Бројни редови

ека је дат бројни низ (a_n). Израз

$$a_1+a_2+a_3+\dots+a_n+\dots=\sum_{n=1}^{\infty}a_n$$

називамо **БРОЈНИМ РЕДОМ**

$a_1, a_2, a_3 \dots a_n$ - чланови бројног реда

a_n - општи члан реда

$S_n=a_1+\dots+a_n$ n-та парцијална сума реда

Ако постоји $\lim_{n\to\infty} S_n = S$ онд S називамо сумом и кажемо да је ред конвергентан и пишемо $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = S$

Ако не постоји $\lim_{n\to\infty} S_n$ или је једнак $\pm\infty$, онда кажемо да је ред дивергентан

Теорема Ако ред $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ конвергира онда је $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$

Теорема: Ако редови ~~сума~~ $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ и $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ конвергирају ка S_1 и S_2 онда редови $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n \pm b_n)$ и $\sum_{n=1}^{\infty} c \cdot a_n$ такође конвергирају ка сумама $S_1 \pm S_2$ и $c \cdot S_1$

Теорема: Додавањем или изостављањем коначно много чланова конвергентног реда добија се конвергентан ред

$\sum_{n=1}^{\infty} a \cdot q^n$, $a \neq 0$ геометријски ред конвергира акко $|q| < 1$

1) Испитати конвергенцију редова

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n^3+1}}{n}$

$a_n = \frac{\sqrt[3]{n^3+1}}{n}$

$$\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt[3]{n^3\left(1+\frac{1}{n^3}\right)}}{n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\cancel{n}\sqrt[3]{1+\frac{1}{n^3}}}{\cancel{n}} = 1 \neq 0$$

ред $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ред дивергира

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{n}{n+1}$

$$a_n = \ln \frac{n}{n+1}$$

$$a_n = \ln n - \ln(n+1)$$

$$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = \underbrace{\ln 1}_{0} - \cancel{\ln 2} + \cancel{\ln 2} - \cancel{\ln 3} + \cancel{\ln 3} - \cancel{\ln 4} + \dots + \cancel{\ln n} - \ln(n+1)$$

$\lim_{n\to\infty} S_n = \lim_{n\to\infty} -\ln(n+1) = -\infty \Rightarrow$ низ (S_n) не конвергира па не конвергира ни ред $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, тј. овај ред дивергира

д) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2n+3}$

$$a_n = \frac{n+1}{2n+3}$$

$\lim_{n\to\infty} a_n = \frac{1}{2} \neq 0 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ дивергира д) $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\frac{n^2+1}{2n^2+1}\right)$

$a_n = \ln\left(\frac{n^2+1}{2n^2+1}\right)$

$\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} \ln\left(\frac{n^2\left(1+\frac{1}{n^2}\right)}{n^2\left(2+\frac{1}{n^2}\right)}\right) = \ln\frac{1}{2} \neq 0 \Rightarrow$

ред $\sum_{n=1} a_n$ дивергира

② Наћи суму реда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ где је

$a_n = \sqrt{n+2} - 2\sqrt{n+1} + \sqrt{n}$

$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$

$S_n = \cancel{\sqrt{3}} - 2\sqrt{2} + \sqrt{1} + \sqrt{4} - \cancel{2\sqrt{3}} + \sqrt{2} + \sqrt{5} - 2\sqrt{4} + \cancel{\sqrt{3}} + \sqrt{6} - 2\sqrt{5} + \sqrt{4} + \dots + \sqrt{n} - 2\sqrt{n-1} + \sqrt{n-2} + \sqrt{n+1} - 2\sqrt{n} + \sqrt{n-1} + \sqrt{n+2} - 2\sqrt{n+1} + \sqrt{n} =$

$= -\sqrt{2} + 1 - \sqrt{n+1} + \sqrt{n+2} = 1 - \sqrt{2} + \left(\sqrt{n+2} - \sqrt{n+1}\right) \cdot \frac{\sqrt{n+2} + \sqrt{n+1}}{\sqrt{n+2} + \sqrt{n+1}} =$

$= 1 - \sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{n+2} + \sqrt{n+1}}$

$\lim_{n\to\infty} S_n = \lim_{n\to\infty} \left(1 - \sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{n+2} + \sqrt{n+1}}\right) = 0$?

$= 1 - \sqrt{2} \Rightarrow$ низ S_n - конвергира па конвергира и дати ред. Сума реда је $1-\sqrt{2}$, односно $\sum_{n=1} a_n = 1 - \sqrt{2}$

③ Найти сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$$

$$a_n = \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$$

$$\frac{1}{(3n-2)(3n+1)} = \frac{A}{3n-2} + \frac{B}{3n+1}$$

$$A = \frac{1}{3} \quad B = -\frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{(3n-2)(3n+2)} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3n-2} - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3n+1}$$

$$a_n = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{3n-2} - \frac{1}{3n+1}\right)$$

$$a_1 = \frac{1}{3}\left(1 - \frac{1}{4}\right)$$

$$a_2 = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{7}\right)$$

$$a_3 = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{7} - \frac{1}{10}\right)$$

$\vdots$

$$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$$

$$S_n = \frac{1}{3}\left(1 - \cancel{\frac{1}{4}} + \cancel{\frac{1}{4}} - \cancel{\frac{1}{7}} + \cancel{\frac{1}{7}} - \cancel{\frac{1}{10}} + \ldots + \cancel{\frac{1}{3n-2}} - \frac{1}{3n+1}\right)$$

$$= \frac{1}{3}\left(1 - \frac{1}{3n+1}\right)$$

$$\lim_{n\to\infty} S_n = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{3}\left(1-\frac{1}{3n+1}\right) = \frac{1}{3} \Rightarrow$$

низ S_n конвергира па конвергира и ред $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$. Сума реда је $S = \frac{1}{3}$ $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{3}$

4) Наћи суму реда

$1-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{8}+\dots$

Р/ $a_n = (-1)^{n-1} \cdot \frac{1}{2^{n-1}}$

$a_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ је геометријски ред

Количник је $q = -\frac{1}{2}$

$|q| = \frac{1}{2} < 1 \Rightarrow$ ред $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ конвергира

$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$

$S_n = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

$$S_n = 1 \cdot \frac{1-\left(-\frac{1}{2}\right)^n}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{2}{3}\cdot\left(1-\left(-\frac{1}{2}\right)^n\right)$$?

$$\lim_{n\to\infty} S_n = \lim_{n\to\infty} \frac{2}{3}\left(1-\cancel{\left(-\frac{1}{2}\right)^n}\right) = \frac{2}{3}$$

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{2}{3}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{2}{3}$

⑤ Испитати конвергенцију и наћи суму реда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n}{3^{n-1}}$

Р/ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n}{3^{n-1}} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n}{3^n \cdot 3^{-1}}$

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e \cdot e^{n-1}}{3^{n-1}} = \sum_{n=1}^{\infty} e \cdot \left(\frac{e}{3}\right)^{n-1}$ геометријски ред

$q = \frac{e}{3}$

$|q| = \frac{e}{3} < 1 \Rightarrow$ ред $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ конвергира

$a_n = e \cdot \left(\frac{e}{3}\right)^{n-1}$

$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$

$S_n = e + e \cdot \frac{e}{3} + e \cdot \left(\frac{e}{3}\right)^2 + \dots + e \cdot \left(\frac{e}{3}\right)^{n-1}$

$S_n = e \cdot \frac{1 - \left(\frac{e}{3}\right)^n}{1 - \frac{e}{3}} = e \cdot \frac{3}{3-e} \cdot \left(1 - \left(\frac{e}{3}\right)^n\right)$

$\lim_{n\to\infty} S_n = \lim_{n\to\infty} \frac{3e}{3-e} \cdot \left(1 - \overset{0}{\left(\frac{e}{3}\right)^n}\right) = \frac{3e}{3-e}$

Сума реда је $S = \frac{3e}{3-e}$

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n}{3^{n-1}} = \frac{3e}{3-e}$

6) Испитати конвергенцију реда

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{e^n}+\frac{1}{n(n+1)}\right)$$

$$a_n=\frac{1}{e^n}+\frac{1}{n(n+1)}$$

Нека је $b_n=\frac{1}{e^n}$ и $c_n=\frac{1}{n(n+1)}$

Тада је $\sum_{n=1}^{\infty} a_n=\sum_{n=1}^{\infty}(b_n+c_n)$

Ред $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ је геометријски ред за који је $q=\frac{1}{e}$. Пошто је $|q|=\frac{1}{e}<1$ то ред $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ конвергира

$S_n=b_1+\dots+b_n$

$S_n=\frac{1}{e}+\frac{1}{e^2}+\dots\frac{1}{e^n}$

$S_n=\frac{1}{e}\cdot\frac{1-\left(\frac{1}{e}\right)^n}{1-\frac{1}{e}}=$

$=\frac{1}{e-1}\cdot\left(1-\left(\frac{1}{e}\right)^n\right)$

$c_n=\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$

$S_n=c_1+c_2+\dots+c_n$

$S_n=1-\cancel{\frac{1}{2}}+\cancel{\frac{1}{2}}-\cancel{\frac{1}{3}}+\cancel{\frac{1}{3}}-\frac{1}{4}+\dots+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$

$S_n=1-\frac{1}{n+1}$

$\lim_{n\to\infty} S_n=\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{n+1}\right)=1 \Rightarrow$

$\lim_{n\to\infty} S_n=\frac{1}{e-1}$

$\sum_{n} b_n=\frac{1}{e-1}$

$\Rightarrow$ низ (S_n) конвергира па конвергира и ред $\sum_{n=1}^{\infty} c_n$ $\left(\sum_{n=1}^{\infty} c_n=1\right)$

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ конверг. $\Rightarrow \sum\limits_{n=1}^{\infty} (b_n+c_n)$ конвергира тј. конвергира
$\sum\limits_{n=1}^{\infty} c_n$ конверг. и ред $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$

Сума реда је $S_a = S_b + S_c$

$$S_a - \frac{1}{e-1} + 1 = \frac{e}{e-1}$$

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ - хиперхармонијски ред

$p > 1$ * ред конвергира $\left(\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\frac{3}{2}}}\right)$

$p \leq 1$ - ред дивергира $\left(\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}\right)$

7) Испитати конвергенцију реда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{5^n} + \frac{2}{n}\right)_a \ ?$$

$$a_n = \frac{3}{5^n} + \frac{2}{n}$$

- нека је $b_n = \frac{3}{5^n}$ $\quad c_n = \frac{2}{n}$

тада је $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (b_n + c_n) = \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n + \sum\limits_{n=1}^{\infty} c_n$

ред $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ је геометријски $q = \frac{1}{5}$

$|q| < 1 \Rightarrow$ ред $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ конвергира

Ред $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ дивергира (као хиперхармонијски за који је $p = 1$) па дивергира и $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n}$ тј. ред $\sum\limits_{n=1}^{\infty} c_n$

$$\left.\begin{array}{ll} \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n & \text{конвергентан} \\ \\ \sum\limits_{n=1}^{\infty} c_n & \text{дивергентан} \end{array}\right\} \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} b_n + \sum_{n=1}^{\infty} c_n$$

дивергентан

$\angle cu =$

Бројни редови са позитивним члановима

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n, \quad a_n > 0, \quad \forall n \in N$

Теорема (критеријум упоређивања):

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n, \quad a_n > 0, \quad \forall n \in N$

$a_n \leq b_n, \quad \forall n \in N$

- ако ред $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ конвергира онда и ред $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ конвергира.
- ако ред $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ дивергира онда дивергира и $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$

важи $\underline{\underline{S_n^a \leq S_n^b}}$

Пример 1.

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n}$

зашто 2

$n^n > 2^n \quad \forall n \geq 2$

$\frac{1}{n^n} \leq \frac{1}{2^n}, \quad \forall n \geq 2$ (изоставено a_1)

Ред $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{2^n}$ конвергира геометријски за који је

$q = \frac{1}{2}$, $|q| = \frac{1}{2} < 1$. Одавде следи конвергирају

и $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^n}$ и $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n}$

Пример 2

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$$

$$\sqrt{n} < n, \forall n \in N$$

$$\frac{1}{\sqrt{n}} > \frac{1}{n}$$

$$\frac{1}{n} < \frac{1}{\sqrt{n}}, \forall n \in N$$

Ред $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ дивергира (хиперхармонијски $p=1$)

па следи да дивергира и $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$

Теорема (Даламберов критеријум)

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n, \quad a_n > 0, \quad \forall n \in N$$

постоји $\lim\limits_{n \to \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = l$

Тада:

- ако је $l < 1$ ред $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ конвергира
- ако је $l > 1$ ред $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ дивергира
- ако је $l = 1$, теорема не даје одговор

пример

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$ $\quad a_n = \frac{1}{n!}$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{(n+1)!}}{\frac{1}{n!}} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{(n+1)\cdot \cancel{n!}}}{\frac{1}{\cancel{n!}}} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n+1} = 0$$

$\Rightarrow$ ред $\sum_{n=1} a_n$ конвергира

(б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n}$

$$a_n = \frac{2^n}{n}$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{2^{n+1}}{n+1}}{\frac{2^n}{n}} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{\cancel{2^n}\cdot 2}{n+1}}{\frac{\cancel{2^n}}{n}} =$$

$= \lim \frac{2n}{n+1} = 2 > 1 \Rightarrow$ ред $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ дивергира.

Теорема (Кошијев критеријум)

Нека је $a_n > 0$, $\forall n \in N$ и нека постоји

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = l$$

Тада:

1) ако је $l < 1$ ред $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ конвергира
2) ако је $l > 1$ ред $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ дивергира
3.) ако је $l = 1$, теорема не даје одговор

Теорема (Кошијев интегрални критеријум)

Нека је $f(x)$ позитивна, непрекидна, монотоно opadajuca растућа функција на интервалу $[1,+\infty)$ и нека је $f(n) = a_n$.

Тада ред $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ конвергира акко интеграл $\int_1^{+\infty} f(x)\,dx$ конвергира

Рабеов тест

Нека је $a_n>0$, $\forall n\in N$ и нека постоји

$$\lim_{n\to\infty} n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}}-1\right)=l$$

тада је:

1. ако је $l>1$ ред $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ конвергира
2. ако је $l<1$ ред $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ дивергира
3. ако је $l=1$ нема одговора

1. Испитати конвергенцију реда

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1}$

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n+1}}$

3. Теорема: $\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = A$

$$0 < A < +\infty$$

Редови $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ и $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ су еквиконвергентни

2

- $a_n = \frac{1}{2n-1}$

Нека је $b_n = \frac{1}{n}$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{2n-1}}{\frac{1}{n}} = \lim_{n\to\infty} \frac{n}{2n-1} = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

редови $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ и $\sum_{n=1} b_n$ су еквиконвергентни

Ред $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ дивергира као хипрехармонијски

за који је $p=1$

па онда дивергира и ред $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$

- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n+1}}$

$$a_n = \frac{1}{n\cdot\sqrt{n+1}}$$

Нека је $b_n = \frac{1}{n\cdot\sqrt{n}} = \frac{1}{n^{\frac{3}{2}}}$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{n\sqrt{n+1}}}{\frac{1}{n\cdot\sqrt{n}}} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{n\cdot\sqrt{n(1+\frac{1}{n})}}}{\frac{1}{n\cdot\sqrt{n}}} =$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{n}}} = 1$$

$0 < \lim \frac{a_n}{b_n} < +\infty \Rightarrow$ редови $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ и $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$

су еквиконвергентни

Ред $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ конверґентан као хипехармонијски за који је $p=\frac{3}{2}>1$ па конвергира ред

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$$

Испитати конвергенцију реда

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{n+2}-\sqrt{n}}{n^{\alpha}}$$

Р//

$$a_n = \frac{\sqrt{n+2}-\sqrt{n}}{n^{\alpha}} \cdot \frac{\sqrt{n+2}+\sqrt{n}}{\sqrt{n+2}+\sqrt{n}} =$$

$$= \frac{n+2-n}{n^{\alpha}(\sqrt{n+2}+\sqrt{n})} = \frac{2}{\sqrt{n+2}+\sqrt{n}} = \frac{2}{n^{\alpha}(\sqrt{n+2}+\sqrt{n})}$$

Нека је $b_n = \frac{1}{n^{\alpha}\cdot\sqrt{n}} = \frac{1}{n^{\alpha+\frac{1}{2}}}$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{2}{n^{\alpha}\left(\sqrt{n(1+\frac{2}{n})}+\sqrt{n}\right)}}{\frac{1}{n^{\alpha}\cdot\sqrt{n}}} =$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{2}{\sqrt{n}(\sqrt{1+\frac{2}{n}}+1)}}{\frac{1}{\sqrt{n}}} = \lim_{n\to\infty} \frac{2}{2} = 1$$

$0<\lim \frac{a_n}{b_n} < +\infty \Rightarrow$ редови

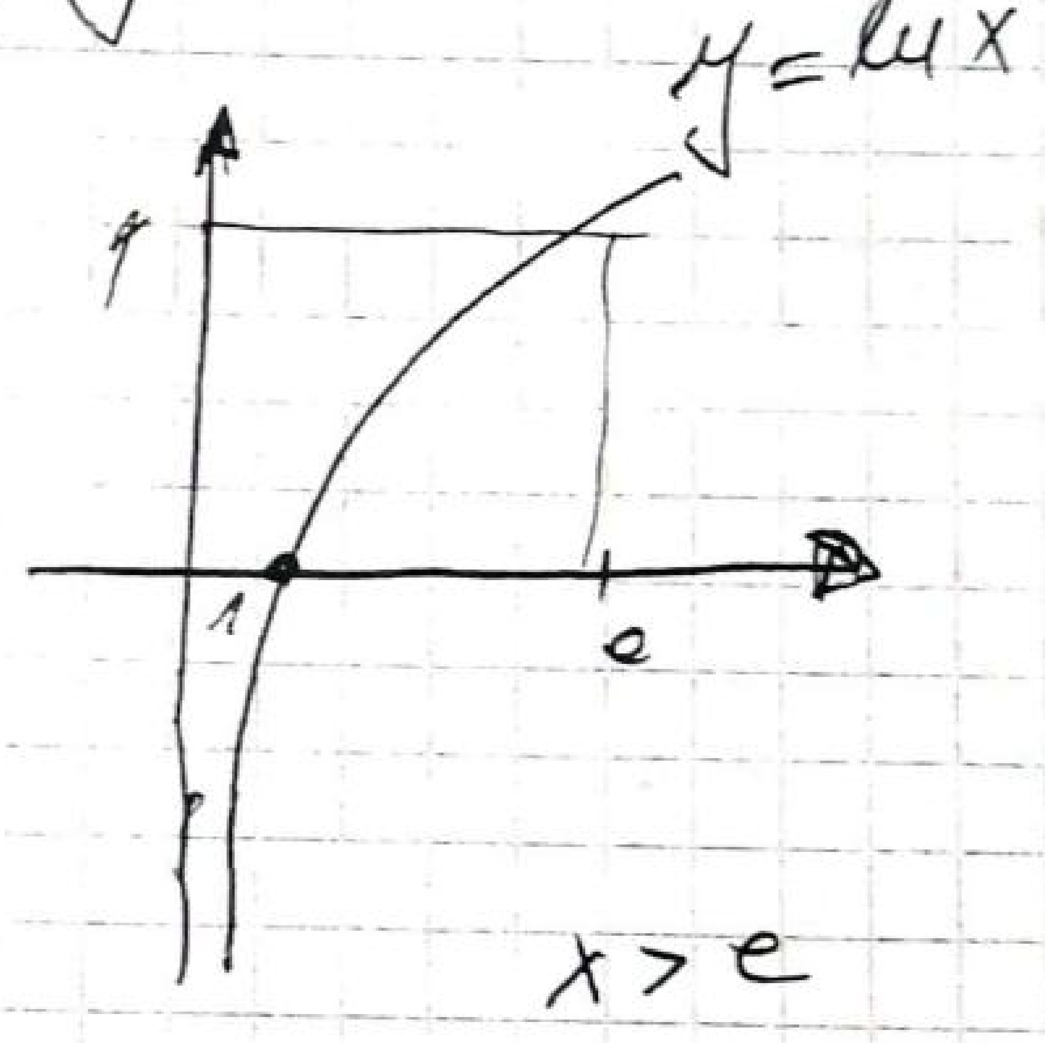
$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ и $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ су еквиконвергентни ред $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ конвергира за $\alpha+\frac{1}{2}>1$ тј. за $\alpha>\frac{1}{2}$

ред $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ дивергира за $\alpha+\frac{1}{2}\leq 1$ тј. за $\alpha\leq\frac{1}{2}$

ред $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ конвергира за $\alpha>\frac{1}{2}$, а дивергира за $\alpha\leq\frac{1}{2}$

• Испитати конвергенцију реда

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{n}$$



Р/ $a_n = \frac{\ln n}{n}$

$$\frac{1}{n} < \frac{\ln n}{n} \quad \forall n \geq 3$$

$x > e$

$\ln x > \ln e$

$\ln x > 1$

нека је $b_n = \frac{1}{n}$, тада је

$b_n \leq a_n \quad \forall n \geq 3$

ред $\sum_{n=2}^{\infty} b_n$ дивергира као хиперхармонијски за који је $p=1$) па онда дивергира и ред $\sum_{n=2}^{\infty} a_n$ (на основу критеријума поређења.)

• Испитати конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\cdot 2^n}$

Р/ $a_n = \frac{1}{n\cdot 2^n}$