

Matematika u računarstvu (napredni kurs)

IV domaći zadatak

1. Četvorobitna binarna sekvenca se slučajno generiše tako da je vjerovatnoća pojavljivanja jedinice $\frac{1}{3}$. Odrediti vjerovatnoću pojavljivanja sekvence 1011. Kolika je vjerovatnoća da slučajno generisana sekvenca ima tačno dvije jedinice?
2. Bacaju se pet kockica. Kolika je vjerovatnoća da se na četiri kockice pojavi isti broj? Kolika je vjerovatnoća da se nakon bacanja dvije kockice imaju vrijednost a a preostale tri brijednost b ($a \neq b$)?
3. U tri kutije nalaze se crne i bijele kuglice. Broj kuglica dat je u tabeli

Kutija:	I	II	III
Crnih:	5	12	15
Bijelih:	8	4	15

- (a) Kolika je vjerovatnoća da se iz proizvoljno izabrane kutije izvuče bijela kuglica? Da li je ova vjerovatnoća ista kao kada bi se sve kuglice nalazile u jednoj kutiji?
 - (b) Slučajno je odabrana kutija i iz nje je izvučena kuglica. Ispostavilo se da je kuglica crne boje. Kolika je vjerovatnoća da je odabrana treća kutija?
 - (c) Iz svake od kutija izbačene su po dvije kuglice. Kolika je vjerovatnoća da se nakon toga iz proizvoljno izabrane kutije izvuče bijela kuglica?
4. Eksperiment čiji je rezultat prirodan broj ponovljen je 10 puta. Rezultati su dati u tabeli:

Redni broj	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Rezultat	5	7	4	5	12	3	7	5	8	6

- (a) Odredite prosječnu vrijednost, medijan i mod.
 - (b) Procijenite prosječnu vrijednost slučajne varijable koja je rezultat eksperimenta. Odredite varijansu (i standardnu devijaciju) procjene.
 - (c) Procijenite varijansu slučajne varijable koja je rezultat eksperimenta.
5. Generatorska funkcija raspodjele vjerovatnoća slučajne varijable s je

$$S(z) = \frac{z^3}{z^3 - 8(z - 1)}$$

- (a) Odredite matematičko očekivanje, varijansu i standardnu devijaciju slučajne varijable s .
 - (b) Slučajna varijabla p se dobija tako što se eksperiment čiji je ishod slučajna varijabla s ponovi tri puta (nezavisno) i dobijeni rezultati saberu. Odredite matematičko očekivanje i varijansu varijable p .
6. Generator binarnih sekvenci daje na svom izlazu 0 ili 1 sa jednakim vjerovatnoćama. Sekvenca se generiše sve dok se ne pojave tri uzastopne jedinice. Dužina generisane sekvence se posmatra kao slučajna varijabla.
 - (a) Odredite očekivanu dužinu sekvence L kao i standardnu devijaciju S .
 - (b) Kolika je vjerovatnoća da proizvoljna sekvenca bude kraća od $(L - S)$?
 - (c) Kolika je vjerovatnoća da sekvenca bude duža od $(L + S)$?
 - (d) Kolika je vjerovatnoća da se dužina proizvoljne sekvence nađe u granicama od $L - S$ do $L + S$?
 - (e) Kolika je vjerovatnoća da proizvoljna sekvenca bude dugačka tačno $[L]$ gdje je sa uglastim zagradama označen prirodan broj najbliži broju L ?
 7. Igra se sastoji u bacanju dvije kockice. Ukoliko je zbir paran broj veći od 2 igrač dobija 2€ a ukoliko je zbir neparan gubi 1€. Specijalno ako se pojavi kombinacija (1,1) igrač gubi 10€. Odredite očekivani dobitak igrača nakon 10 bacanja. Kolika je standardna devijacija očekivanog dobitka?