

Matematika u računarstvu (napredni kurs)

II domaći zadatak

1. Dat je graf (V, B) sa 7 čvorova

$$V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

i granama

$$B = \{(1, 2), (2, 3), (3, 1), (4, 5), (4, 6), (6, 2), (7, 1), (5, 4), (3, 7), (7, 3)\}$$

. Odredite matricu susjedstva \mathbf{A} , matricu incidencije čvorova i grana \mathbf{G} i nacrtajte graf. Da li je posmatrani graf planaran (da li ga možete grafički predstaviti tako da se grane ne sijeku)?

2. Da li je graf u zadatku 1. povezan?
3. Graf G_2 je sličan grafu iz zadatka 1, s tom razlikom što su grane neorjentisane (vodite računa o tome da se ne radi o multigrafu, odnosno da između dva čvorova ne može postojati više od jedne grane). Ispitajte da li u grafu G_2 postoji Euler-ova putanja. Ukoliko postoji ispišite redosled obilaska grana grafa. Ukoliko Euler-ova putanja ne postoji uklonite minimalan broj grana iz grafa, tako da dobijeni podgraf ima Euler-ovu putanju.
4. Matrica susjedstva čvorova grafa G_3 je:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Da li su grafovi G_2 (iz zadatka 2) i G_3 izomorfni? Predstavite grafički graf G_3 .

5. Za graf definisan u zadatku 4. odredite da li postoji putanja dužine 2 od prvog do trećeg čvor grafa? Ako postoji sve moguće putanje zapišite u obliku $(1, x, 3)$ gdje je x redni broj čvor preko kojega putanja prolazi. Da li postoji putanja dužine 2 od prvog do četvrtog čvor?
6. Dokažite da u neorjentisanom grafu sa n čvorova i n grana postoji bar jedna zatvorena putanja.
7. Tripartitni graf možemo definisati slično definiciji bipartitnog grafa kao graf kod kojega se skup čvorova V može podijeliti na tri podskupa V_1, V_2 i V_3 tako da je $V = V_1 \cup V_2 \cup V_3$, $V_1 \cap V_2 = \emptyset$, $V_1 \cap V_3 = \emptyset$ i $V_2 \cap V_3 = \emptyset$, pri čemu ne postoje grane grafa kod kojih i polazni i krajnji čvor pripadaju istom skupu V_k . Odredite broj grana kompletnog tripartitnog grafa $K_{3,5,7}$ kada V_1 ima 3 čvora, V_2 5 čvorova i V_3 7 čvorova. Pronađite opštu formulu za broj grana grafa $K_{m,n,p}$.
8. Da li postoji neorjentisani graf sa 8 čvorova i 40 grana? Da li postoji takav orjentisani graf? Objasnite odgovore.
9. Na slici je prikazan graf toka sa naznačenim maksimalnim vrijednostima protoka za svaku granu. Odredite maksimalni mogući protok između čvorova A i G.

