

Algoritmi – uvod

Algoritam – konačan niz instrukcija (operacija ili koraka) koji opisuju kako riješiti problem. Riječ algoritam (engleski 'algorithm') potiče od latinskog prevoda imena persijskog matematičara al-Khwārizmī (persijski: خوارزمی, 780–850). Napisao je knjigu o brojevima oko 825. godine koja je prevedena na latinski u dvanaestom vijeku pod naslovom „*Algoritmi de numero Indorum*“. Riječ "Algoritmi" u naslovu je nastala kao prevod imena autora Al-Khwarizmi.

Algoritmi se mogu zadati nizom instrukcija ili pomoću dijagrama toka (engleski „flow chart“). Ponekad se instrukcije zadaju pomoću tzv. pseudokoda.

Prije prvog algoritma definisaćemo kako se zapisuju aritmetičke operacije:

Operacija	Matematika	U algoritmima	Primjer
Sabiranje	$a+b$	$a+b$	$7+2=9$
Oduzimanje	$a-b$	$a-b$	$7-2=5$
Množenje	ab ili $a \cdot b$	$a * b$	$7 * 2 = 14$
Dijeljenje	$a : b$	a / b	$7 / 2 = 3,5$
Cjelobrojno dijeljenje	a/b ili $a \text{ div } b$	$a \text{ div } b$	$7 \text{ div } 2 = 3$
Ostatak pri dijeljenju ili moduo	$a \text{ mod } b$	$a \% b$	$7 \% 2 = 1$

Ponekad se pravi razlika između dijeljenja realnih brojeva i dijeljenja cijelih brojeva. Na primjer, $7/2$ je 3,5 i tada govorimo o dijeljenju realnih brojeva. Međutim, ako 7 i 2 posmatramo kao cijele brojeve, tada se može reći da se pri dijeljenju broja 7 brojem 2 dobija količnik 3 i ostatak 1 jer je $7=3*2+1$. U nekim knjigama se cjelobrojno dijeljenje označava simbolom div, kako je označeno u gornjoj tabeli.

Primjer 1: Odrediti površinu pravougaonika čije su dužine stranica a i b .

Rješenje: Opišimo algoritam na našem jeziku, zadajući ulaz, izlaz i korake koje treba izvršiti.

Ulaz: a, b – dužine stranica pravougaonika, a i b su pozitivni realni brojevi

Izlaz: p – površina pravougaonika

Algoritam:

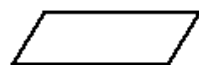
1. učitati brojeve a i b
2. $p = a * b$
3. štampati p

Drugi način zadavanja algoritma je grafički, koristeći takozvani dijagram toka. Dio simbola za predstavljanje prikazan je na slici:

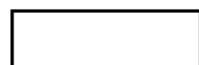
1. Početak / Kraj



2. Ulaz / Izlaz



3. Obrada



Umjesto istog simbola za ulaz/izlaz, ponekad se koriste poseban simbol za ulaz i poseban simbol za izlaz

Ulaz

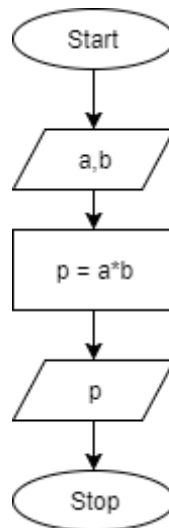


Izlaz



Primjer 2: Nacrtati dijagram toka algoritma iz primjera 1 (površina pravougaonika).

Rješenje:



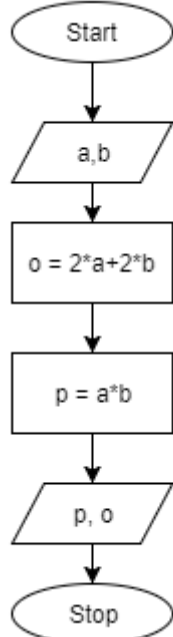
Primjer 3: Napisati algoritam koji izračunava obim pravougaonika čije se dužine stranica a i b .

Rješenje: Obratite pažnju da smo upotrijebili slovo (promjenljivu) p kao oznaku za obim pravougaonika.

Opis koraka	Dijagram toka
<p>Ulaz: a, b – dužine stranica pravougaonika, a i b su pozitivni realni brojevi Izlaz: p – obim pravougaonika Algoritam:</p> <ol style="list-style-type: none">1. učitati brojeve a i b2. $p = 2*a + 2*b$3. štampati p	<pre>graph TD; Start([Start]) --> Input[/a,b/]; Input --> Process[p = 2*a+2*b]; Process --> Output[/p/]; Output --> Stop([Stop]);</pre>

Primjer 4: Napisati algoritam koji izračunava obim i površinu pravougaonika čije se dužine stranica a i b .

Rješenje: Upotrijebili smo dvije promjenljive, redom p i o , za površinu i obim pravougaonika.

Opis koraka	Dijagram toka
<p>Ulaz: a, b – dužine stranica pravougaonika, a i b su pozitivni realni brojevi Izlaz: o – obim pravougaonika, p – površina pravougaonika Algoritam:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. učitati brojeve a i b 2. $o = 2*a + 2*b$ 3. $p = a*b$ 4. štampati p i o 	 <pre> graph TD Start([Start]) --> Input[/a, b/] Input --> Process1[o = 2*a + 2*b] Process1 --> Process2[p = a*b] Process2 --> Output[/p, o/] Output --> Stop([Stop]) </pre>

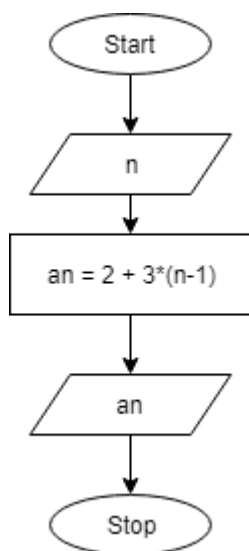
Zadatak 5 (*) Dat je niz brojeva 2, 5, 8, 11... Napisati program koji učitava prirodan broj n i štampa koji je n -ti broj u datom nizu.

Primjer:

Ulaz	Izlaz
5	14
2017	6050

Rješenje:

Označimo redom elemente niza sa $a_1, a_2, \dots, a_n \dots$ (tj. $a_1=2, a_2=5, a_3=8, \dots$). Naš zadatak je da za dato n odredimo a_n . Svaki element niza je za 3 veći od prethodnog elementa tj. važe jednakosti: $a_2=a_1+3, a_3=a_2+3, a_4=a_3+3, \dots, a_n=a_{n-1}+3$. Ako u svakoj jednakosti prebacimo elemente niza a sa iste strane jednakosti, dobijamo $n-1$ jednakosti: $a_2-a_1=3, a_3-a_2=3, a_4-a_3=3, \dots, a_n-a_{n-1}=3$. Ako saberemo sve ove jednakosti, dobijamo: $a_2-a_1 + a_3-a_2 + a_4-a_3 + \dots + a_n-a_{n-1} = \underbrace{3+3+\dots+3}_{n-1}$. Sada je lijeva strana jednaka $a_n - a_1$, a desna strana je $3*(n-1)$, pa dobijamo da je $a_n - a_1 = 3*(n-1)$ tj. $a_n = a_1 + 3*(n-1)$ i konačno dobijamo $a_n = 2 + 3*(n-1)$.



Primjer 6: Napisati algoritam koji učitava četvorocifren prirodan broj n i štampa zbir njegovih cifara.

Rješenje: Neka su cifre broja n redom a, b, c i d , što zapisujemo kao $n = abcd$. Prvo pokažimo kako se dobija cifra jedinica prirodnog broja n . Npr. ako je $n=12316$, tada se pri cjelobrojnom dijeljenju broja n sa 10 dobija se količnik 1231 i ostatak 6. Primjetite da je ostatak upravo cifra jedinica broja n , pa se ona dobija kao $n \bmod 10$ (ili $n\%10$). Cifru desetica broja n možemo dobiti na više načina. Prvi način je „otkinemo“ posljednju cifru broja n primjenom operacije cjelobrojnog dijeljenja ($n \div 10$), pa zatim odredimo posljednju cifru rezultata (npr. ako je $n=12316$, tada je $n \div 10 = 1231$, pa je posljednja cifra broja 1231 u stvari cifra desetica polaznog broja). Drugi način je da se od broja n dobije broj koji čine posljednje dvije cifre, pa se zatim odredi prva cifra rezultata. Npr. ako je $n=12316$, tada je $n \bmod 100 = 16$, pa je prva cifra broja 16 u stvari cifra desetica polaznog broja.

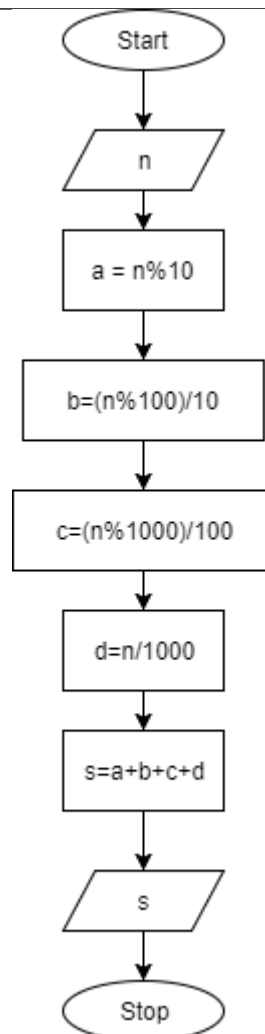
Na sličan način se dobijaju i ostale cifre.

Ulaz: $n = dcba$, četoricifreni prirodan broj

Izlaz: s – zbir cifara broja n

Algoritam:

1. učitati broj n
2. $a = n \% 10$
3. $b = (n \% 100) / 10$
4. $c = (n \% 1000) / 100$
5. $d = n / 1000$
6. $s = a + b + c + d$
7. štampati s



Drugo rješenje:









Ulaz: $n = dcba$, četoricifreni prirodan broj

Izlaz: s – zbir cifara broja n

Algoritam:

1. učitati broj n
2. $a = n \% 10$
3. $b = (n / 10) \% 10$
4. $c = (n / 100) \% 10$
5. $d = n / 1000$
6. $s = a + b + c + d$
7. štampati s

Uradićemo dva primjera sa robotom koji crta na papiru ili ekranu. Robot je na početku usmjeren tako da gleda prema sjeveru (trougao na slici). U tabeli su opisani efekti komandi zadatih robotu:

Komanda	Prije izvršavanje komande	Poslije izvršavanja komande
fd 100 ili forward 100 naprijed 100; obratite pažnju da robot i dalje gleda ka sjeveru; umjesto 100 može bilo koji broj		
bk 50 nazad 50; obratite pažnju da robot i dalje gleda ka sjeveru; umjesto 50 može bilo koji broj		
rt 90 ili right 90 okretanje udesno za 90 stepeni; umjesto 90 može bilo koji ugao		
lt 90 ili left 90 okretanje nalijevo za 90 stepeni; umjesto 90 može bilo koji ugao		

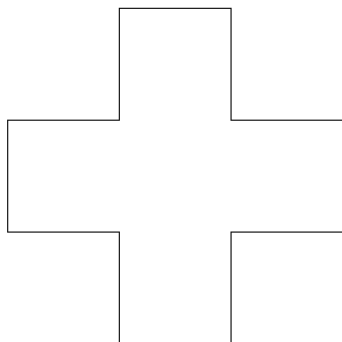
Primjer 7. Napisati komande koje crtaju kvadrat stranice 100

Rješenje: Jedno od mogućih rješenja je:

```
fd 100
rt 90
fd 100
rt 90
fd 100
rt 90
fd 100
```

Ovaj niz komandi je u stvari algoritam kako se crta kvadrat stranice 100, ako su jedine dopuštene operacije fd, bk, lt i rt.

Zadatak 1. Napisati komande koje crtaju sljedeću figuru, pri čemu je stranica jednog kvadrata 100.



Zadatak 2. Napišite komande koje crtaju mač kao na slici, gdje je $a=30$, $b=10$, $c=100$. Ugao pri vrhu mača je 60° .

Dimenzije	$a=30, b=10, c=100$

Zadatak 3. Napisati algoritam koji učitava četvorocifren prirodan broj $n = abcd$ i štampa broj $s = cdab$.

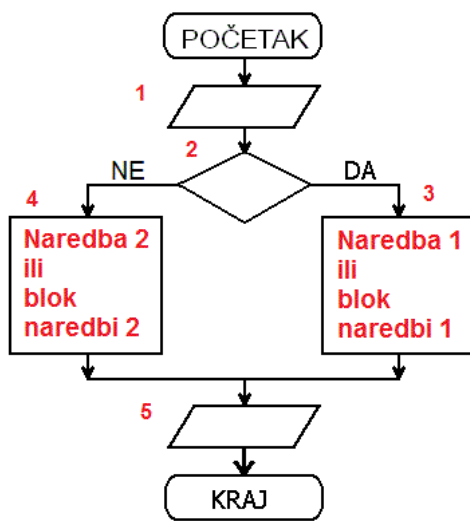
Primjer:

Ulaz	Izlaz
1234	3412
2007	720

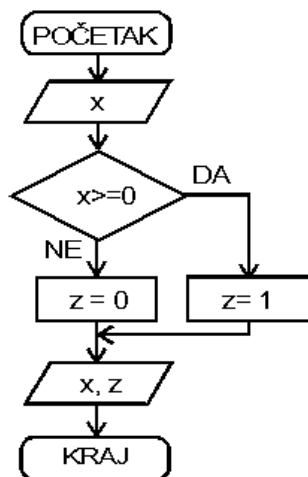
Kontrolne naredbe

Primjeri:

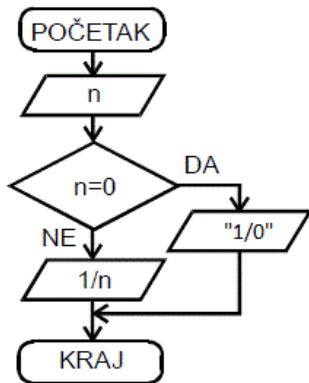
Opšti oblik razgranate strukture



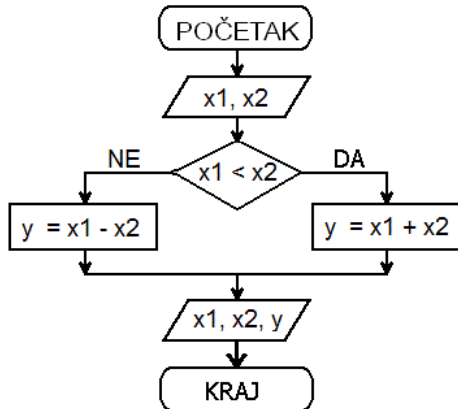
Učitati broj x i štampati vrijednost $z = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$



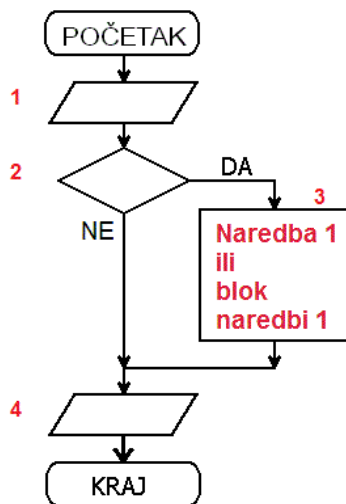
Učitati cio broj n i štampati njegovu recipročnu vrijednost. Ako je učitani broj 0, štampati tekst „1/0“.



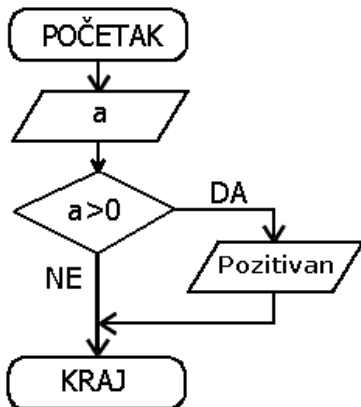
Učitati x_1 i x_2 . Ako je $x_1 < x_2$ štampati $x_1 - x_2$, inače štampati $x_1 + x_2$.



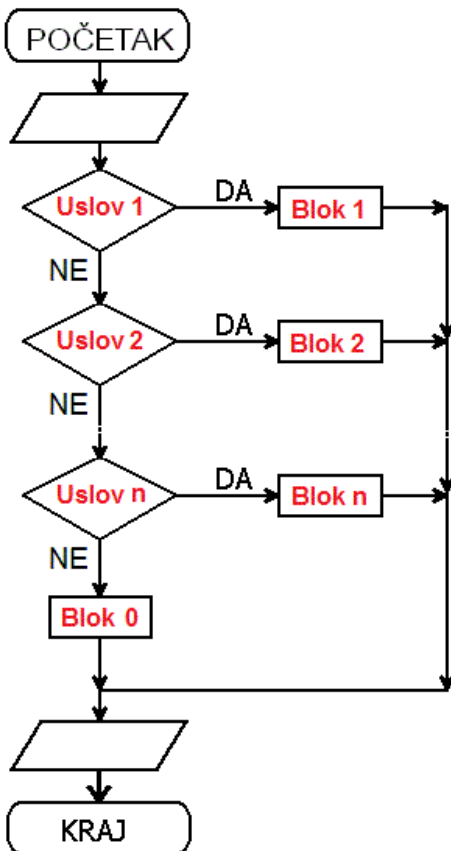
Opšti oblik razgranate strukture (if bez else)



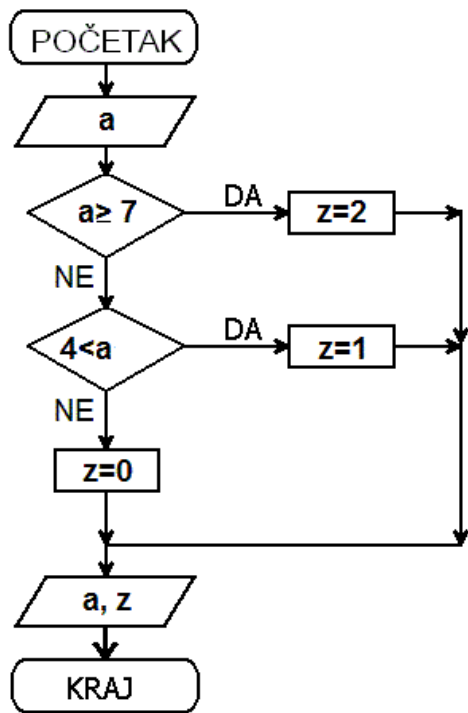
Učitati broj a. Ako je a pozitivan, štampati poruku "Pozitivan".



Opšti oblik višestruko razgranate strukture

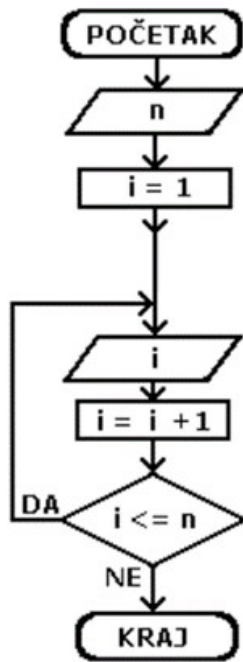


Učitati broj a i štampati vrijednost izraza $z = \begin{cases} 2, & a \geq 7 \\ 1, & 4 < a < 7 \\ 0, & a \leq 4 \end{cases}$



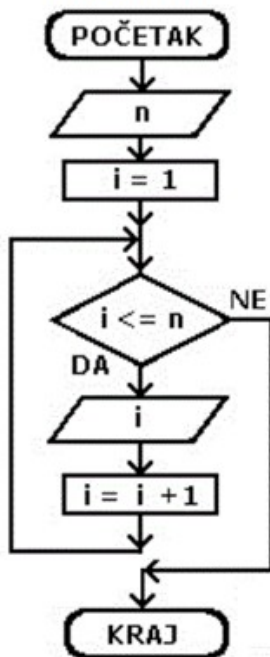
Učitati prirodan broj n i štampati sve prirodne brojeve od 1 do n .

Prvi način



Učitati prirodan broj n i štampati sve prirodne brojeve od 1 do n .

Drugi način



Učitati prirodne brojeve k i n ($k \leq n$) i štampati: (a) brojeve k i n i zbir svih prirodnih brojeva od k do n ; (b) brojeve k i n i zbir svih neparnih prirodnih brojeva od k do n ; (c) brojeve k i n i zbir svih neparnih prirodnih brojeva od k do n .

