Univerzitet Crne Gore
Prirodno-matematički fakultet
Matematika
Matematika i računarske nauke

Prvi kolokvijum iz predmeta
Algebra 1

8.12.2017. godine

Grupa A

Student, indeks i smjer: ______________________________

zadatak	1	2	3	4
br. poena	6.5+6	6+6.5	6.5+6	6+6.5

1.
a) Definicija slobodne polugrupe. Dokazati teoremu o postojanju slobodne polugrupe riječi $W(X)$ nad $X \neq \emptyset$.
b) Neka je $G = \mathbb{Q} \setminus \{-\frac{1}{4}\}$. Ispitati da li je G sa operacijom $*$ grupa. Da li je ta grupa Abelova?

$$(\forall x, y \in G) \qquad x * y = x + 4{\cdot}x{\cdot}y + y$$

2.
a) Formulacija teoreme o homomorfizmu grupoida. Da li postoji epimorfizam grupe $(\mathbb{Q}, +)$ na grupu $(\mathbb{Z}, +)$?
b) Neka je X$\neq \emptyset$. Dokazati da su monoidi (P(X), $\cup$) i (P(X), $\cap$) izomorfni.

3.
a) Dokazati da je skup prirodnih brojeva dobro uredjen skup.
b) m $\leq$ n $\iff$ mp $\leq$ np m,n,p $\in \mathbb{N}$, $p \neq 0$

4.
a) Definicija Bulove mreže. Neka je (A, $\vee, \wedge$) distributivna mreža sa 0 i 1. Dokazati da tada svaki element ima najviše jedan komplement.
b) Ako je mreža $(M, \cdot, +)$ takva da

$$(\forall a, b, c \in M) \qquad a + b \cdot (a + c) = (a + b) \cdot (a + c)$$

tada važi

$$(\forall a, b, c \in M) \qquad a \cdot (b + c) + b \cdot c = (a + b \cdot c) \cdot (b + c)$$