

## Algoritmi – uvod

Algoritam – konačan niz instrukcija (operacija ili koraka) koji opisuju kako riješiti problem. Riječ algoritam (engleski 'algorithm') potiče od latinskog prevoda imena persijskog matematičara al-Khwārizmī (persijski: خوارزمی, 780–850). Napisao je knjigu o brojevima oko 825. godine koja je prevedena na latinski u dvanaestom vijeku pod naslovom „*Algoritmi de numero Indorum*“. Riječ "Algoritmi" u naslovu je nastala kao prevod imena autora Al-Khwarizmi.

Algoritmi se mogu zadati nizom instrukcija ili pomoću dijagrama toka (engleski „flow chart“). Ponekad se instrukcije zadaju pomoću tzv. pseudokoda.

Prije prvog algoritma definisaćemo kako se zapisuju aritmetičke operacije:

Operacija	Matematika	U algoritmima	Primjer
Sabiranje	$a+b$	$a+b$	$7+2=9$
Oduzimanje	$a-b$	$a-b$	$7-2=5$
Množenje	$ab$ ili $a \cdot b$	$a * b$	$7 * 2 = 14$
Dijeljenje	$a : b$	$a / b$	$7 / 2 = 3,5$
Cjelobrojno dijeljenje	$a/b$ ili $a \text{ div } b$	$a \text{ div } b$	$7 \text{ div } 2 = 3$
Ostatak pri dijeljenju ili moduo	$a \text{ mod } b$	$a \% b$	$7 \% 2 = 1$

Ponekad se pravi razlika između dijeljenja realnih brojeva i dijeljenja cijelih brojeva. Na primjer,  $7/2$  je 3,5 i tada govorimo o dijeljenju realnih brojeva. Međutim, ako 7 i 2 posmatramo kao cijele brojeve, tada se može reći da se pri dijeljenju broja 7 brojem 2 dobija količnik 3 i ostatak 1 jer je  $7=3*2+1$ . U nekim knjigama se cjelobrojno dijeljenje označava simbolom div, kako je označeno u gornjoj tabeli.

**Primjer 1:** Odrediti površinu pravougaonika čije su dužine stranica  $a$  i  $b$ .

**Rješenje:** Opišimo algoritam na našem jeziku, zadajući ulaz, izlaz i korake koje treba izvršiti.

**Ulaz:**  $a, b$  – dužine stranica pravougaonika,  $a$  i  $b$  su pozitivni realni brojevi

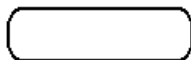
**Izlaz:**  $p$  – površina pravougaonika

**Algoritam:**

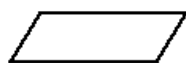
1. učitati brojeve  $a$  i  $b$
2.  $p = a * b$
3. štampati  $p$

Drugi način zadavanja algoritma je grafički, koristeći takozvani dijagram toka. Dio simbola za predstavljanje prikazan je na slici:

1. **Početak / Kraj**



2. **Ulaz / Izlaz**



3. **Obrada**



Umjesto istog simbola za ulaz/izlaz, ponekad se koriste poseban simbol za ulaz i poseban simbol za izlaz

**Ulaz**

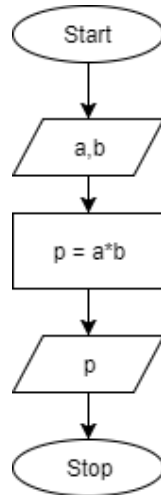


**Izlaz**



**Primjer 2:** Nacrtati dijagram toka algoritma iz primjera 1 (površina pravougaonika).

**Rješenje:**



**Primjer 3:** Napisati algoritam koji izračunava obim pravougaonika čije se dužine stranica  $a$  i  $b$ .

**Rješenje:** Obratite pažnju da smo upotrijebili slovo (promjenljivu)  $p$  kao oznaku za obim pravougaonika.

Opis koraka	Dijagram toka
<p><b>Ulaz:</b> <math>a, b</math> – dužine stranica pravougaonika, <math>a</math> i <math>b</math> su pozitivni realni brojevi</p> <p><b>Izlaz:</b> <math>p</math> – obim pravougaonika</p> <p><b>Algoritam:</b></p> <ol style="list-style-type: none"><li>1. učitati brojeve <math>a</math> i <math>b</math></li><li>2. <math>p = 2*a + 2*b</math></li><li>3. štampati <math>p</math></li></ol>	<pre>graph TD; Start([Start]) --&gt; Input[/a,b/]; Input --&gt; Process[p = 2*a+2*b]; Process --&gt; Output[/p/]; Output --&gt; Stop([Stop]);</pre>

**Primjer 4:** Napisati algoritam koji izračunava obim i površinu pravougaonika čije se dužine stranica  $a$  i  $b$ .

**Rješenje:** Upotrijebili smo dvije promjenljive, redom  $p$  i  $o$ , za površinu i obim pravougaonika.

Opis koraka	Dijagram toka
<p><b>Ulaz:</b> <math>a, b</math> – dužine stranica pravougaonika, <math>a</math> i <math>b</math> su pozitivni realni brojevi  <b>Izlaz:</b> <math>o</math> – obim pravougaonika, <math>p</math> – površina pravougaonika  <b>Algoritam:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. učitati brojeve <math>a</math> i <math>b</math></li> <li>2. <math>o = 2*a + 2*b</math></li> <li>3. <math>p = a*b</math></li> <li>4. štampati <math>p</math> i <math>o</math></li> </ol>	<pre> graph TD     Start([Start]) --&gt; Input[/a, b/]     Input --&gt; Process1[o = 2*a + 2*b]     Process1 --&gt; Process2[p = a*b]     Process2 --&gt; Output[/p, o/]     Output --&gt; Stop([Stop])     </pre>

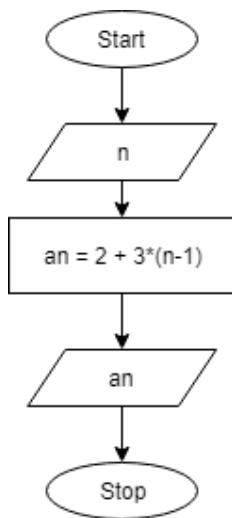
**Zadatak 5 (\*)** Dat je niz brojeva 2, 5, 8, 11... Napisati program koji učitava prirodan broj  $n$  i štampa koji je  $n$ -ti broj u datom nizu.

**Primjer:**

Ulaz	Izlaz
5	14
2017	6050

**Rješenje:**

Označimo redom elemente niza sa  $a_1, a_2, \dots, a_n \dots$  (tj.  $a_1=2, a_2=5, a_3=8, \dots$ ). Naš zadatak je da za dato  $n$  odredimo  $a_n$ . Svaki element niza je za 3 veći od prethodnog elementa tj. važe jednakosti:  $a_2=a_1+3, a_3=a_2+3, a_4=a_3+3, \dots, a_n=a_{n-1}+3$ . Ako u svakoj jednakosti prebacimo elemente niza  $a$  sa iste strane jednakosti, dobijamo  $n-1$  jednakosti:  $a_2-a_1=3, a_3-a_2=3, a_4-a_3=3, \dots, a_n-a_{n-1}=3$ . Ako saberemo sve ove jednakosti, dobijamo:  $a_2-a_1 + a_3-a_2 + a_4-a_3 + \dots + a_n-a_{n-1} = \underbrace{3 + 3 + \dots + 3}_{n-1}$ . Sada je lijeva strana jednaka  $a_n - a_1$ , a desna strana je  $3*(n-1)$ , pa dobijamo da je  $a_n - a_1 = 3*(n-1)$  tj.  $a_n = a_1 + 3*(n-1)$  i konačno dobijamo  $a_n = 2 + 3*(n-1)$ .



**Primjer 6:** Napisati algoritam koji učitava četvorocifren prirodan broj  $n$  i štampa zbir njegovih cifara.

**Rješenje:** Neka su cifre broja  $n$  redom  $a, b, c$  i  $d$ , što zapisujemo kao  $n = \overline{abcd}$ . Prvo pokažimo kako se dobija cifra jedinica prirodnog broja  $n$ . Npr. ako je  $n=12316$ , tada se pri cjelobrojnom dijeljenju broja  $n$  sa  $10$  dobija se količnik  $1231$  i ostatak  $6$ . Primjetite da je ostatak upravo cifra jedinica broja  $n$ , pa se ona dobija kao  $n \bmod 10$  (ili  $n \% 10$ ). Cifru desetica broja  $n$  možemo dobiti na više načina. Prvi način je „otkinemo“ poslednju cifru broja  $n$  primjenom operacije cjelobrojnog dijeljenja ( $n \div 10$ ), pa zatim odredimo posljednju cifru rezultata (npr. ako je  $n=12316$ , tada je  $n \div 10 = 1231$ , pa je posljednja cifra broja  $1231$  u stvari cifra desetica polaznog broja). Drugi način je da se od broja  $n$  dobije broj koji čine posljednje dvije cifre, pa se zatim odredi prva cifra rezultata. Npr. ako je  $n=12316$ , tada je  $n \bmod 100 = 16$ , pa je prva cifra broja  $16$  u stvari cifra desetica polaznog broja.

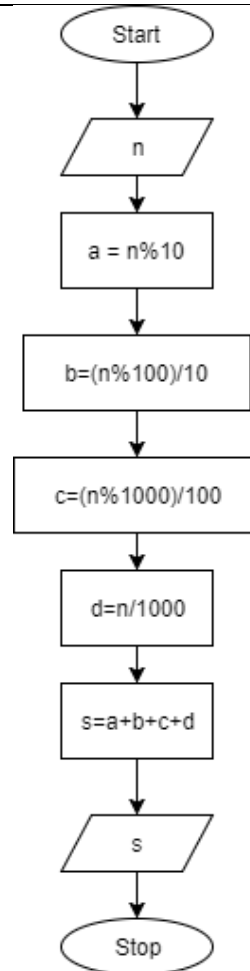
Na sličan način se dobijaju i ostale cifre.

**Ulaz:**  $n = \overline{dcba}$ , četoricifreni prirodan broj

**Izlaz:**  $s$  – zbir cifara broja  $n$

**Algoritam:**

1. učitati broj  $n$
2.  $a = n \% 10$
3.  $b = (n \% 100) / 10$
4.  $c = (n \% 1000) / 100$
5.  $d = n / 1000$
6.  $s = a + b + c + d$
7. štampati  $s$



Drugo rješenje:









**Ulaz:**  $n = \overline{dcba}$ , četoricifreni prirodan broj

**Izlaz:**  $s$  – zbir cifara broja  $n$

**Algoritam:**

1. učitati broj  $n$
2.  $a = n \% 10$
3.  $b = (n / 10) \% 10$
4.  $c = (n / 100) \% 10$
5.  $d = n / 1000$
6.  $s = a + b + c + d$
7. štampati  $s$

Uradićemo dva primjera sa robotom koji crta na papiru ili ekranu. Robot je na početku usmjeren tako da gleda prema sjeveru (trougao na slici). U tabeli su opisani efekti komandi zadatih robotu:

Komanda	Prije izvršavanje komande	Poslije izvršavanja komande
fd 100 ili forward 100  naprijed 100; obratite pažnju da robot i dalje gleda ka sjeveru; umjesto 100 može bilo koji broj		
bk 50  nazad 50; obratite pažnju da robot i dalje gleda ka sjeveru; umjesto 50 može bilo koji broj		
rt 90 ili right 90  okretanje udesno za 90 stepeni; umjesto 90 može bilo koji ugao		
lt 90 ili left 90  okretanje nalijevo za 90 stepeni; umjesto 90 može bilo koji ugao		

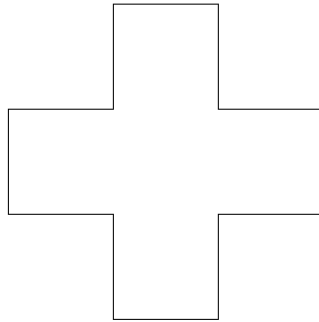
**Primjer 7.** Napisati komande koje crtaju kvadrat stranice 100

**Rješenje:** Jedno od mogućih rješenja je:

```
fd 100
rt 90
fd 100
rt 90
fd 100
rt 90
fd 100
```

Ovaj niz komandi je u stvari algoritam kako se crta kvadrat stranice 100, ako su jedine dopuštene operacije fd, bk, lt i rt.

**Zadatak 1.** Napisati komande koje crtaju sljedeću figuru, pri čemu je stranica jednog kvadrata 100.



**Zadatak 2.** Napišite komande koje crtaju mač kao na slici, gdje je  $a=30$ ,  $b=10$ ,  $c=100$ . Ugao pri vrhu mača je  $60^\circ$ .

Dimenzije	a=30, b=10, c=100

**Zadatak 3.** Napisati algoritam koji učitava četvorocifren prirodan broj  $n = \overline{abcd}$  i štampa broj  $s = \overline{cdab}$ .

**Primjer:**

Ulaz	Izlaz
1234	3412
2007	720