljanje relevantne varijable iz modela. Pretpostavimo da je Y_t korelisano sa X_{2t} i X_{3t} , ali specificiranjem modela greškom se izostavi X_{3t} . Uticaj varijable X_{3t} biće izražen preko slučajne greške u_t . Kao i mnoge ekonomske serije, tada će i ova varijabla da bude korelisana sa svojim prethodnim vrednostima, a budući da je ona deo slučajne greške, korelacija se prenosi na nju.



PRIMIJENJENA EKONOMETRIJA

Kako nastaje?

Drugi faktor je pogrešna matematička forma modela.

Pretpostavimo da je veza između Y_t i X_{2t} kvadratna:

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t}^2 + u_t$$

ali mi ocenimo linearnu funkciju:

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + u_t$$

Tada će greška iz linearne funkcije da zavisi od X_{2t}^2



PRIMIJENJENA EKONOMETRIJA

Kako nastaje?

Treći razlog je sistematska greška u merenju.



Autokorelacija prvog reda

Najjednostavniji i najčešći oblik autokorelacije je autokorelacija prvog reda.

Ako se uzme u obzir sledeći model:

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \beta_4 X_{4t} + \dots + \beta_k X_{kt} + u_t$$

takav da je trenutna vrednost slučajne greške funkcija prethodnih vrednosti greške:

$$u_t = \rho u_{t-1} + e_t$$



PRIMIJENJENA EKONOMETRIJA

Autokorelacija prvog reda

Parametar ρ koeficijent autokorelacije prvog reda i može da uzme vrednosti u intervalu od -1 do +1.

Vrednost ovog parametra ukazuje na jačinu serijske korelacije grešaka modela.

Postoje 3 osnovna slučaja.



PRIMIJENJENA EKONOMETRIJA

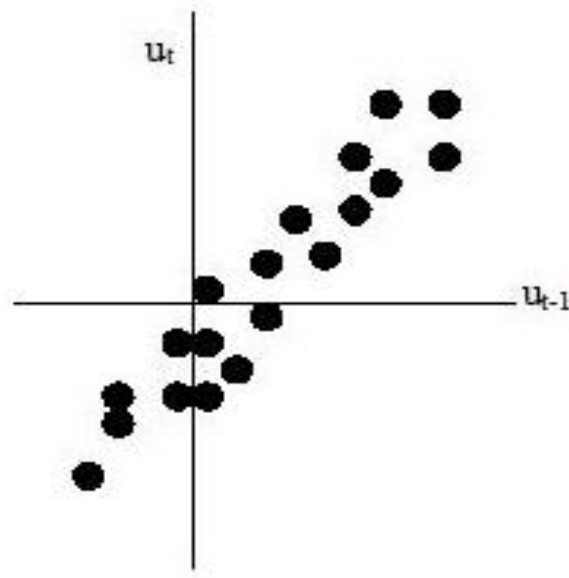
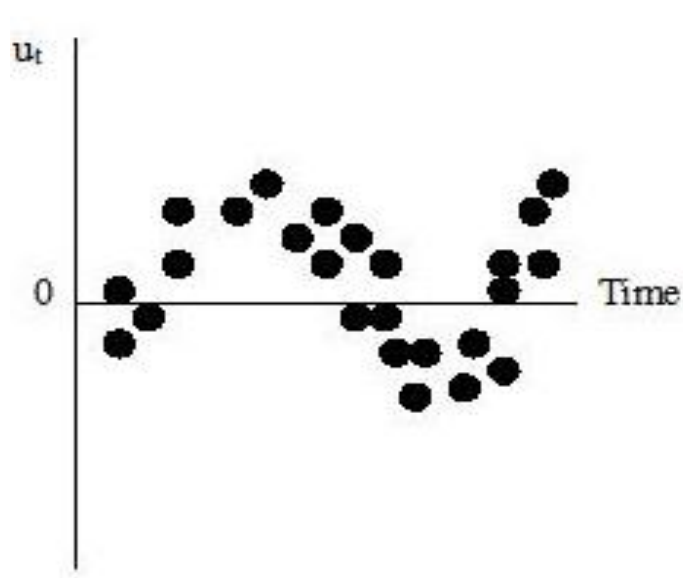
Autokorelacija prvog reda

- (a) Ako je $\rho = 0$, tada ne postoji problem autokorelacije grešaka.
- (b) Ako je ρ približno jednako vrednosti 1, tada prethodne vrednosti slučajne greške značajno utiču na formiranje trenutne vrednosti slučajne greške, pa postoji visok stepen autokorelacije. U ovom slučaju postoji pozitivna autokorelacija.
- (c) Ako je ρ približno jednako vrednosti -1, tada se javlja negativna autokorelacija.



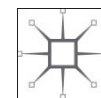
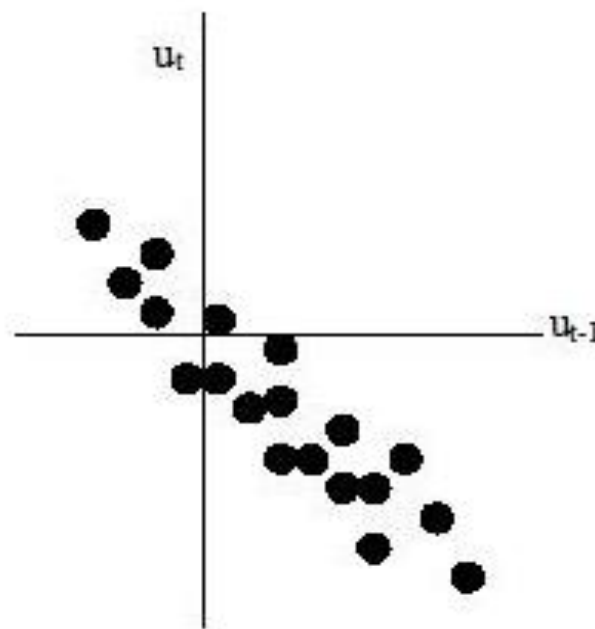
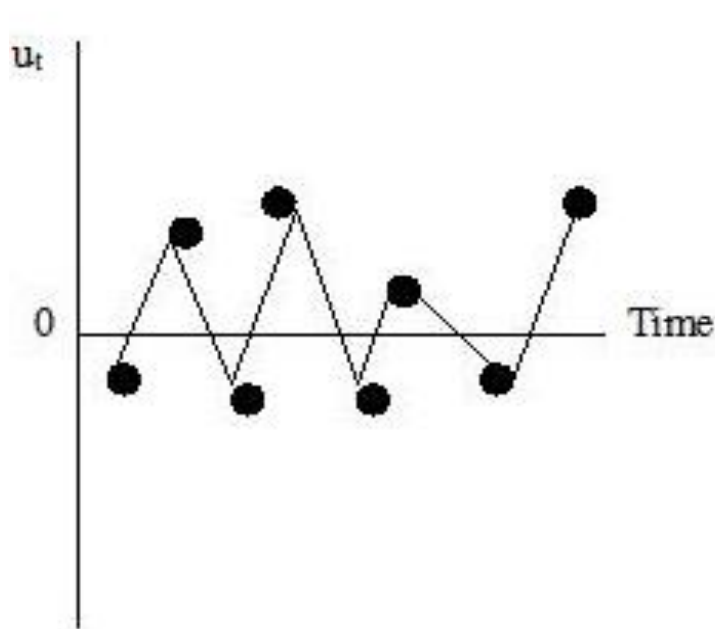
PRIMIJENJENA EKONOMETRIJA

Autokorelacija prvog reda



PRIMIJENJENA EKONOMETRIJA

Autokorelacija prvog reda



Autokorelacija višeg reda

Autokorelacija drugog reda:

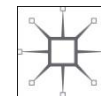
$$u_t = \rho_1 u_{t-1} + \rho_2 u_{t-2} + e_t$$

Autokorelacija trećeg reda

$$u_t = \rho_1 u_{t-1} + \rho_2 u_{t-2} + \rho_3 u_{t-3} + e_t$$

Autokorelacija p-tog reda:

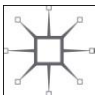
$$u_t = \rho_1 u_{t-1} + \rho_2 u_{t-2} + \rho_3 u_{t-3} + \dots + \rho_p u_{t-p} + e_t$$



PRIMIJENJENA EKONOMETRIJA

Posledice postojanja autokorelacije

1. Ocene parametara ostaju nepristrasne.
2. Ocene parametara su neefikasne.
3. Ocena varijanse slučajne greške je pristrasna.
4. R^2 nije valjan pokazatelj kvaliteta regresije.
5. Rezultati t i F testa su pristrasni i nepouzdati.
6. Intervali poverenja su neprecizni.
7. Predviđanje je nepouzđano.



PRIMIJENJENA EKONOMETRIJA

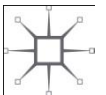
Testiranje autokorelacije

U osnovi postoje dva načina za utvrđivanje postojanja problema heteroskedastičnosti slučajne greške.

Prvi način je **grafički** i spada u red **neformalnih** metoda za utvrđivanje navedenog problema.

Drugi način podrazumeva korišćenje formalnih testova, a neki od njih su:

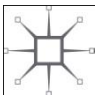
1. Durbin-Watson Test
2. The Breusch-Godfrey Test
3. Durbin-ova h statistika



Durbin-Watson Test

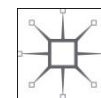
Da bi test mogao da se sprovede, neophodno je da budu ispunjene sledeće pretpostavke:

1. Regresioni model sadrži konstantu
2. Testira se autokorelacija prvog reda
3. Model ne sadrži lagirane vrednosti zavisne varijable, kao eksplanatorne promenljive



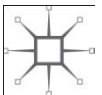
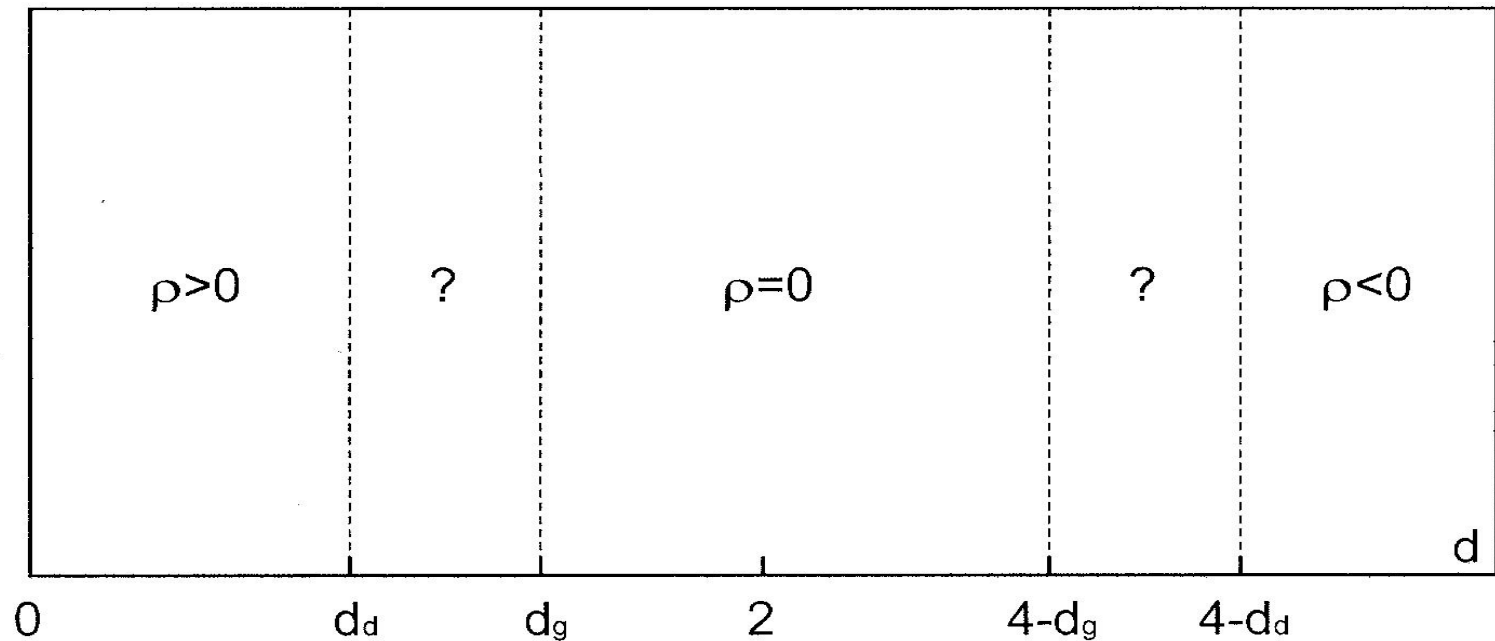
The Durbin Watson Test

1. korak: Oceniti model koristeći MNK i utvrditi vrednosti reziduala
2. korak: Izračunati DW statistiku
3. korak: Uporediti DW statistiku sa kritičnim vrednostima d_d , d_g , $4-d_g$ and $4-d_d$
4. korak: Izvesti zaključak



PRIMIJENJENA EKONOMETRIJA

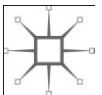
Durbin-Watson Test



The Durbin Watson Test

Ograničenja u primeni:

1. Postoje situacije kada se primenom testa ne može doneti precizan zaključak.
2. Test je definisan samo za model sa slobodnim članom.
3. Testom se ne može proveriti postojanje autokorelacije većeg reda.
4. Test nije pouzdan u situaciji kada se kao eksplanatorna promenljiva javlja zavisna sa docnjom.



Breusch-Godfrey Test

Ako se uzme u obzir sledeći model:

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \beta_4 X_{4t} + \dots + \beta_k X_{kt} + u_t$$

gde je:

$$u_t = \rho_1 u_{t-1} + \rho_2 u_{t-2} + \rho_3 u_{t-3} + \dots + \rho_p u_{t-p} + e_t$$



PRIMIJENJENA EKONOMETRIJA

Breusch-Godfrey Test

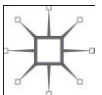
Kombinovanjem prethodna dva modela, sledi da je:

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \beta_4 X_{4t} + \dots + \beta_k X_{kt} + \\ + \rho_1 u_{t-1} + \rho_2 u_{t-2} + \rho_3 u_{t-3} + \dots + \rho_p u_{t-p} + e_t$$

Tada se polazna i alternativna hipoteza definišu na sledeći način:

H_0 : $\rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_p = 0$ nema autokorelacije

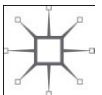
H_a : najmanje jedno ρ je različito od nule, pa postoji problem autokorelacije grešaka



PRIMIJENJENA EKONOMETRIJA

Breusch-Godfrey Test

- Step 1: Oceniti model koristeći MNK i utvrditi vrednosti reziduala
- Step 2: Sprovesti kompletan LM model, takav da je red autokorelacije određen redom docnje slučajne greške
- Step 3: Izračunati *LM statistiku*, tako da je $LM = (n-p)R^2$.
- Step 4: Izvesti zaključak.



PRIMIJENJENA EKONOMETRIJA

Durbin-ova h statistika

Ako regresioni model sadrži lagirane vrednosti zavisno promenljive, kao objašnjavajuće promenljive, tada DW test ne može da se primeni.

Durbin je kreirao alternativni test, koji je nazvao h-statistika, a definisao je na sledeći način:

$$h = \left(1 - \frac{DW}{2}\right) \sqrt{\frac{n}{1 - n\sigma_{\hat{\gamma}}^2}}$$

gde je $\sigma_{\hat{\gamma}}^2$ varijansa ocene parametra uz zavisnu varijablu sa docnjom.

Ova statistika prati normalnu distribuciju. Zaključak se donosi poredjenjem sa vrednošću 1.96.



PRIMIJENJENA EKONOMETRIJA

Durbin-ova h statistika

Dependent Variable: LOG(CONS)

Included observations: **37** after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.834242	0.626564	1.331456	0.1922
LOG(INC)	0.227634	0.188911	1.204981	0.2368
LOG(CPI)	-0.259918	0.110072	-2.361344	0.0243
LOG(CONS(-1))	0.854041	0.089494	9.542982	0.0000

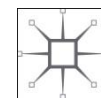
R-squared	0.940878	Mean dependent var	4.582683
Adjusted R-squared	0.935503	S.D. dependent var	0.110256
S.E. of regression	0.028001	Akaike info criterion	-4.211360
Sum squared resid	0.025874	Schwarz criterion	-4.037207
Log likelihood	81.91016	F-statistic	175.0558
Durbin-Watson stat	1.658128	Prob(F-statistic)	0.000000



PRIMIJENJENA EKONOMETRIJA

Durbin-ova h statistika

$$\begin{aligned} h &= \left(1 - \frac{DW}{2}\right) \sqrt{\frac{n}{1 - n\sigma_{\hat{\gamma}}^2}} \\ &= \left(1 - \frac{1.658}{2}\right) \sqrt{\frac{37}{1 - 37 * 0.089^2}} = 1.2971 \end{aligned}$$



PRIMIJENJENA EKONOMETRIJA

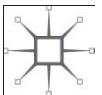
Kako rešiti problem autokorelacije?

Napisati model za $t-1$:

$$Y_{t-1} = \beta_1 + \beta_2 X_{2t-1} + \beta_3 X_{3t-1} + \beta_4 X_{4t-1} + \dots + \beta_k X_{kt-1} + u_{t-1}$$

Obe strane modela pomnožiti sa ρ :

$$\begin{aligned} \rho Y_{t-1} = & \rho \beta_1 + \rho \beta_2 X_{2t-1} + \rho \beta_3 X_{3t-1} + \rho \beta_4 X_{4t-1} \\ & + \dots + \rho \beta_k X_{kt-1} + \rho u_{t-1} \end{aligned}$$



PRIMIJENJENA EKONOMETRIJA

Kako rešiti problem autokorelacije?

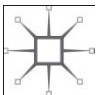
Od polazne jednačine oduzeti drugu:

$$Y_t - \rho Y_{t-1} = (1 - \rho)\beta_1 + \beta_2(X_{2t} - \rho X_{2t-1}) + \beta_3(X_{3t} - \rho X_{3t-1}) + \dots + \beta_k(X_{kt} - \rho X_{kt-1}) + (u_t - \rho u_{t-1})$$

odnosno

$$Y_t^* = \beta_1^* + \beta_2^* X_{2t}^* + \beta_3^* X_{3t}^* + \dots + \beta_k^* X_{kt}^* + e_t$$

Sada e_t nije autokorelisana greška.



PRIMIJENJENA EKONOMETRIJA

Kako rešiti problem autokorelacije?

KLRM model je statički:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{1t} + \dots + \beta_{k-1} x_{k-1,t} + \varepsilon_t$$

Model postaje dinamički ako se kao objašnjavajuće promenljive javljaju promenljive sa docnjama prvog reda, kako zavisne tako i objašnjavajućih promenljivih:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{1t} + \dots + \beta_k x_{kt} + \gamma_1 y_{t-1} + \gamma_2 x_{1t-1} + \dots + \gamma_k x_{kt-1} + \varepsilon_t$$

Mogu se dodati promenljive sa docnjama višeg reda: x_{1t-2} , y_{t-3} , itd.

Ovo može biti problematično ako se kao objašnjavajuća javlja zavisna promenljiva sa docnjom. Ona je slučajna promenljiva, pa se na taj način narušava pretpostavka KLRM da **objašnjavajuće promenljive nisu slučajne**.

