

PRVI KOLOKVIJUM IZ PREDMETA ALGEBRA 1

28.11.2019. godine

Student, indeks i smjer: _____

zadatak	1	2	3	4
br. poena	6+6.5	6+6.5	6.5+6	6.5+6

1.

a) Definicija podpolugrupe polugrupe A koja je generisana podskupom X skupa A . Definicija slobodne polugrupe. Dati primjer podpolugrupe monoida koji nije podmonoid.

b) Neka je $E = \{a^2 + 2 | a \in \mathbb{Q}\}$. Ispitati da li je $(E, *)$ grupa ako je operacija $*$ definisana sa

$$(\forall x, y \in E) \quad x * y = xy - 2x - 2y + 6.$$

2.

a) Formulacija i dokaz teoreme o homomorfizmu grupoida. Homomorfna slika beskonačnog grupoida ne može biti konačan grupoid. Dokazati ili dati kontraprimjer.

b) Konačni monoid je grupa ako i samo jedinični element je jedini idempotent. Dokazati.

3.

a) Definirati algebru prirodnih brojeva. Dokazati da je skup prirodnih brojeva dobro uredjen skup. Da li je relacija $\geq$ saglasna sa operacijom množenja u skupu $\mathbb{Z}$?

b) Dokazati da je svaki prirodan broj različit od nule regularan u odnosu na proizvod.

4.

a) Definicija mreže i distributivne mreže. Neka je $(L, \vee, \wedge)$ distributivna mreža sa 0 i 1. Dokazati da tada svaki element ima najviše jedan komplement.

b) Ako je mreža $(M, +, \cdot)$ takva da

$$(\forall x, y, z \in M) \quad x + y \cdot (x + z) = (x + y) \cdot (x + z)$$

tada važi

$$(\forall x, y, z \in M) \quad (x + y \cdot z) \cdot (y + z) = x \cdot (y + z) + y \cdot z.$$