

## DIFERENCIJALNA FAZNA MODULACIJA (DPSK)

Diferencijalna fazna modulacija predstavlja jedno specijalno rješenje u prenosu digitalnih signala faznom modulacijom. Njena osnovna prednost je ta što za demodulaciju diferencijalno fazno modulisanih signala nije potreban lokalni nosilac u prijemniku.

Diferencijalno fazno modulisan signal predstavlja kombinaciju diferencijalnog kodiranja i fazne modulacije. Dobija se na sledeći način:

Neka je binarni unipolarni signal koji treba prenijeti  $u'_m(t)$  predstavljen odgovarajućom povorkom "1" i "0". Na osnovu ove povorke generiše se povorka diferencijalno kodiranog signala kojoj odgovara signal  $u_m(t)$ . Kodiranje se vrši na sledeći način:

- prvi bit u povorci je proizvoljan, 1 ili 0;
- dalje, svakoj 0 originalne povorke odgovara u diferencijalno kodiranoj povorci promijenjeno stanje u odnosu na stanje iz prethodnog intervala, dok svakoj 1 iz originalne povorke odgovara nepromijenjeno stanje u odnosu na stanje u njenom prethodnom značajnom intervalu.

Ako se dobijena povorka opiše binarnim polarnim signalom  $u_m(t)$  i ako se on dovede na produktni modulator kao modulišući signal, na njegovom izlazu će se dobiti diferencijalno fazno modulisan signal  $u(t)$ . U njemu, binarnoj brojci 1 odgovara faza  $\varphi = 0$ , a binarnoj brojci 0 faza  $\varphi = \pi$ .

Ilustrijmo ovo na sledeći način:

Originalna povorka

Diferencijalno kodirana povorka

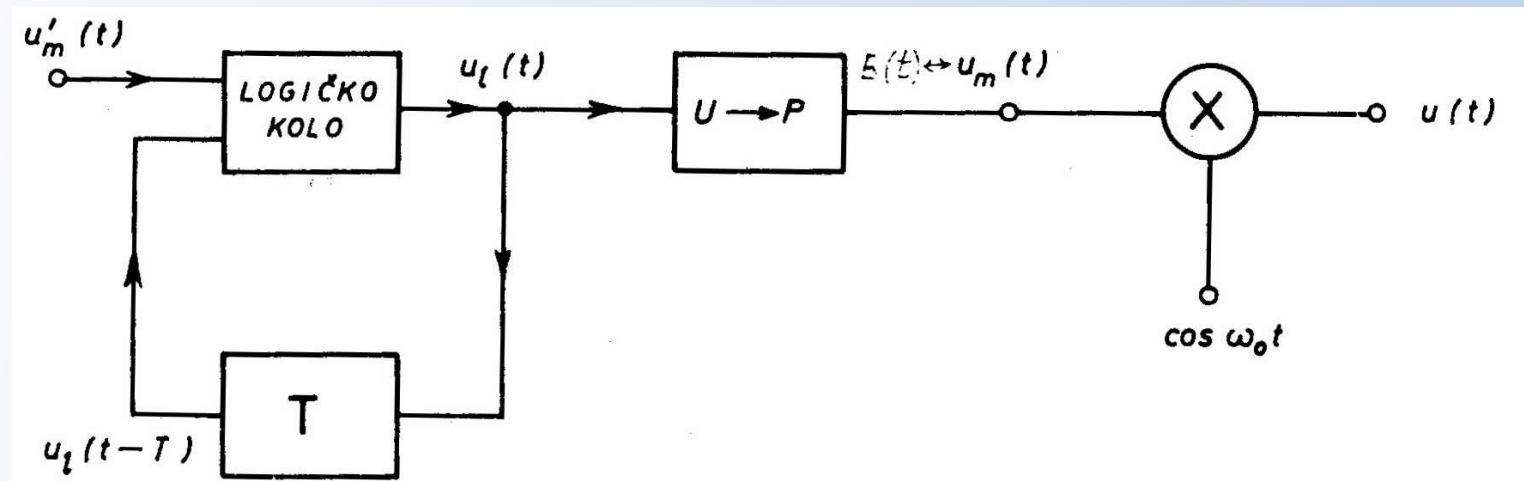
Faza DPSK signala

Promjena faze

Primljena poruka

0	1	0	1	0	0	1	1	0
1	0	0	1	1	0	1	1	0
0	$\pi$	$\pi$	0	0	$\pi$	0	0	$\pi$
—	+	—	+	—	—	+	+	—
0	1	0	1	0	0	1	1	0

Blok šema prema kojoj je moguće generisati diferencijalno fazno modulisani signal je prikazana na slici:

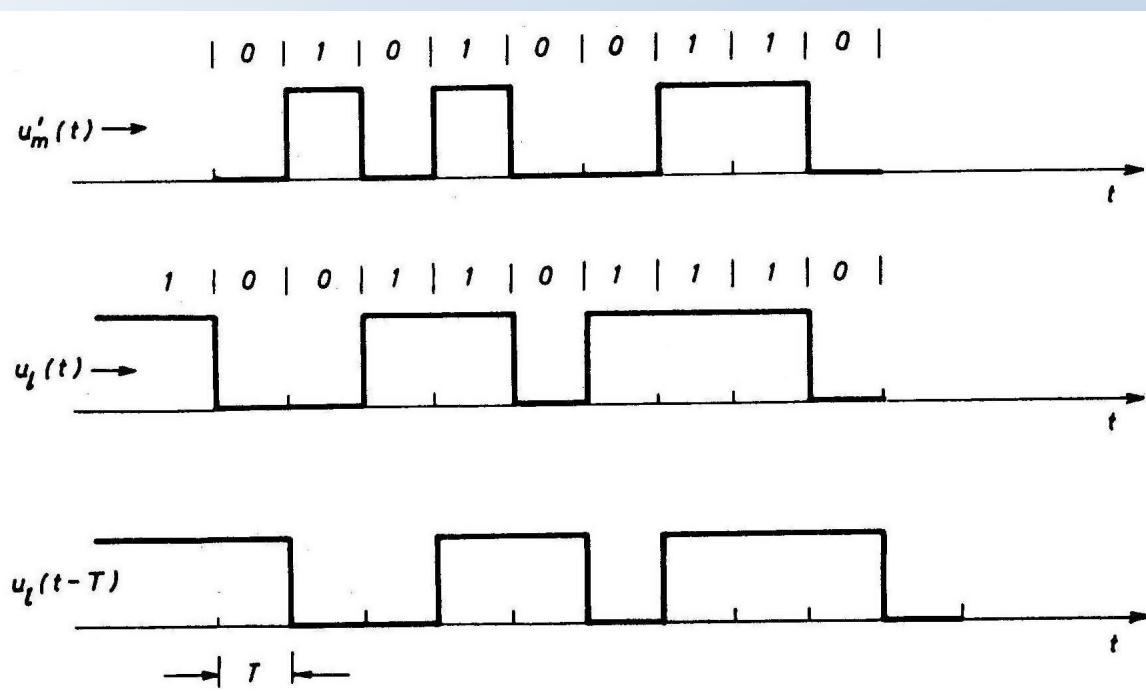


Ovaj sklop radi na sledeći način: ako signal  $u'_m(t)$  koji se direktno dovodi na logičko kolo i signal  $u_l(t-T)$  koji dolazi na logičko kolo preko kola za kašnjenje  $T$  (kašnjenje  $T$  je ravno trajanju jednog signalizacionog intervala) predstavljaju istu binarnu cifru u posmatranom signalizacionom intervalu (obje cifre su 1 ili su obje cifre 0), onda se na izlazu iz logičkog kola dobija unipolarni signal  $u_l(t)$  koji u tom intervalu predstavlja brojku 1; u protivnom dobija se signal koji odgovara brojci 0. Dobijeni signal  $u_l(t)$  je **diferencijalno kodirani signal**. On se zatim transformiše u **polarni** signal  $u_m(t)$  kojim se moduliše nosilac. Na izlazu iz modulatora tada se dobija **diferencijalno fazno modulisan signal**  $u(t)$  jednak:

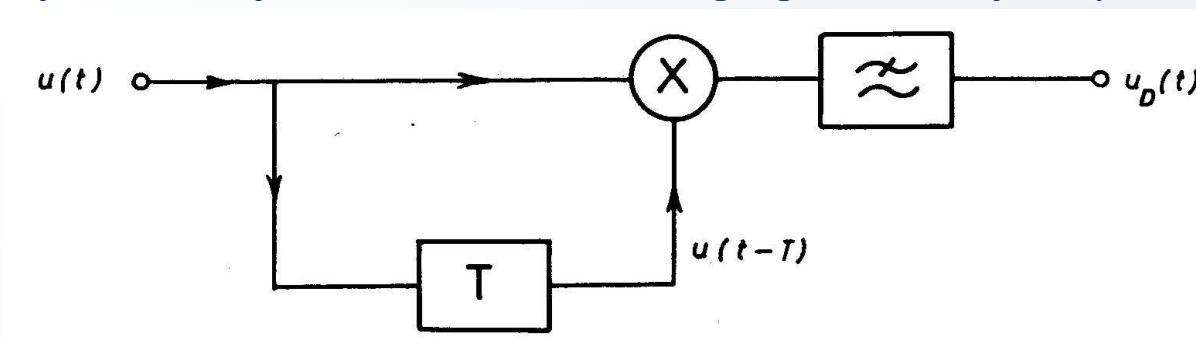
$$u_{DPSK}(t) = u(t) = \frac{u_m(t)}{U} U_0 \cos \omega_0 t, \quad U = \text{const.}$$

$u_m(t)$  u trenutku odabiranja ima vrijednost  $+U$  ili  $-U$ , pa i dobijeni DPSK signal ima dvije moguće vrijednosti faze.

Talasni oblici signala koji su karakteristični u procesu formiranja diferencijalno kodiranog signala prikazani su na slici.



Demodulacija diferencijalno fazno modulisanog signala obavlja se prema šemom sa slike.



Na jedan ulaz produktnog demodulatora dovodi se signal  $u(t)=u_{DPSK}(t)$ , a na drugi ulaz isti taj signal pomjeren u vremenu za iznos trajanja jednog signalizacionog intervala  $T$ . Na taj način, pošto se filtrom propusnikom niskih učestanosti odstrane komponente iz opsega oko učestanosti  $2\omega_0$  dobija se demodulisani signal:

$$u_D(t) \propto u_m(t)u_m(t-T)\frac{U_0^2}{U^2}\cos\omega_0T$$

Ako se  $\omega_0$  i  $T$  izaberu tako da je  $\omega_0T=n\pi$ ,  $n=1, 2, \dots$ , onda će demodulisani signal  $u_D(t)$  uvijek imati najveću, bilo pozitivnu, bilo negativnu, vrijednost.

Istaknimo to da se poruka sadrži u promjeni, odnosno, zadržavanju faze iz prethodnog signalizacionog intervala.

I pored prednosti diferencijalno fazno modulisanih sistema koja se ogleda ne samo u tome što za demodulaciju nije potreban lokalni nosilac, već i u tome što je njihova realizacija vrlo jednostavna, oni imaju i jedan nedostatak. Naime, ukoliko se dogodi da se u posmatranom signalizacionom intervalu izmijeni signal toliko da predstavlja drugu binarnu cifru, onda će se u donošenju odluke dva puta pogriješiti: biće pogrešna odluka o promjeni značajnog stanja u odnosu na prethodni interval i u odnosu na onaj sledeći. Dakle, greške se javljaju u parovima.

# VJEROVATNOĆA GREŠKE ZA PSK SISTEME

Izraze za vjerovatnoću greške izvešćemo za slučaj prenosa poruka fazno modulisanim nosiocem i koherentnom demodulacijom.

Pretpostavimo da imamo idealni fazno modulisan signal opisan u nekom signalizacionom intervalu izrazom:

$$u_s(t) = U_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_i), \quad 0 \leq t \leq T$$

$\varphi_i$  predstavlja značajan parametar signala i on može da ima jednu od vrijednosti:

$$\varphi_i = \frac{2\pi i}{M}, \quad i = 1, 2, \dots, M$$

Demodulacija ovog signala se obavlja koherentnim demodulatorom. On predstavlja sklop koji u stvari mjeri fazu u toku trajanja signalizacionog intervala  $T$  na osnovu čega se donosi odluka.

Pretpostavimo, dalje, da se signalu na ulazu u demodulator superponira uskopojasni Gauss-ov šum čija je srednja vrijednost 0 i varijansa  $\sigma^2$ . Tada će na ulazu u demodulator suma signala i šuma biti:

$$u(t) = U_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_i) + n_c(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_i) + n_s(t) \sin(\omega_0 t + \varphi_i), \quad 0 \leq t \leq T$$

Ovaj izraz može da se predstavi i u sledećem obliku:

$$u(t) = V(t) \cos[\omega_0 t + \varphi_i - \theta(t)] = V(t) \cos[\omega_0 t + \alpha(t)]$$

Faza složenog talasnog oblika  $u(t)$  može da se prikaže:

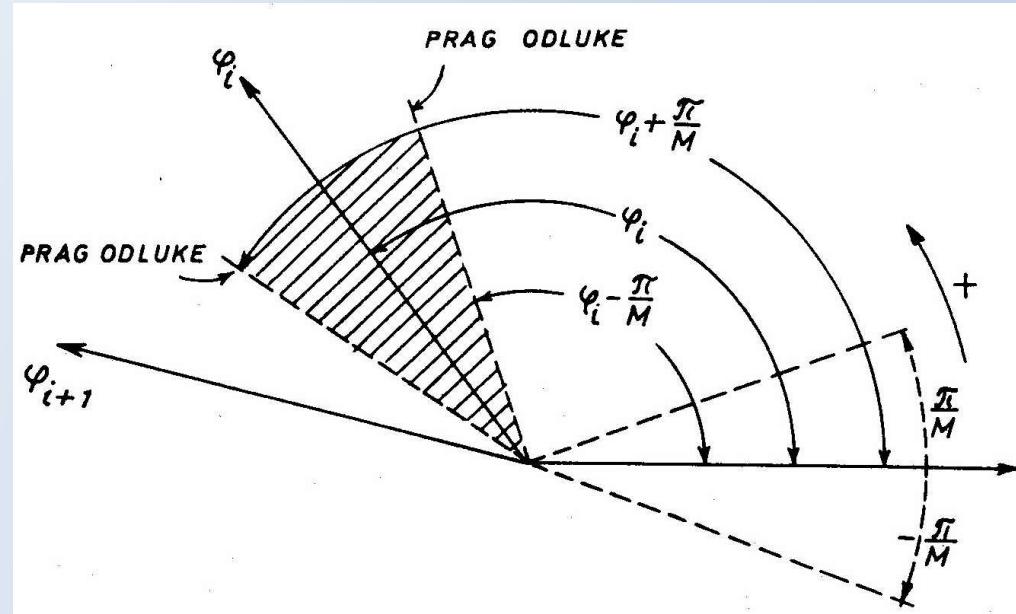
$$\alpha(t) = \varphi_i + \operatorname{arctg} \frac{n_s(t)}{U_0 + n_c(t)} = \varphi_i + \theta(t), \quad 0 \leq t \leq T$$

Na osnovu faze primljenog signala se donosi odluka o poslatom signalu. Ona se sastoji od dvije komponente. Prva je faza signala u posmatranom intervalu kad nema šuma, a druga komponenta faze je posledica prisutnog šuma.

Pošto je ugao od 0 do  $2\pi$  ravnomjerno podijeljen na  $M$  dijelova, to je sa slike jasno da će do greške u odlučivanju doći uvijek kada demodulator izmjeri fazu  $\alpha(t)$  koja se za poslato  $\varphi_i$  nalazi izvan granica

$$\varphi_i - \frac{\pi}{M} \leq \alpha(t) \leq \varphi_i + \frac{\pi}{M}$$

Sve vrijednosti faza unutar na slici osjenčene oblasti biće tretirane kao  $\varphi_i$ .



Imajući u vidu da je  $\alpha(t)$  dato izrazom:

$$\alpha(t) = \varphi_i + \theta(t), \quad 0 \leq t \leq T$$

dobija se da će se pogrešna odluka donositi uvijek kada dodatna faza izazvana šumom  $\theta(t)$  bude izvan granica

$$-\frac{\pi}{M} \leq \theta(t) \leq \frac{\pi}{M}$$

Vjerovatnoća greške u prenosu poruka M-arnom faznom modulacijom i koherentnom demodulacijom biće:

$$P_e = 1 - \int_{-\frac{\pi}{M}}^{\frac{\pi}{M}} p_\theta(\theta) d\theta$$

Funkcija gustine vjerovatnoće faze sume signala i šuma je:

$$p_\theta(\theta) = \frac{1}{2\pi} e^{-A'_N} \left[ 1 + \sqrt{4\pi A'_N} \cos \theta e^{A'_N \cos^2 \theta} \Phi\left(\sqrt{2A'_N} \cos \theta\right) \right], \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi$$

$$A'_N = \frac{U_0^2}{2\sigma^2}$$

Zamjenom ovog izraza u integral za izračunavanje vjerovatnoće greške u opštem slučaju se ne dobija rješenje u zatvorenom obliku, već se do rješenja može doći grafičkom ili numeričkom integracijom. Izuzetak od ovog čine slučajevi u kojima je  $M=2$  i  $M=4$ .

Tako se za slučaj binarne fazne modulacije i koherentne demodulacije nalazi da vjerovatnoća greške iznosi:

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{A'_N} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \frac{U_0}{\sqrt{2}\sigma}$$

Ako se ovaj izraz uporedi sa izrazom za vjerovatnoću greške pri prenosu ASK sistemom i koherentnom demodulacijom, vidi se da su oni isti. Isto tako, dobijeni izraz je jednak izrazu za vjerovatnoću greške u prenosu poruka binarnim polarnim signalima u osnovnom opsegu učestanosti.

U slučaju kvaternarne modulacije i koherentne demodulacije, za vjerovatnoću greške se dobija:

$$P_e = 1 - \left( 1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{A'_N}{2}} \right)^2 = \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{A'_N}{2}} - \left( \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{A'_N}{2}} \right)^2$$

Treba istaći da dobijeni izraz za vjerovatnoću greške predstavlja vjerovatnoću greške po simbolu, po kvaternarnom digitu, i  $A'_N$  u ovom izrazu se odnosi na taj kvaternarni sistem koji se posmatra.

# KVADRATURNA AMPLITUDSKA MODULACIJA (QAM)

Spada u grupu višenivooskih hibridnih postupaka modulacije gdje se odgovarajućom obradom povećava broj mogućih vrijednosti značajnih stanja, čime se povećava brzina prenosa signala i/ili se smanjuje opseg učestanosti koji signal zauzima.

Ako je osnovni signal koji nosi poruku binarni, nakon postupka QAM se dobija digitalni signal sa 4 moguće vrijednosti. Kako je riječ o postupku koji ima brojene prednosti, to se u praksi koriste QAM sa značajno većim brojem nivoa modulisanog signala (mogućih stanja): 16 QAM signal ima 16 mogućih stanja; 64 QAM; 256 QAM ...

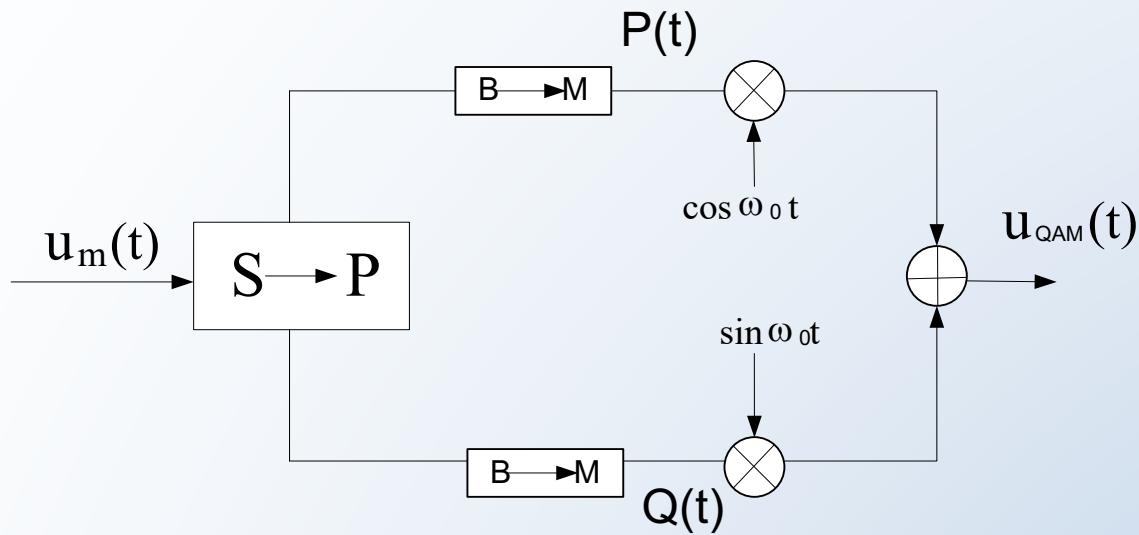
## ***Postupak dobijanja QAM***

QAM signal se dobija sabiranjem dva ASK signala čiji se nosioci nalaze u kadraturi.

$$u_{QAM}(t) = P(t)\cos \omega_0 t + Q(t)\sin \omega_0 t$$

P(t) i Q(t) su dva statistički različita i nezavisna signala.

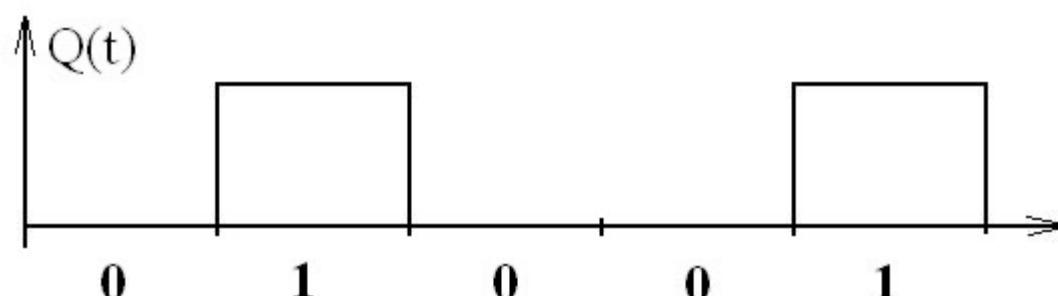
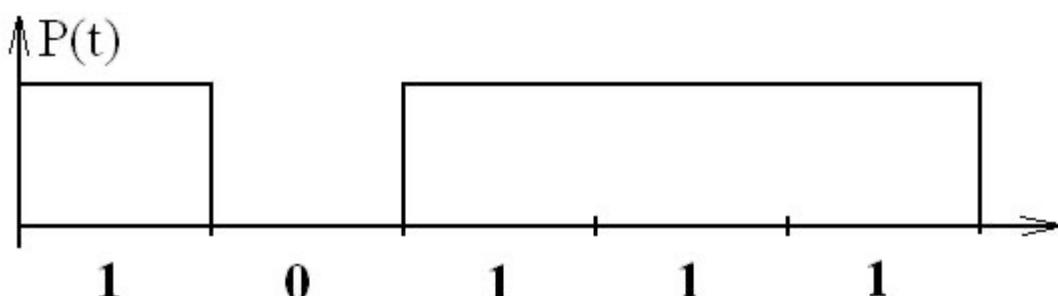
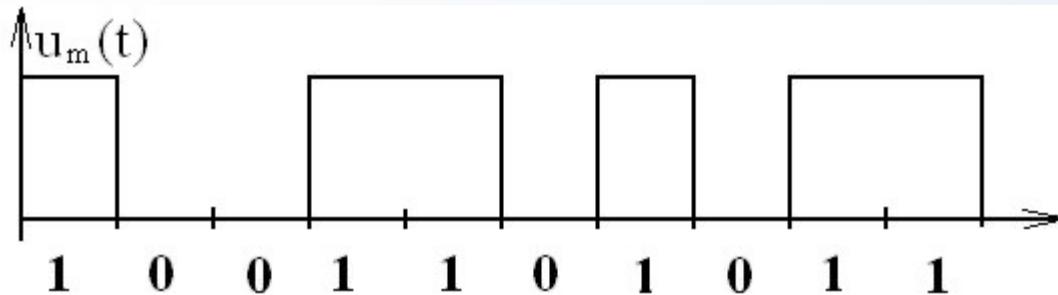
Principijelna šema za dobijanje QAM signala je data na slici:



Sklop  $S \rightarrow P$  je konvertor serije u paralelu i ima 2 izlazna stanja.

Princip funkcionisanja ovog sklopa je sledeći:

- Trajanje svakog neparnog simbola iz poruke se produžava dva puta i usmjerava u gornju granu (dobija se signal  $P(t)$ )
- Trajanje svakog parnog simbola iz poruke se produžava dva puta i usmjerava u donju granu (dobija se signal  $Q(t)$ )



Izlazni signal se može napisati kao:

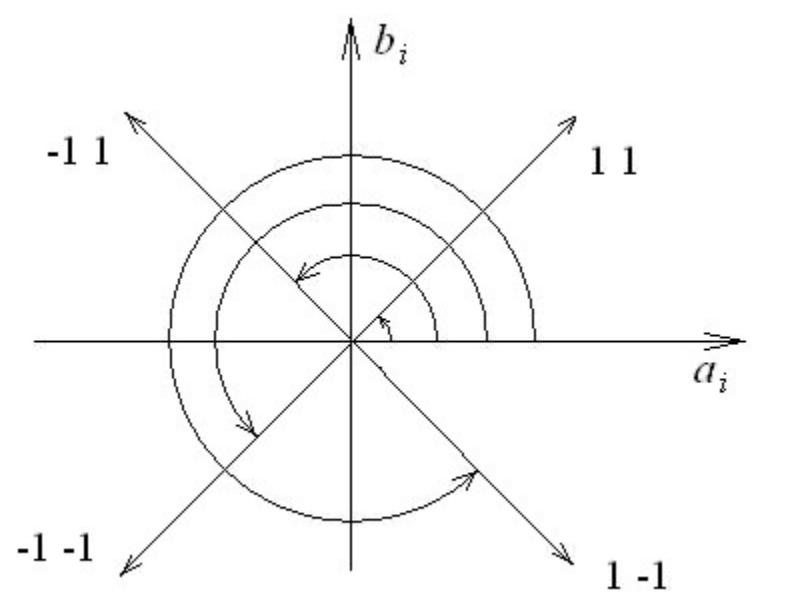
$$u_{\text{QAM}}(t) = V_i \cos(\omega_0 t + Q_i)$$

odakle je očigledno da QAM u stvari predstavlja hibridni postupak modulacije koji uključuje kako promjene amplitude, tako i promjene faze upotrijebljenih nosilaca.

Neka su  $P(t)$  i  $Q(t)$  povorke polarnih binarnih signala, tada postoje 4 moguće kombinacije vrijednosti njihovih značajnih parametara  $a_i$  i  $b_i$ , koje određuju 4 stanja (simbola) QAM signala:

$a_i$	$b_i$
1	1
1	-1
-1	1
-1	-1

Kod višenivooskih postupaka modulacija uobičajeno je vektorsko predstavljanje signala, čime se odbijaju tzv. konstelacioni dijagrami. Za osnovni QAM signal taj dijagram je:



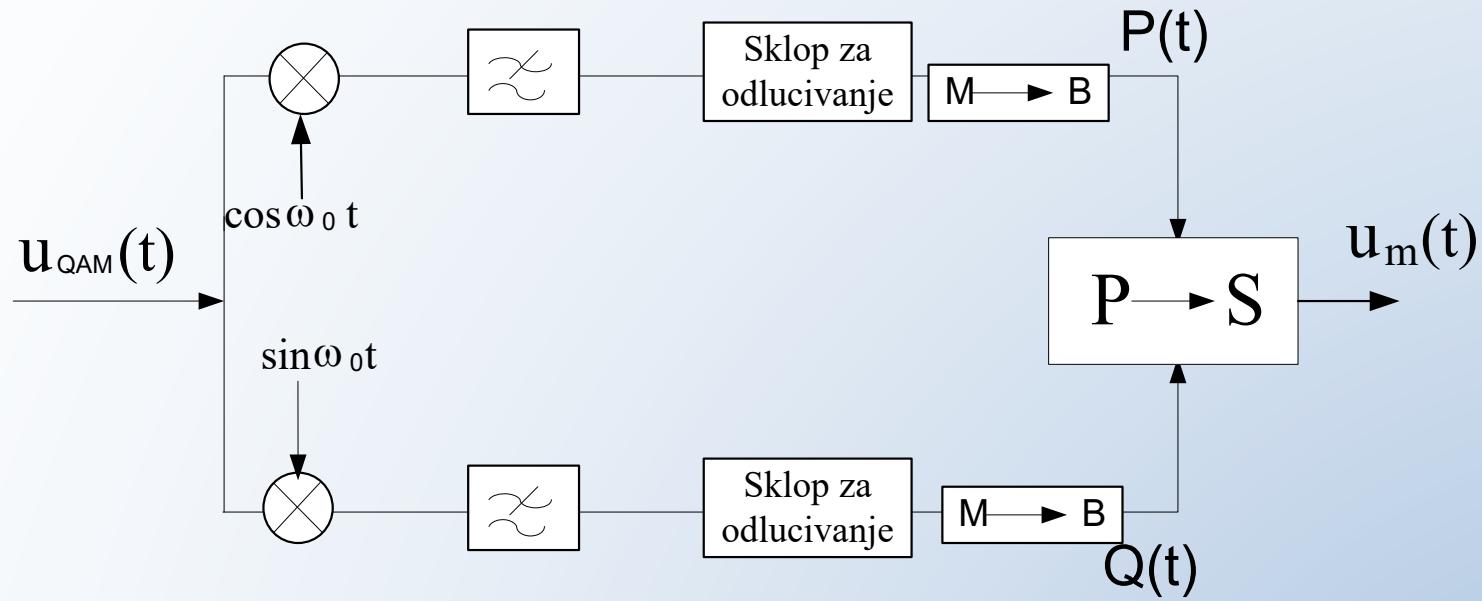
Intenziteti vektora kod osnovne QAM za svaki od 4 simbola su isti i iznose:

$$V_i = \sqrt{a_i^2 + b_i^2} = U_0 \sqrt{2}$$

a faze vektora su:

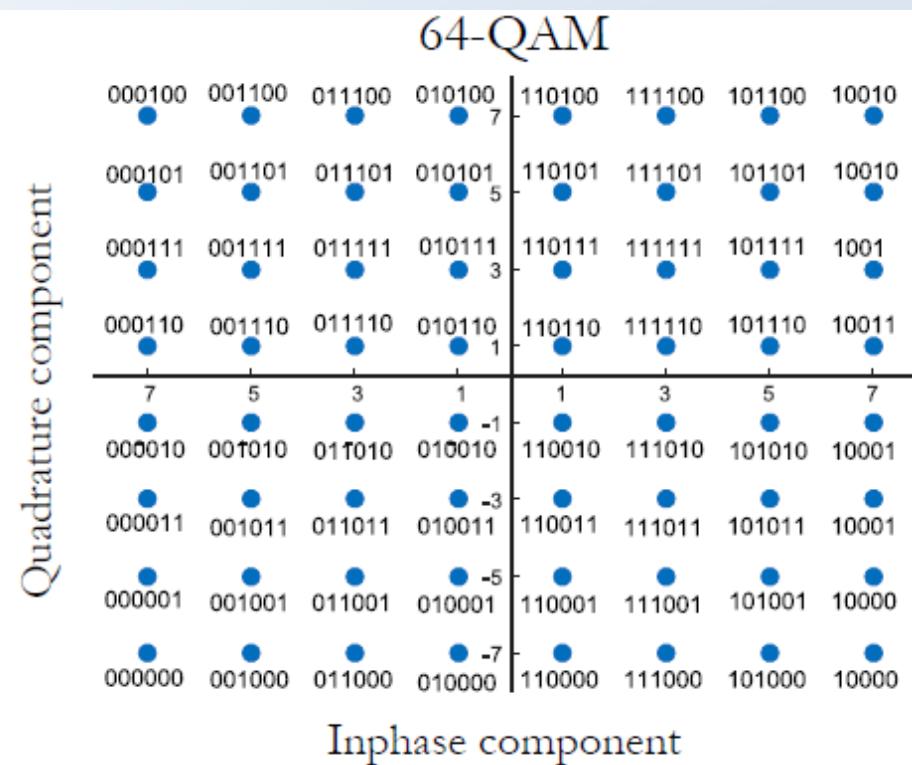
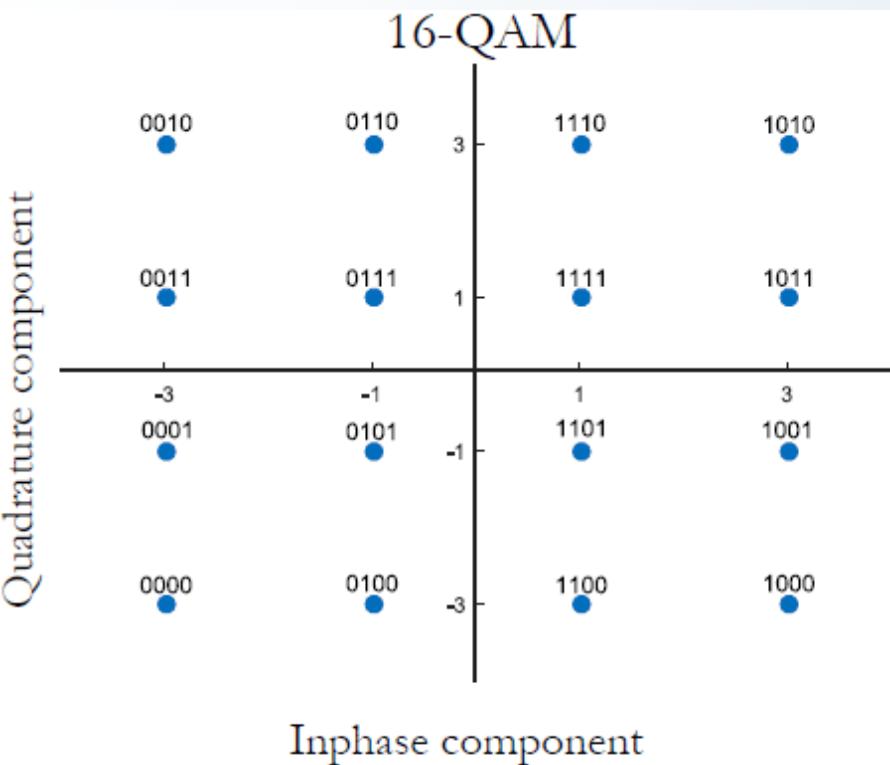
$$\theta_i = \left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4} \right\}$$

Odgovarajući demodulator QAM signala je dat na slici. Sklop označen sa  $P \rightarrow S$  je komplementaran sklopu  $S \rightarrow P$ .



Prednost korišćenja QAM-a je u tome što je to oblik modulacije višeg reda i kao rezultat toga može da prenese više bita informacija po simbolu, čime se i brzina prenosa podataka može povećati.

U opštem slučaju, broj QAM nivoa (stanja) je  $2^N$  i određen je brojem binarnih elemenata (bita) po simbolu modulisanog signala. Tako je 16 QAM sistem ( $N = 4$ ) onaj kod koga je nosilac modulisan u bilo koje od 16 mogućih stanja okarakterisanih različitim vrijednostima njegove amplitude i faze. Nosilac u 64 QAM sistemu ( $N = 6$ ) ima 64 različita stanja u pogledu vrijednosti njegove amplitude i faze.



Korišćenjem modulacija višeg nivoa (sa više tačaka u konstelaciji) omogućava se prenos većeg broja bita po simbolu.

Generalno binarni protok QAM modulisanog signala zavisi od brzine prenosa simbola  $r$  na sledeći način:

$$r_b = N r \text{ (b/s)}$$

gdje  $N$  predstavlja broj bita u okviru pojedinačnog simbola. Kako je  $M = 2^N$ , binarni protok je:

$$r_b = r \log_2 M \text{ (b/s)}$$

Jedinica mjere za brzinu prenosa simbola (što se nekad naziva i brzinom modulacije) je baud (broj simbola/sec).

Tabela pokazuje međusobnu vezu brzine prenosa simbola i binarnog protoka.

Broj bita po simbolu (N)	Broj vrijednosti simbola - nivo modulacije (M)	Binarni protok u odnosu na brzinu prenosa simbola
1	2	Identični
2	4	2 x brzina prenosa simbola
3	8	3 x brzina prenosa simbola
4	16	4 x brzina prenosa simbola
5	32	5 x brzina prenosa simbola
.....	....	
8	256	8 x brzina prenosa simbola

Korišćenjem modulacija višeg reda, tj. sa više tačaka u konstelaciji, moguće je prenijeti veći broj bita po simbolu, što predstavlja značajnu prednost.

Međutim, tada tačke u konstelaciji postaju bliže jedna drugoj, zbog čega sistem postaje podložniji šumu i greškama u prenosu. Kao rezultat te činjenice, verzije QAM- višeg reda se koriste samo kada postoji dovoljno visok odnos signal-šum.

U brojnim digitalnim sistemima omogućena je migracija između QAM modulacija različitih nivoa, u zavisnosti od uslova veze. Ako je odabrana modulaciona šema visokog reda tamo gdje je veza loša, onda je moguće da dođe do većeg broja grešaka koje dovode do povećanja broja ponovnih slanja podataka, čime dolazi nužno do smanjivanja protoka. Vraćanjem na šemu modulacije nižeg reda, veza se može učiniti pouzdanijom sa manje grešaka i sa manje ponovljenih slanja. Na taj način se stvaraju uslovi optimizacije u pogledu ostvarivih brzina prenosa podataka i otpornosti na šum i greške u prenosu.

Upravo je to od ključne važnosti u različitim sistemima bežičnih komunikacija, što je i uslovilo implementaciju QAM u WiFi, WiMax, celularne sisteme... U principu, riječ je o tehnikama dinamičke adaptivne modulacije, gdje se prate uslovi u kanalu i prilagođava im se modulaciona šema, kako bi se omogućila najveća brzina podataka za date uslove.

# OFDM modulacija

Tehnika ortogonalnog frekvencijskog multipleksiranje (OFDM - *Orthogonal Frequency Division Multiplexing*) je relativno nova i predstavlja najčešće primjenjivanu tehniku u savremenim komunikacionim sistemima sa velikim brzinama prenosa podataka .

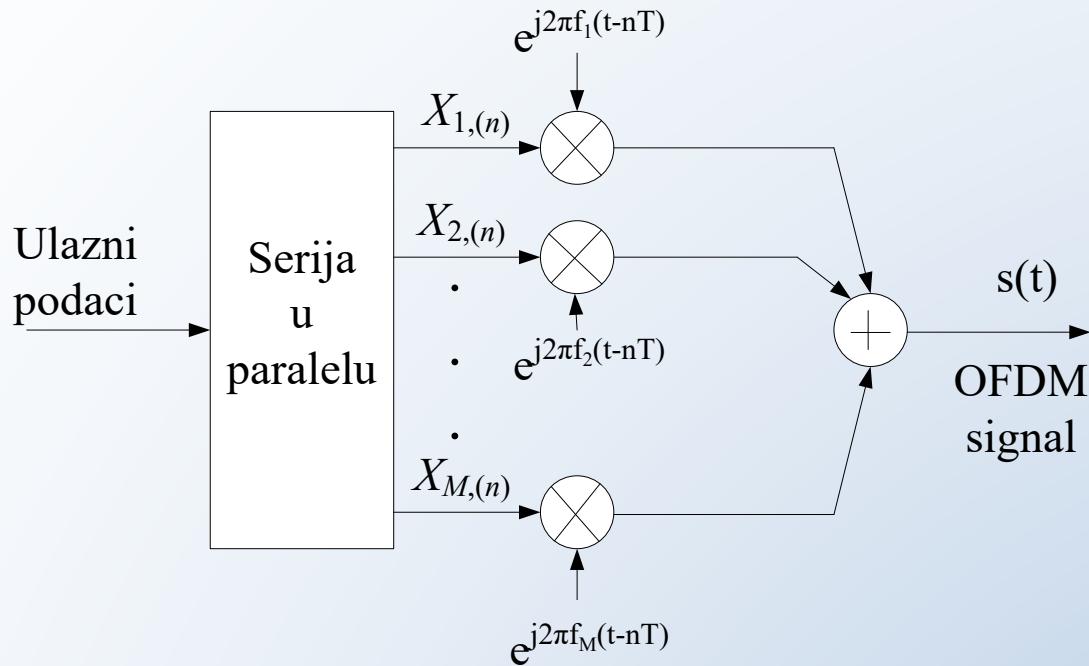
Osnovni princip OFDM modulacione tehnike predstavlja paralelni prenos podataka međusobno ortogonalnim podnosiocima.

Ulagni signal (niz podataka) velikog digitalnog protoka se konverzijom serije u paralelu dijeli na veći broj grana na kojima je smanjen digitalni protok onoliko puta, koliki je broj grana.

Signali u paralelnim granama zatim modulišu međusobno ortogonalne podnosioce i potom se vrši sabiranje signala iz svih grana.

Ortogonalnost podnositelja podrazumijeva da postoji cijeli broj perioda svakog od podnositelja u okviru trajanja simbola u paralelnim granama, odnosno u okviru efektivnog trajanja OFDM simbola. Na ovaj način je i definisan odnos između učestanosti podnositelja u susjednim paralelnim granama.

Koncept OFDM modulacije je prikazan na slici:



Ukoliko se trajanje simbola u paralelenim granama označi sa  $T$ , sa  $M$  broj paralelnih grana, onda se signal  $s(t)$  na izlazu iz OFDM modulatora može napisati u obliku:

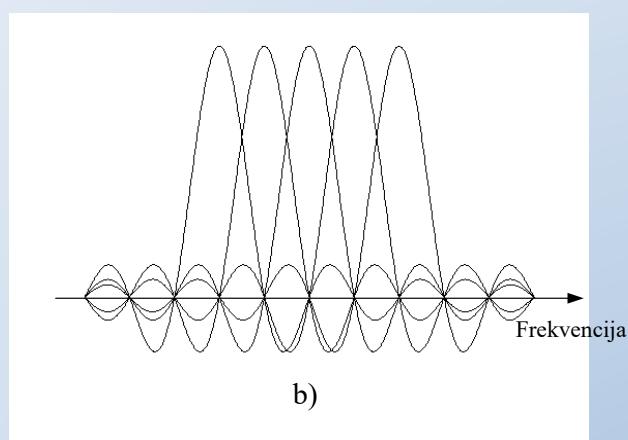
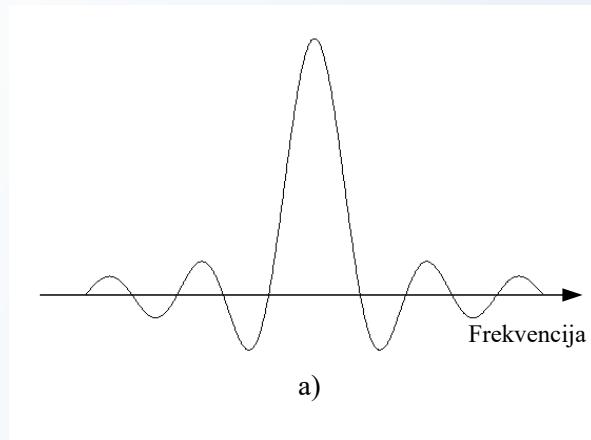
$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{i=1}^M X_{i,(n)} e^{j2\pi f_i(t-nT)} w(t - nT)$$

gdje je  $X_{i,(n)}$  informacioni simbol na  $i$ -toj paralelnoj grani, u  $n$ -tom signalizacionom intervalu,  $f_i$  je učestanost nosioca na  $i$ -toj paralelnoj grani, a  $w(t)$  predstavlja funkciju za oblikovanje simbola (window funkcija)

Učestanost nosilaca, kao i rastojanje među podnosiocima ( $F$ ), dati su sledećim izrazima:

$$f_i = \frac{i-1}{T}, \quad F = \frac{1}{T}$$

Ovakav odnos učestanosti podnosioca na paralelnim granama OFDM predajnika obezbjeđuje njihovu međusobnu ortogonalnost, pa je spektar OFDM signala takav da je onemogućena pojava interferencije među podnosiocima (ICI – *Intercarrier Interference*), pod uslovom da je prijemni oscilator potpuno sinhronizovan sa predajnim oscilatorom.



a) Spektar signala na jednom podnosiocu.    b) Dio spektra OFDM signala

U prijemniku se obavlja inverzna operacija, koja se svodi na računanje diskretnе Fourier-ove transformacije (DFT – *Discrete Fourier Transformation*).

# UPOREĐENJE SISTEMA ZA PRENOS DIGITALNIH SIGNALA

Da bi sisteme za prenos digitalnih signala mogli međusobno uporediti potrebno je izabrat kriterijume prema kojima će se vršiti poređenje.

U principu kvalitet prenosa digitalnog signala definišu dva parametra:

- Brzina prenosa
- Vjerovatnoća greške.

Jasno je da će prenos biti utoliko pouzdaniji, ukoliko je broj grešaka manji. Usvojimo da je kriterijum za upoređenje upravo vjerovatnoća greške u prenosu do koje dolazi usled uticaja slučajnog šuma, tj. boljim će se smatrati onaj sistem u kome je za jednake odnose signal/šum na ulazu u prijemnik vjerovatnoća greške manja.

Pod odnosom signal/šum  $A_N'$  podrazumijevaće se odnos **srednje snage signala na ulazu u prijemnik i srednje snage šuma u toj istoj tački**, a u opsegu učestanosti koji je brojno jednak ekvivalentnom binarnom protoku:

$$A_N' = \frac{P_S'}{N_0' B_T}$$

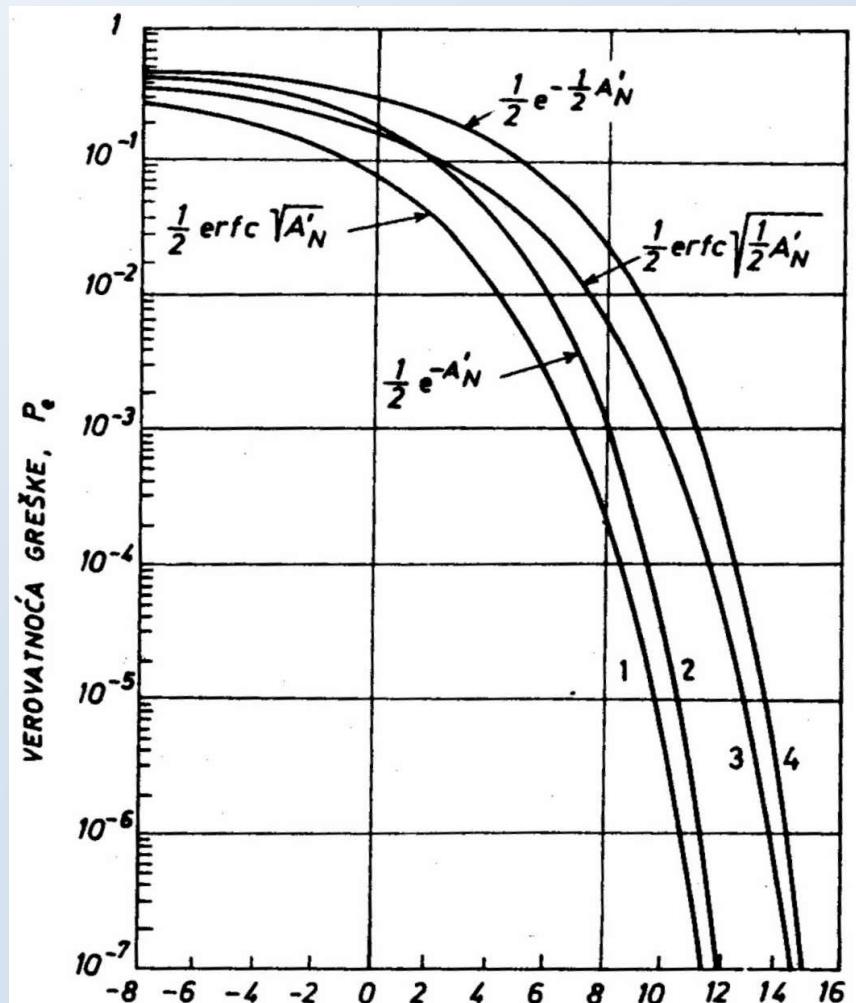
U ovom izrazu  $P_S'$  je srednja snaga signala,  $N_0'$  je spektralna gustina srednje snage slučajnog šuma definisana za pozitivne učestanosti, a  $B_T$  predstavlja ekvivalentni binarni protok izražen u bitima u sekundi.

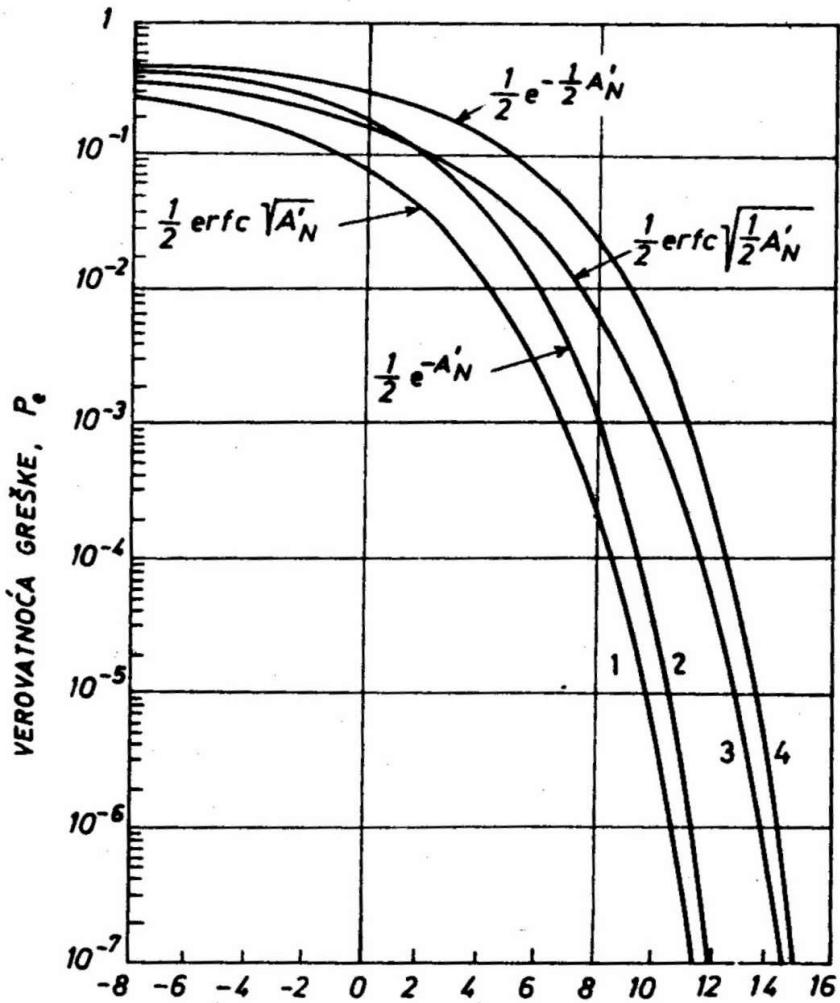
Svi obrasci za izračunavanje vjerovatnoće greške  $P_e$  koji su izvedeni mogu se pod određenim uslovima izraziti u funkciji odnosa  $A_N'$ . Ti uslovi su sledeći:

1. Smatraće se da sve greške potiču isključivo uslijed prisustva aditivnog, bijelog Gauss-ovog šuma na ulazu u prijemnik,
2. Cijeli sistem je optimalno dimenzionisan u smislu minimizacije vjerovatnoće greške.

U ovim okolnostima vjerovatnoća greške zavisi isključivo od odnosa  $A_N'$ , odnosno, od odnosa srednje snage signala na ulazu u prijemnik koja je direktno srazmjerna srednjoj snazi na izlazu iz predajnika i snage šuma u opsegu učestanosti koji je brojno jednak ekvivalentnom binarnom protoku.

Izračunavši na ovaj način vjerovatnoće greške u raznim sistemima prenosa digitalnih signala, na slici su nacrtani odgovarajući dijagrami.



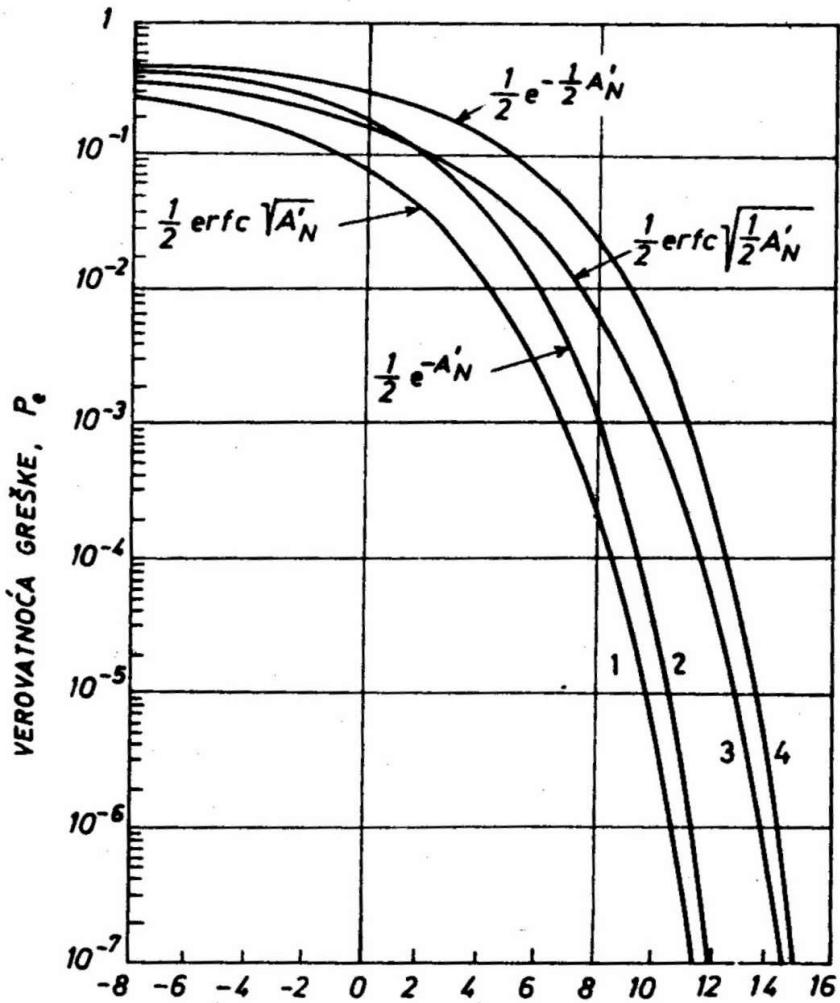


**Kriva 1** predstavlja vjerovatnoću greške koja važi za sledeće slučajeve:

- za sistem u kome se prenose binarni polarni signali u osnovnom opsegu učestanosti;
- za sistem prenosa sa ASK i koherentnom demodulacijom u kome je nosilac modulisan binarnim polarnim signalom;
- za sistem prenosa sa binarnom PSK i koherentnom demodulacijom;
- za sistem prenosa sa kvaternarnom PSK i koherentnom demodulacijom.

Pri ovom,  $P_e$  predstavlja vjerovatnoću greške po bitu.

**Kriva 2** predstavlja vjerovatnoću greške pri prenosu poruka binarnim diferencijalno fazno modulisanim signalom.

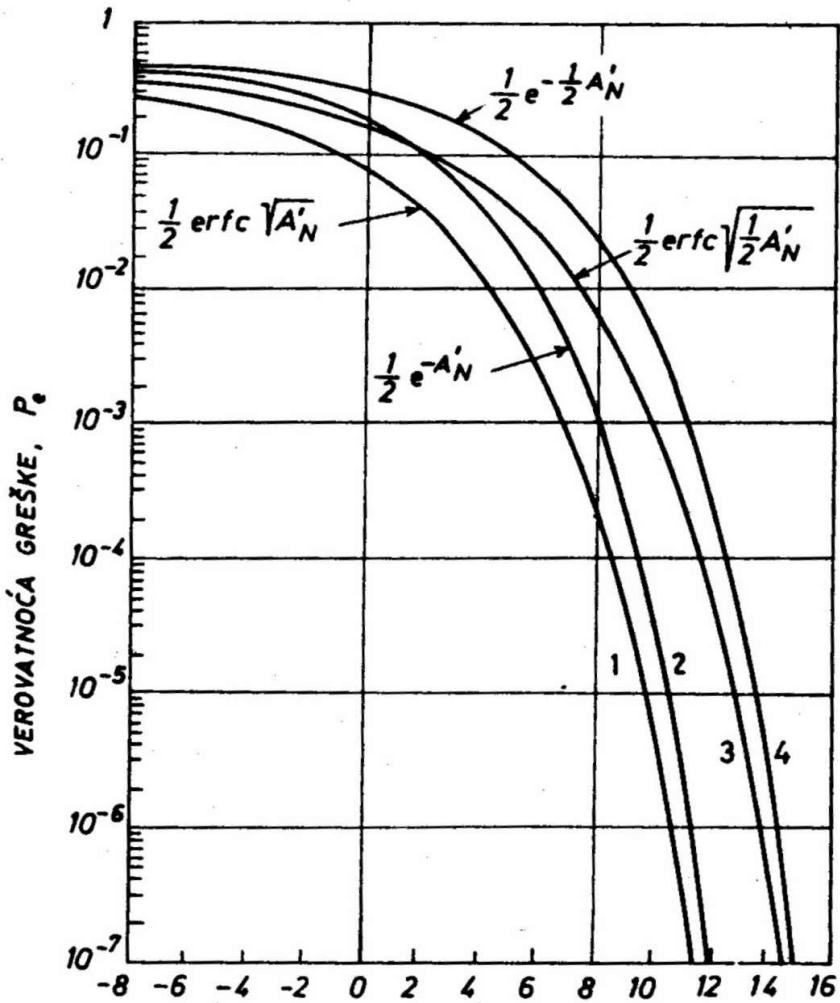


**Kriva 3** predstavlja vjerovatnoću greške u sledećim slučajevima:

- u sistemu u kome se prenose binarni unipolarni signali u osnovnom opsegu učestanosti;
- za sistem prenosa sa ASK i koherentnom demodulacijom u kome se prenose binarni signali tipa »sve ili ništa»;
- u sistemu prenosa sa binarnom FSK i koherentnom demodulacijom.

**Kriva 4** predstavlja vjerovatnoću greške u dva slučaja:

- u sistemu prenosa sa FSK i nekoherentnom demodulacijom;
- u sistemu prenosa sa ASK i nekoherentnom demodulacijom u kome se prenose signali tipa »sve ili ništa», ali pod uslovom da je u ovom poslednjem slučaju odnos signal/šum dovoljno velik (veći od 12 dB).



Sa ovih dijagrama vidi se da je u sistemima prenosa kojima odgovara kriva 3 potrebno da snaga signala bude dva puta, odnosno, za 3 dB veća od snage u sistemima kojima odgovara kriva 1, pa da vjerovatnoća greške  $P_e$  bude jednaka.

Treba još zapaziti i to da se za vrlo male vrijednosti vjerovatnoće greške, potrebne snage signala u sistemima kojima odgovaraju krive 1 i 2, kao i u sistemima kojima odgovaraju krive 3 i 4, vrlo malo razlikuju.