$1 + \frac{3}{4}$

Скаларни производ

Деф:

$\vec{a}, \vec{b} \in V^3$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \varphi$, φ угао између $\vec{a}$ и $\vec{b}$

$\varphi = \measuredangle(\vec{a}, \vec{b})$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot pr_{\vec{a}} \vec{b}$

?

$pr_{\vec{a}} \vec{b} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|}$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{b}| \cdot pr_{\vec{b}} \cdot \vec{a}$

$pr_{\vec{b}} \vec{a} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|}$

Својства:

1) $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}$

2) $(\alpha\cdot\vec{a})\cdot\vec{b}=\alpha(\vec{a}\cdot\vec{b})$

3) $(\alpha+\beta)\cdot\vec{a}=\alpha\vec{a}+\beta\vec{a}$

4) $\alpha\cdot(\vec{a}+\vec{b})=\alpha\vec{a}+\alpha\vec{b}$

5) $\vec{a}(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{a}\cdot\vec{c}$

6) $(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot\vec{c}+\vec{b}\cdot\vec{c}$

7) $\vec{a}\cdot\vec{a}>0,\quad \vec{a}\neq\vec{0}$

$\vec{a}\cdot\vec{a}=0 \Leftrightarrow \vec{a}=\vec{0}$

8) $\vec{a}\perp\vec{b}\Rightarrow\vec{a}\cdot\vec{b}=0$

9) $\vec{a}=x_1\cdot\vec{i}+y_1\cdot\vec{j}+z_1\cdot\vec{k}$

$\vec{b}=x_2\cdot\vec{i}+y_2\cdot\vec{j}+z_2\cdot\vec{k}$

$\boxed{\vec{a}\cdot\vec{b}=x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2}$ – начин

10) $|\vec{a}|=\sqrt{\vec{a}\cdot\vec{a}}$

11) $\cos\varphi=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}$

12) $\vec{i}=(1,0,0)$

$\vec{j}=(0,1,0)$

$\vec{k}=(0,0,1)$

$\vec{i}\cdot\vec{i}=1$

$\vec{j}\cdot\vec{j}=1$

$\vec{k}\cdot\vec{k}=1$

$\vec{i}\cdot\vec{j}=0$

$\vec{i}\cdot\vec{k}=0$

$\vec{j}\cdot\vec{k}=0$

1. Наћи скаларни производ вектора
$\vec{a}=(3,4,7)$, $\vec{b}=(2,-5,2)$

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=3\cdot2+4\cdot(-5)+7\cdot2=0$$
$$\Downarrow$$
$\vec{a}\perp\vec{b}$ ортогонални су

2. Ако је $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=4$, $\measuredangle(\vec{a},\vec{b})=\frac{2\pi}{3}$
наћи а) $\vec{a}\cdot\vec{b}$
б) $(3\vec{a}-2\vec{b})\cdot(\vec{a}+2\vec{b})$
в) $|\vec{a}+\vec{b}|^2$

а) $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos\varphi$
$=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos\frac{2\pi}{3}=3\cdot4\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)=-6$

б) $(3\vec{a}-2\vec{b})\cdot(\vec{a}+2\vec{b})=3\,\vec{a}\cdot\vec{a}-6\vec{a}\cdot\vec{b}-2\vec{b}\cdot\vec{a}-4\vec{b}\cdot\vec{b}=$
$=3\cdot|\vec{a}|^2+4\,\vec{a}\cdot\vec{b}-4|\vec{b}|^2=$
$=27-24-64=-57$

в) $|\vec{a}+\vec{b}|^2=(\vec{a}+\vec{b})(\vec{a}+\vec{b})=|\vec{a}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2=$
$=9-12+16=13$

(2) Наћи вектор $\vec{c}$ који је колинеаран са вектором $\vec{a}+\vec{b}$, ако су испуњени услови $\vec{a}\cdot\vec{b}=5$, $\vec{c}\cdot\vec{b}=18$, $|\vec{b}|=2$

R $\quad \vec{c}=k\cdot(\vec{a}+\vec{b}) \;/\cdot \vec{b}$

$$\vec{c}\cdot\vec{b}=k(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{b}$$

$$\vec{c}\cdot\vec{b}=k\cdot\vec{a}\cdot\vec{b}+k\cdot|\vec{b}|$$

$$18=5k+4k$$

$$9k=18$$

$$k=2$$

$$\vec{c}=2(\vec{a}+\vec{b})=2\vec{a}+2\vec{b}$$

(3.) Наћи угао између вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$ ако је $|\vec{a}|=2\cdot|\vec{b}|$ и вектор $2\vec{a}+\vec{b}$ је ортогоналан на вектор $\vec{a}-3\vec{b}$.

$$\cos\varphi=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}, \quad \varphi=\sphericalangle(a,b)$$

$$(2\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}-3\vec{b})=0$$

$$2|\vec{a}|^2-5\,\vec{a}\cdot\vec{b}-3|\vec{b}|^2=0$$

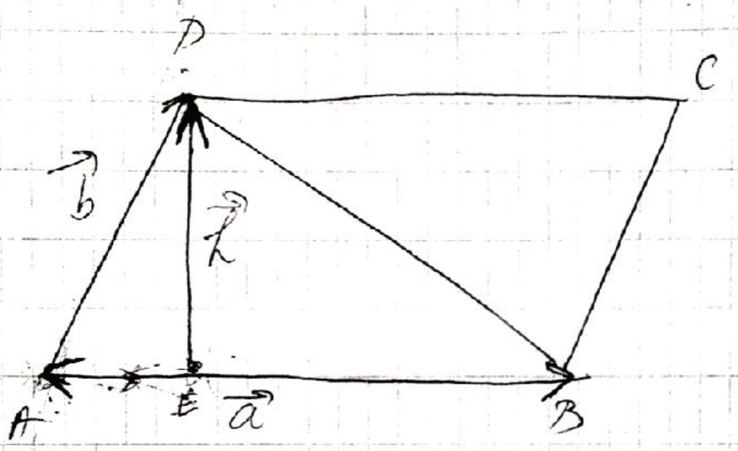
$$8|\vec{b}|^2-5\vec{a}\,\vec{b}-3|\vec{b}|^2=0$$

$$\underline{\vec{a}\cdot\vec{b}}=|\vec{b}|^2$$

$$\cos\varphi=\frac{|\vec{b}|^2}{2|\vec{b}|\cdot|\vec{b}|}$$

$$\cos\varphi=\frac{1}{2}\Rightarrow\varphi=\frac{\pi}{3}$$

4) Доказати да је у паралелограму конструисаном над векторима $\vec{a}$ и $\vec{b}$ вектор висине на $\vec{a}$ дат са $\boxed{\vec{h} = \vec{b} - \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|} \cdot \vec{a}_0}$, гдје је $\vec{a}_0$ јединични вектор вектора a



Нека је $\vec{AB} = \vec{a}$; $\vec{AD} = \vec{b}$

E – подножје висине из D на $p(AB)$

$\vec{h} = \vec{EA} + \vec{AD}$

$\vec{EA} = |\vec{EA}| \cdot \vec{e}_0$, $\vec{e}_0$ – јединични вектор вектора $\vec{EA}$.

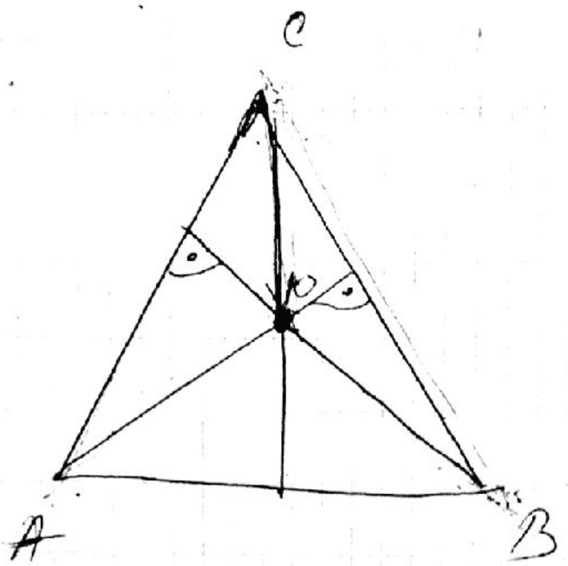
$$|\vec{EA}| = |\vec{AE}| = pr_{\vec{a}} |\vec{b}| = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|}$$

Како су $\vec{EA}$ и $\vec{AB}$ колинеарни а супротна смјера, то је $\vec{e}_0 = -\vec{a}_0$

$$\vec{EA} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|} \cdot (-\vec{a}_0)$$

$$\boxed{\vec{h} = -\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|} \cdot \vec{a}_0 + \vec{b}}$$

⑤ Доказати да се висине троугла секу у једној тачки.



O - пресек висина из темена A и B

Довољно је доказати да је $\overrightarrow{CO} \perp \overrightarrow{AB}$

$$\overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{BC} \Rightarrow \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$$

$$\overrightarrow{OA} \cdot (\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB}) = 0$$

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0 \qquad (1)$$

$$\overrightarrow{OB} \perp \overrightarrow{CA} \rightarrow \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{CA} = 0$$

$$\overrightarrow{OB} \, (\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OC}) = 0$$

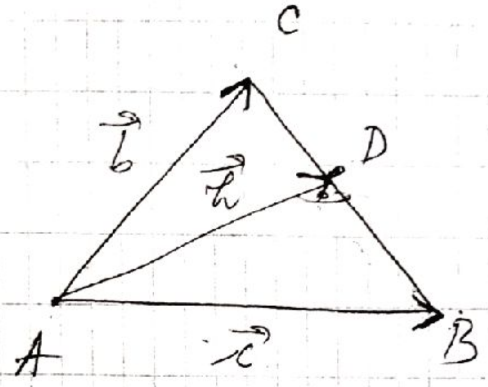
$$\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} = 0 \qquad (2)$$

$$(1)+(2) = \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} = 0$$

$$(\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}) \cdot \overrightarrow{OC} = 0$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{OC} = 0 \Rightarrow \underline{\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{OC}}$$

6. Троугао ABC је задат векторима $\vec{AB}=\vec{c}$, $\vec{AC}=\vec{b}$. Наћи вектор висине спуштене из темена A.



D-подножје висине из A

$$\vec{h}=\vec{AD}$$
$$\vec{h}=\vec{AB}+\vec{BD}$$
$$\vec{h}=\vec{c}+k\cdot\vec{BC}$$
$$\vec{h}=\vec{c}+k\cdot(\vec{b}-\vec{c}) \quad / \quad \vec{BC}=\vec{b}-\vec{c}$$
$$0=\vec{c}(\vec{b}-\vec{c})+k\,|\vec{b}-\vec{c}|^2$$
$$k=\frac{-\vec{c}\cdot(\vec{b}-\vec{c})}{|\vec{b}-\vec{c}|^2}$$
$$\vec{h}=\vec{c}-\frac{\vec{c}(\vec{b}-\vec{c})}{|\vec{b}-\vec{c}|^2}\cdot(\vec{b}-\vec{c})$$

7. Ако радијус вектор $\vec{r}=x\cdot\vec{i}+y\cdot\vec{j}+z\cdot\vec{k}$ заклапа са координатним осама Ox, Oy, Oz правоуглог координатног система редом углове α, β и γ. Доказати да је $\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1$

$$\alpha=\sphericalangle(\vec{r},Ox)$$
$$\alpha=\sphericalangle(\vec{r},\vec{i})$$

$$\vec{r}=(x,y,z)$$
$$\vec{i}=(1,0,0)$$

$$\cos\alpha = \frac{\vec{r}\cdot\vec{i}}{|\vec{r}|\cdot|\vec{i}|} = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}\cdot 1}$$

$$\beta = \measuredangle(\vec{r}, Oy)$$
$$\beta = \measuredangle(\vec{r}, \vec{j})$$

$$\cos\beta = \frac{\vec{r}\cdot\vec{j}}{|\vec{r}|\cdot|\vec{j}|} = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}\cdot 1}$$

$$\cos\gamma = \frac{\vec{r}\cdot\vec{i}}{|\vec{k}|\cdot|\vec{k}|} = \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$$

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = \frac{x^2}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} + \frac{y^2}{x^2+y^2+z^2} + \frac{z^2}{x^2+y^2+z^2} = 1$$

$\vec{r_0}$ - єдиничні вектор вектора $\vec{r}$

$$\vec{r_0} = \frac{1}{|\vec{r}|}\cdot\vec{r} = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}(x, y, z) = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}, \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}, \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$$

$$\cos\gamma = \frac{\vec{r}\cdot\vec{k}}{|\vec{r}|\cdot|\vec{k}|} = \frac{z}{x^2+y^2+z^2}$$

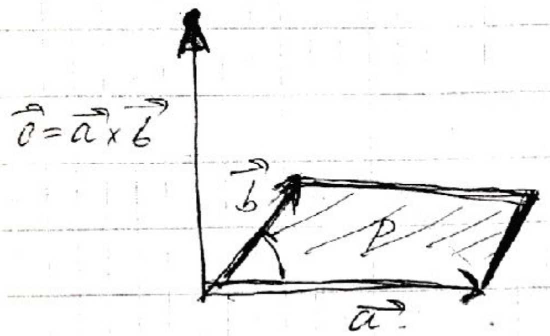
$$\boxed{\vec{r_0} = (\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma)}$$

Векторски производ вектора

Деф:

Векторски производ вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$ је вектор $\vec{c}$ у ознаци $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$, такав да је

1) $\vec{c}$ ортогоналан на раван у којој леже $\vec{a}$ и $\vec{b}$
2) $|\vec{c}| = P$, P – површина паралелограма над векторима $\vec{a}$ и $\vec{b}$
3) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ чине десни триедар



Својства

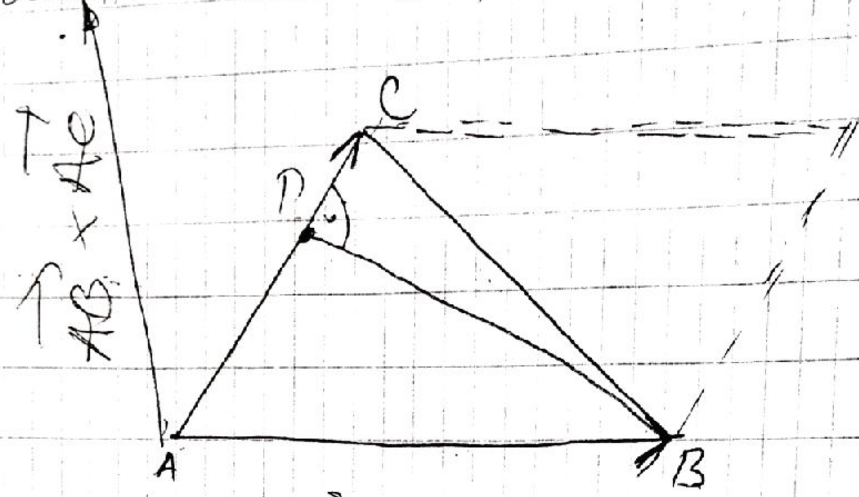
1) $\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$ није комутативан
2) ако су $\vec{a}$ и $\vec{b}$ колинеарни тада је $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$
3) $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c}$
4) $(\alpha \vec{a}) \times \vec{b} = \vec{a} \times (\alpha \vec{b}) = \alpha (\vec{a} \times \vec{b})$
5) $\vec{a} = x_1 \cdot \vec{i} + y_1 \cdot \vec{j} + z_1 \cdot \vec{k}$

$\vec{b} = x_2 \cdot \vec{i} + y_2 \vec{j} + z_2 \vec{k}$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix} \cdot \vec{i} - \begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix} \cdot \vec{j} + \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} \cdot \vec{k} =$$

$$= (y_1 z_2 - y_2 z_1) \cdot \vec{i} - (x_1 z_2 - x_2 z_1) \cdot \vec{j} + (x_1 y_2 - x_2 y_1) \cdot \vec{k} =$$

1) У троуглу са тјеменима $A(1,-1,2)$, $B(5,-6,2)$ $C(1,3,-1)$ наћи интензитет вектора висине из тјемена B.



$$\vec{h} = \vec{BD}$$

$$|\vec{h}| = ?$$

$$\left.\begin{aligned} P_\Delta &= \frac{1}{2} |\vec{AB} \times \vec{AC}| \\ P_\Delta &= \frac{1}{2} |\vec{AC}| \cdot |\vec{h}| \end{aligned}\right\} \quad |\vec{h}| = \frac{|\vec{AB} \times \vec{AC}|}{|\vec{AC}|}$$

$$\vec{AB} = (4,-5,0)$$

$$\vec{AC} = (0,4,-3)$$

$$\vec{AB} \times \vec{AC} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 4 & -5 & 0 \\ 0 & 4 & -3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -5 & 0 \\ 4 & -3 \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -3 \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} 4 & -5 \\ 0 & 4 \end{vmatrix}$$

$$= (15-0) \cdot \vec{i} - (-12) \cdot \vec{j} + (16-($$

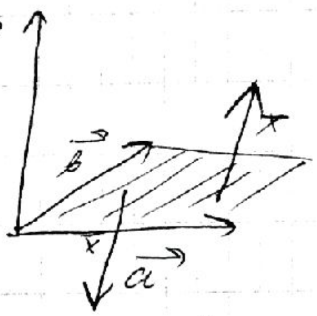
$$= 15\vec{i} + 12\vec{j} + 16\vec{k}$$

$$\vec{AB} \times \vec{AC} = (15, 12, 16)$$

$$|\vec{h}| = \frac{\sqrt{225+144+256}}{\sqrt{0+16+9}} = \frac{\sqrt{625}}{5} = \frac{25}{5} = 5$$

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin\varphi, \quad \varphi = \measuredangle(\vec{a}, \vec{b})$$

(2) Вектор $\vec{x}$ је ортогоналан на векторе $\vec{a} = (4, -2, -3)$; $\vec{b} = (0, 1, 3)$, а са осом Oy образује шиљи угао. Нађи његове координате ако је $|\vec{x}| = 26$



$$\left.\begin{matrix} \vec{x} \perp \vec{a} \\ \vec{x} \perp \vec{b} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \vec{x} = \lambda \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$$

a, c су ортогонални на исту раван и колинеарни су.

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 4 & -2 & -3 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix} = -3\vec{i} - 12\vec{j} + 4\vec{k}$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = (-3, -12, 4)$$

$$\vec{x} = (-3\lambda, -12\lambda, 4\lambda)$$

$$|\vec{x}| = 26 = \sqrt{9\lambda^2 + 144\lambda^2 + 16\lambda^2} = 26$$

$$\sqrt{169\lambda^2} = 26$$

$$|13\lambda| = 26$$

$$13 \cdot |\lambda| = 26$$

$$|\lambda| = 2$$

$\alpha = \sphericalangle(\vec{x}, Oy)$

$\alpha = \sphericalangle(\vec{x}, \vec{j})$

α – тупи угао.

$\cos\alpha < 0$

$$\cos\alpha = \frac{\vec{x}\cdot\vec{j}}{|\vec{x}|\cdot|\vec{j}|}$$

$$\cos\alpha = \frac{-12\lambda}{26\cdot 1}$$

$\cos\alpha < 0$

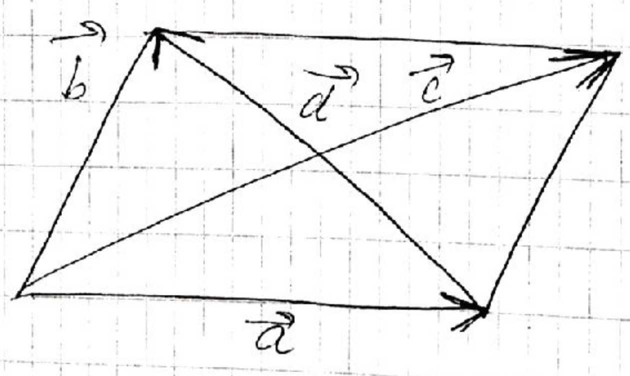
$$-\frac{6}{13}\cdot\lambda < 0$$

$\lambda > 0$

$$\left.\begin{array}{l} |\lambda| = 2 \\ \lambda > 0 \end{array}\right\} \lambda = 2$$

$$\boxed{\vec{x} = (-6, -24, 8)}$$

3. Одредити површину паралелограма, ако су вектори дијагонала $\vec{c} = 3\vec{m} + 3\vec{n}$; $\vec{d} = \vec{m} - \vec{n}$ при чему је $\sphericalangle(\vec{m}, \vec{n}) = \frac{\pi}{6}$; ако су $\vec{m}$ и $\vec{n}$ јединични вектори



Нека су $\vec{a}$ и $\vec{b}$ вектори над којима је паралелограм конструисан.

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$$
$$\vec{d} = \vec{b} - \vec{a}$$
$$2\vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$$

$$\vec{b} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d}) = \frac{1}{2}(3\vec{m} + 3\vec{n} + \vec{m} - \vec{n})$$

$$= \frac{1}{\cancel{2}} \cdot 4\vec m + \vec n = 2\vec m + \vec n$$

$$\vec a = \vec c - \vec b = 3\vec m + 3\vec n - 2\vec m + \vec n = \vec m + 2\vec n$$

$$P = |\vec a \times \vec b|$$

$$\vec a \times \vec b = (\vec m + 2\vec n) \times (2\vec m + \vec n) = \overbrace{2\vec m \times \vec m}^{\vec 0} + \vec m \times \vec n + 4\vec n \times \vec m + \underbrace{2\vec n \times \vec n}_{\vec 0} =$$

$$= \vec m \times \vec n + 4\vec n \times \vec m =$$

$$= \vec m \times \vec n - 4\vec m \times \vec n = -3\vec m \times \vec n$$

$$P = |-3\vec m \times \vec n| = |-3| \cdot |\vec m \times \vec n| = 3 \cdot |\vec m \times \vec n| =$$

$$= 3 \cdot \underbrace{|\vec m|}_{1} \cdot \underbrace{|\vec n|}_{1} \cdot \sin\frac{\pi}{6} =$$

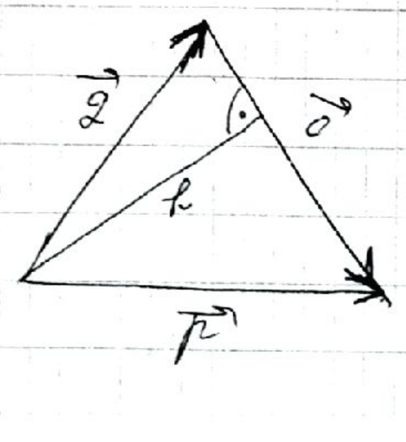
$$= 3 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \text{ ук}$$

4) Двије странице троугла су $\vec p = 2\vec a + 3\vec b$ и $\vec q = \vec a - 4\vec b$ гдје су $\vec a$ и $\vec b$ нормални ортови

јединични вект. ортогонални су

Израчунати h према трећој страници троугла.

R:



$$\vec{c} = \vec{p} - \vec{q}$$

$$\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{a} + 4\vec{b} = \vec{a} + 7\vec{b}$$

$$\left.\begin{aligned} P_\Delta &= \frac{1}{2}|\vec{p}\times\vec{q}| \\ P_\Delta &= \frac{1}{2}|\vec{c}|\cdot h \end{aligned}\right\} \Rightarrow h = \frac{|\vec{p}\times\vec{q}|}{|\vec{c}|}$$

$$\vec{p}\times\vec{q} = (2\vec{a}+3\vec{b})\times(\vec{a}-4\vec{b}) = -8\vec{a}\times\vec{b} + 3\vec{b}\times\vec{a} =$$

$$= -11\vec{a}\times\vec{b}$$

$$|\vec{p}\times\vec{q}| = |-11\vec{a}\times\vec{b}| = |-11|\cdot|\vec{a}\times\vec{b}| = 11\cdot|\vec{a}\times\vec{b}| =$$

$$= 11\cdot|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\sin 90^\circ =$$

$$= 11\cdot\underbrace{|\vec{a}|}_{1}\cdot\underbrace{|\vec{b}|}_{1}\cdot\sin 90^\circ =$$

$$=$$

$$= 11\cdot 1 = 11$$

$$|\vec{c}| = \sqrt{\vec{c}\cdot\vec{c}} = \sqrt{(\vec{a}+7\vec{b})(\vec{a}+7\vec{b})} =$$

$$= \sqrt{\underbrace{|\vec{a}|^2}_{1} + 14\underbrace{\vec{a}\cdot\vec{b}}_{0 \text{ jer je } a\perp b} + 49\underbrace{|\vec{b}|^2}_{1}}$$

$$= \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

$$h = \frac{11}{5\sqrt{2}} = \frac{11\sqrt{2}}{10}$$

1 a) Одредити онај од јединичних вектора нормалних на векторе $\vec{a}$ и $\vec{b}$, који са вектором $\vec{c}$ образује оштар угао

б) У смеру тог јединичног вектора одредити вектор $\vec{d}$ тако да запремина паралелепипеда над векторима $\vec{a}, \vec{b}$ и $\vec{d}$ буде $V = 18$.

$\vec{a} = (-2, -6, 1) \quad \vec{b}(1, 2, 0) \quad \vec{c} = (2, -1, 0)$

R Нека је $\vec{x}$ тражени вектор

$$\left.\begin{matrix} \vec{x} \perp \vec{a} \\ \vec{x} \perp \vec{b} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \vec{x} = \lambda(\vec{a} \times \vec{b})$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -2 & -6 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix} = -2\vec{i} - 1\vec{j} + 2\vec{k}$$

$\vec{a} \times \vec{b} = (-2, -1, 2)$

$\vec{x} = (-2\lambda, \lambda, 2\lambda)$

$|\vec{x}| = 1 = \sqrt{4\lambda^2 + \lambda^2 + 4\lambda^2} = 1$

$\sqrt{9\lambda^2} = 1$

$|3\lambda| = 1$

$|\lambda| = \frac{1}{3}$

$\alpha = \sphericalangle(\vec{x}, \vec{c})$

α - оштар угао $\Rightarrow \cos\alpha > 0$

$$\cos\alpha = \frac{\vec{x} \cdot \vec{c}}{|\vec{x}| \cdot |\vec{c}|}$$

$$\cos\alpha = \frac{-4\lambda - \lambda}{1 \cdot \sqrt{4+1}} > 0 \quad ?$$

$$\frac{-5\lambda}{\sqrt{5}} > 0 \Rightarrow \lambda < 0$$

$$\lambda = \frac{1}{3}$$

$$\vec{x} = \left(\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right)$$

б) $\vec{d}, \vec{x}$ су истог смјера

Уочимо да је $\vec{x}$ јединични вектор вектора

$$\vec{d} = |\vec{d}| \cdot \vec{x}$$

$\left.\begin{array}{l}\vec{d} \perp \vec{a} \\ \vec{d} \perp \vec{b}\end{array}\right\}$ $|\vec{d}|$ је висина паралелопипеда над векторима $\vec{a}, \vec{b}$ и $\vec{d}$

$V = B \cdot H$

$V = |\vec{a} \times \vec{b}| \cdot |\vec{d}|$

$$|\vec{d}| = \frac{V}{|\vec{a} \times \vec{b}|}$$

$$|\vec{d}| = \frac{18}{\sqrt{4+1+4}} = \frac{18}{3} = 6$$

$$\vec{d} = 6 \cdot \left(\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right)$$

$$\boxed{\vec{d} = (4, -2, -4)}$$