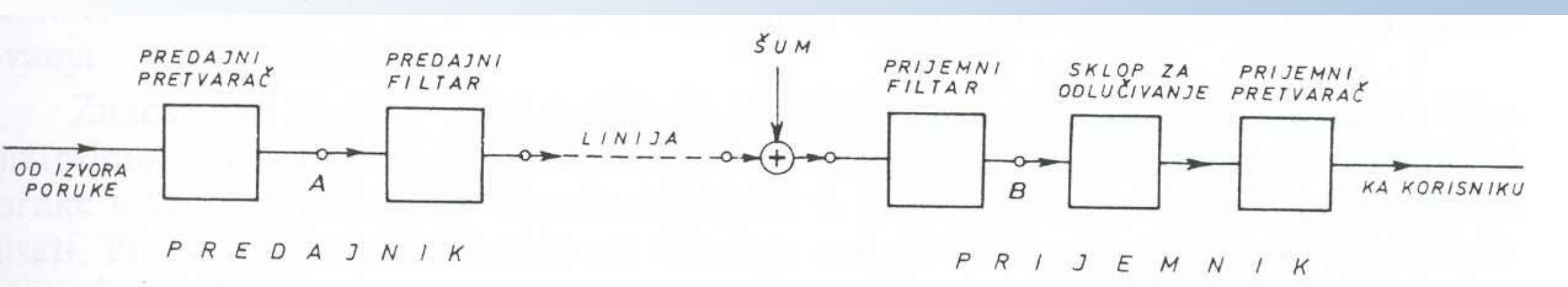
PRENOS DIGITALNIH SIGNALA U OSNOVNOM OPSEGU UČESTANOSTI

Digitalni signal, kakav se pojavljuje na izlazu pretvarača poruke u signal (električni ekvivalent) je u svom osnovnom ili prirodnom opsegu učestanosti. On se može prenositi direktno na udaljeno mjesto prenosnim putevima. Takav prenos se naziva ***prenosom u osnovnom opsegu učestanosti.*** Kod ove vrste prenosa osnovni signali ne podliježu nikakvoj dodatnoj obradi, u kojoj bi se njihov spektar iz svog osnovnog, originalnog položaja, translirao u neki drugi položaj podesniji za prenos. Sistemi za prenos signala u osnovnom opsegu u pogledu složenosti su najjednostavniji.

Prenos signala u osnovnom opsegu učestanosti primjenjuje se u nekim slučajevima prenosa telegrafskih signala, signala govora, muzike, nepokretne i pokretne slike na principu impulsne kodne modulacije, kao i signala podataka u posebnim, specijalizovanim sistemima. Blok šema sistema za prenos digitalnih signala u osnovnom opsegu je sledeća:



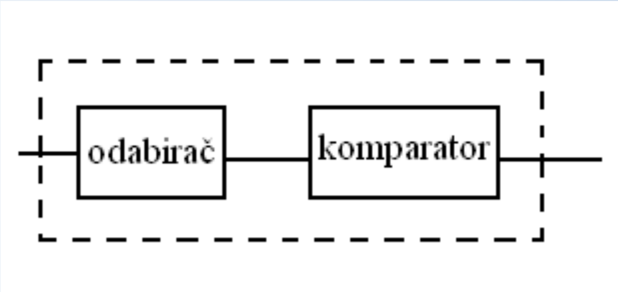
Poruka se u predajnom pretvaraču pretvara u digitalni signal.

Predajnim filtrom propusnikom niskih učestanosti ograničava se spektar signala koji izlazi na liniju veze. Na taj način štite se ostali djelovi sistema prenosa od eventualnog uticaja komponenti visokih učestanosti u spektru prenošenog digitalnog signala.

Prijemnim filtrom, takođe propusnikom niskih učestanosti, sprečava se ulaz štetnih komponenti visokih učestanosti, bilo da je njihovo porijeklo od nekih drugih sistema, bilo da potiču od šuma sa linije veze.

Sklop za odlučivanje se sastoji iz dva dijela:

1. Odabirač, kojim se uzimaju odbirci primljenog signala u precizno određenim vremenskim intervalima (koji se poklapaju sa signalizacionim intervalima)
2. Komparator, u kome se uzeti odbirci upoređuju sa nekom referentnom vrijednošću koja se naziva ***prag odlučivanja***. Na osnovu odluke generiše se novi digitalni signal koji je, ako nema greške, identičan onom koji je poslat. Taj dio transmisionog procesa naziva se ***regeneracijom***.

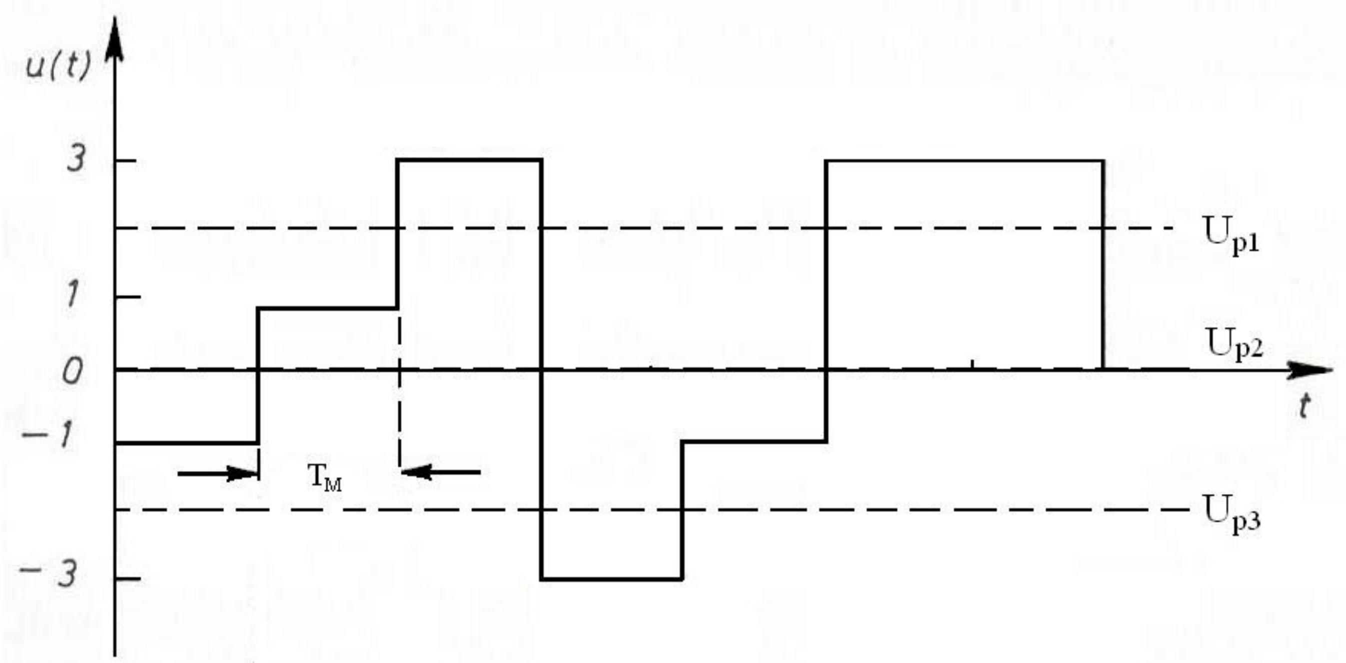


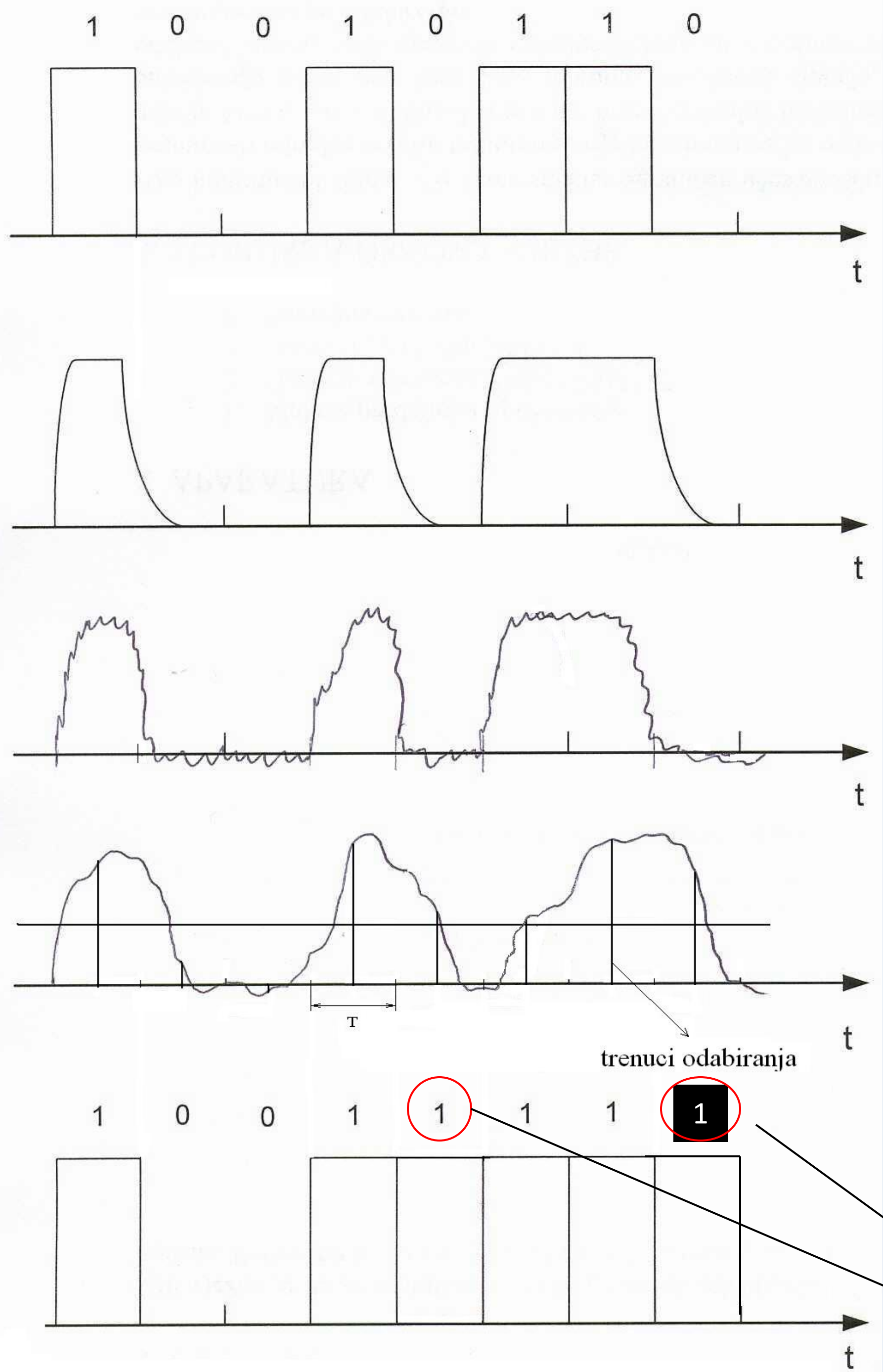
Sklop za odlučivanje

Prijemnim pretvaračem ovaj signal pretvara se u poruku namijenjenu korisniku.

Kada digitalni signal dođe na sklop za odlučivanje uzimaju se odbirci koji se upoređuju sa pragom. Ako su u pitanju dvije moguće vrijednosti signala, koje su jednako vjerovatne, prag se postavlja na sredinu između te dvije vrijednosti (u slučaju polarnog binarnog signala čije su moguće vrijednosti značajnog parametra +U i –U prag se postavlja na 0). Sve vrijednosti odbiraka koje su iznad praga se tretiraju kao stanje ¨1¨, a one koje su ispod vrijednosti praga tretiraju se kao ¨0¨.

U slučaju kvaternarnog signala postoje 4 moguće vrijednosti značajnog parametra, pa komparator funkcioniše tako što postavlja 3 vrijednosti praga (u opštem slučaju M-arnog signala postavljaju se *M*-1 vrijednosti praga), po jedan na sredini između svake dvije susjedne vrijednosti.





Signal na izlazu iz predajnog pretvarača-digitalni signal.

Prolaskom kroz predajni filtar dolazi do izobličenja signala

Na liniji veze se signalu superponira šum

Prolaskom kroz prijemni filtar šum se ograničava (uskopojasni šum).
Ovaj signal dolazi na sklop za odlučivanje i na osnovu odbiraka (uzetih u sredini signalizacionog intervala) regeneriše se signal.

Signal na izlazu prijemnika, sa greškama koje su se desile u prenosu.

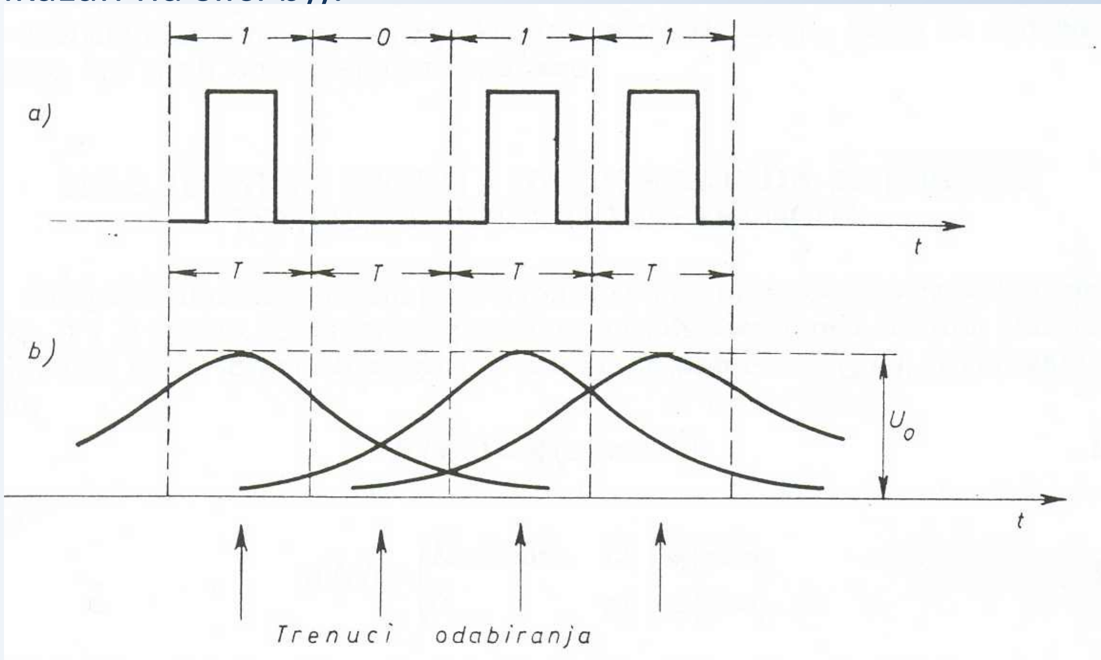
U osnovi postoje **dva razloga** za pojavu greške:

1. Ograničen propusni opseg prijemnog i predajnog filtra, što dovodi do izobličenja signala
2. Prisustvo šuma koji se superponira signalu, pa u procesu odlučivanja može da se donese pogrešna odluka o vrijednosti značajnog parametra signala.

INTERSIMBOLSKA INTERFERENCIJA (ISI)

U sistemima za prenos u osnovnom opsegu, digitalni signal generisan u pretvaraču poruke u signal je u obliku pravougaonih impulsa. U takvom svom obliku on ne stiže na mjesto prijema. Samo prisustvo predajnog i prijemnog filtra na transmisionom putu, kao i prenosni medijum svojom prirodom, čine da cijeli sistem prenosa ima karakter propusnika niskih učestanosti. Zbog toga se okomite ivice impulsa deformišu, impulsi se šire, a mogu se pojaviti i oscilovanja njihove amplitude.

Značaj ove pojave, čisto kvalitativno, može se ocijeniti na sledeći način. Digitalni signal na izlazu iz pretvarača poruke je kao na slici (slučaj a)). Tokom prenosa signal će se deformisati (pretpostavimo da svakom od impulsa ove povorke, na ulazu u sklop za odlučivanje odgovara deformisan oblik prikazan na slici b)).



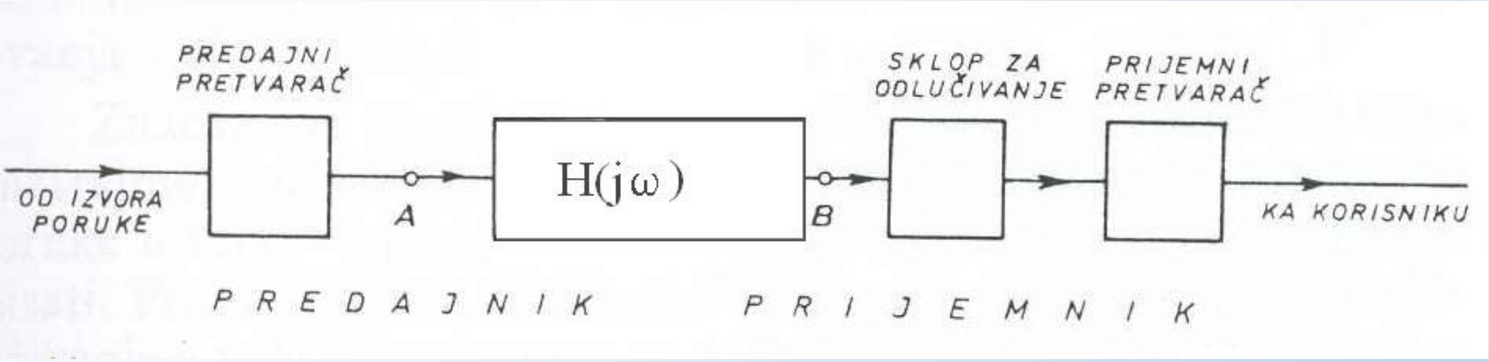
Prijemni odabirač uzima odbirke ovakvog primljenog signala u regularno raspoređenim tačkama odabiranja. Perioda odabiranja je jednaka trajanju jednog signalizacionog intervala *T.* Intenzitet svakog uzetog odbirka odgovara poslatom znaku odnosno pauzi, ali isto tako se ovoj vrijednosti superponira u posmatranoj tački odabiranja i niz vrijednosti koje potiču od impulsa poslatih u ostalim signalizacionim intervalima. Neki put, baš ovaj dodatak može da bude od presudnog značaja u donošenju odluke o tome što je poslato. Naime, pretpostavimo da je prag odlučivanja u sklopu za odlučivanje postavljen na vrijednost polovine intenziteta U_o koji odgovara binarnom digitu ¨1¨. Znači, svaki odbirak čiji je intenzitet veći od 1/2 U_o interpretiraće se kao ¨1¨, a svaki koji je manji od 1/2 U_o kao ¨0¨. Ako je, na primjer, u tački odabiranja u drugom intervalu sa prethodne slike suma intenziteta svih ¨repova¨ koji potiču iz ostalih signalizacionih intervala veća od vrijednosti praga, sklop za odlučivanje će ovakav odbirak interpretirati kao ¨1¨ umjesto ¨0¨ koja je zaista poslata.

Dakle, usled ograničenog propusnog opsega sistema dolazi do izobličenja poslatih pravougaonih impulsa i do pojave greške. Ova pojava preklapanja impulsa koja ima uticaj na odlučivanje u prijemniku naziva se ***intersimbolska interferencija****.*

Interferencija među simbolima, ili kako se nekad kaže preslušavanje, predstavlja ozbiljan problem u prenosu digitalnih signala. Proširivanjem propusnog opsega sistema ovaj problem bi se mogao prevazići. Ali to znači dodatno zauzimanje raspoloživog frekvencijskog opsega, a i znatno veći šum koji ulazi u prijemnik. Zbog toga se velika pažnja poklanja tehnikama za smanjivanje ili otklanjanje uticaja intersimbolske interferencije.

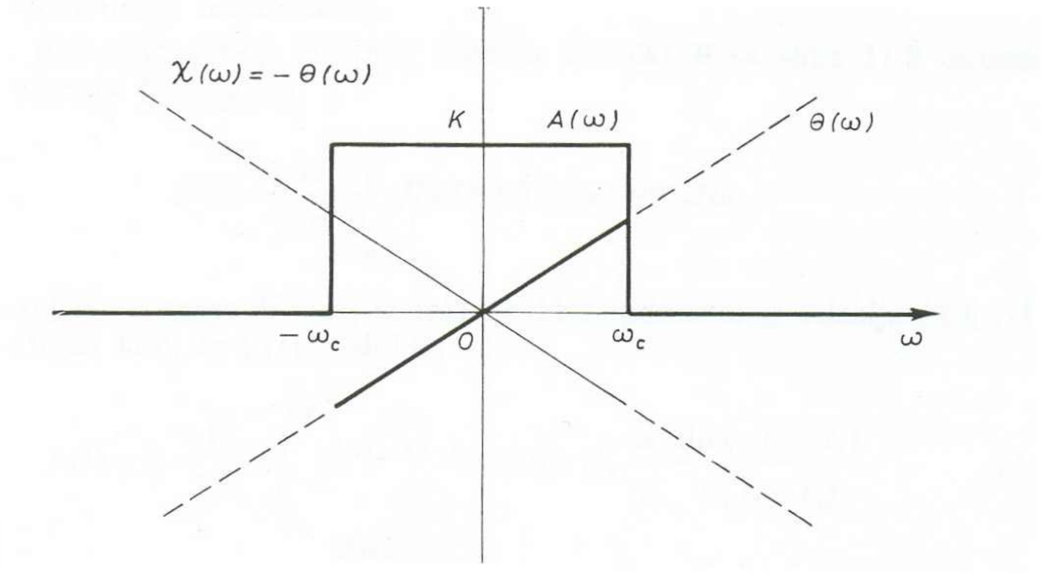
IDEALAN SISTEM I NAČIN KAKO DA SE IZBJEGNE INTERSIMBOLSKA INTERFERENCIJA

Pretpostavimo da je sistem prenosa sa slike takav da se njegov dio između tačaka *A* i *B* smatra idealnim propusnikom niskih učestanosti.



Tada, taj dio sistema može da se opiše funkcijom prenosa *H(jω)* koja je definisana izrazom:

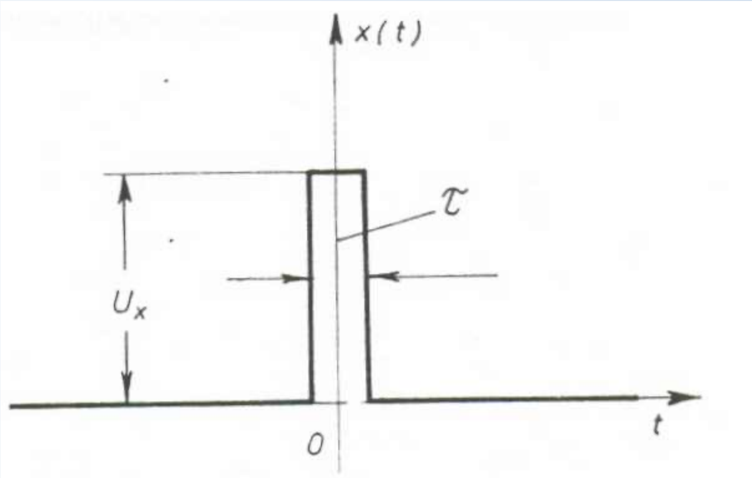
$$H(j\omega) = A(\omega)e^{-j\theta(\omega)}$$



$$A(\omega)=\begin{cases} K=const & \text{za } |\omega|\le\omega_c \\ 0 & \text{za } |\omega|>\omega_c \end{cases}$$

$$\theta(\omega)=\omega t_{0,} \qquad \mathrm{t}_0=const$$

Neka je signal kojim se pobuđuje idealni sistem prenosa u tački *A* usamljeni impuls vrlo kratkog trajanja τ i amplitude U_x.



Fourier-ova transformacija funkcije *x (t)* koja opisuje ovakav signal je:

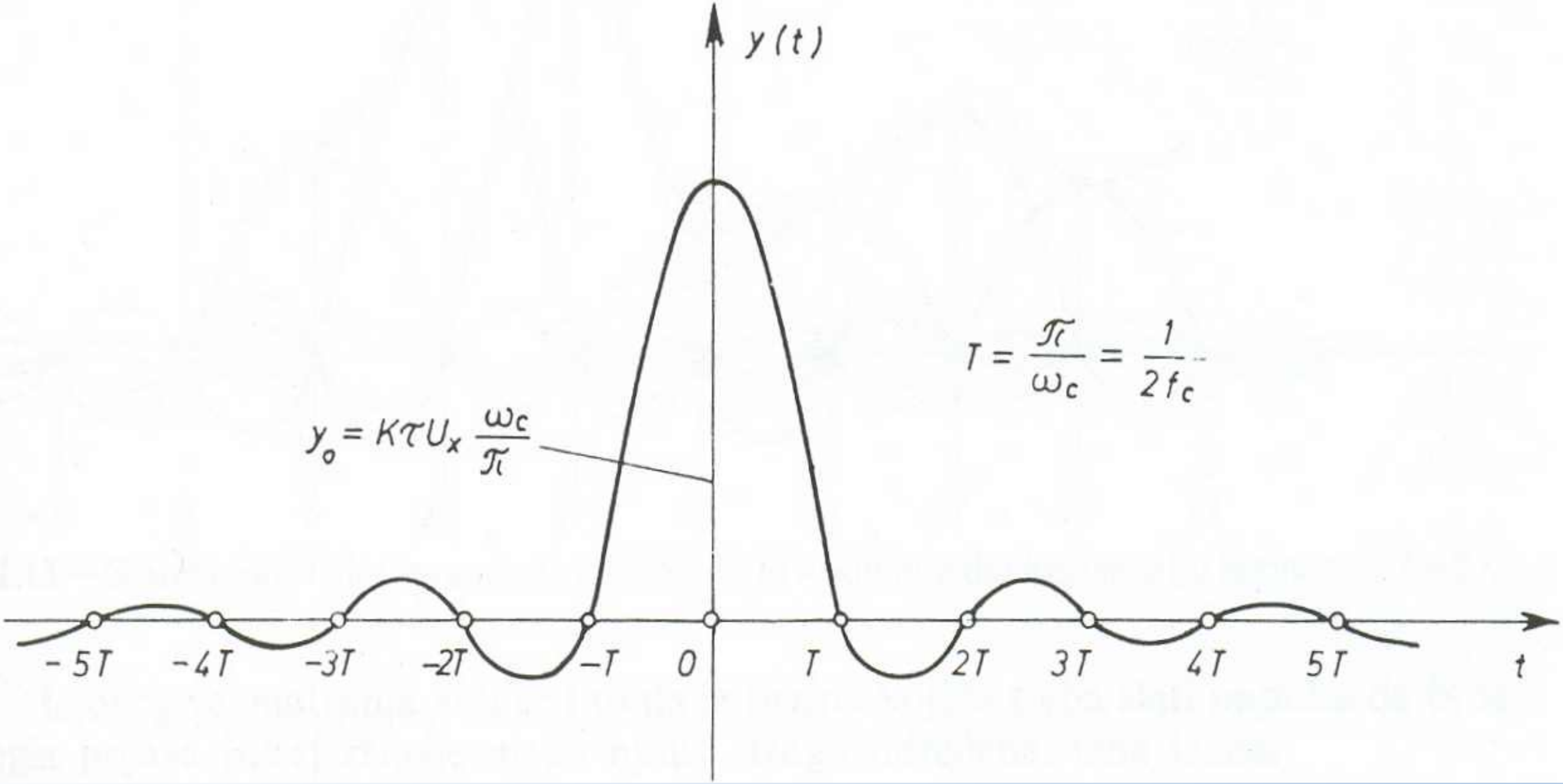
$$X(j\omega) = \int_{-\tau/2}^{\tau/2} U_x e^{-j\omega t} dt \approx \tau U_x$$

Odziv pretpostavljenog idealnog sistema na opisanu pobudu je:

$$y(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(j\omega) X(j\omega) e^{j\omega t} d\omega = K \frac{\tau U_x}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} e^{j\omega(t-t_0)} d\omega = K \tau U_x \frac{\omega_c}{\pi} \frac{\sin \omega_c (t-t_0)}{\omega_c (t-t_0)}$$

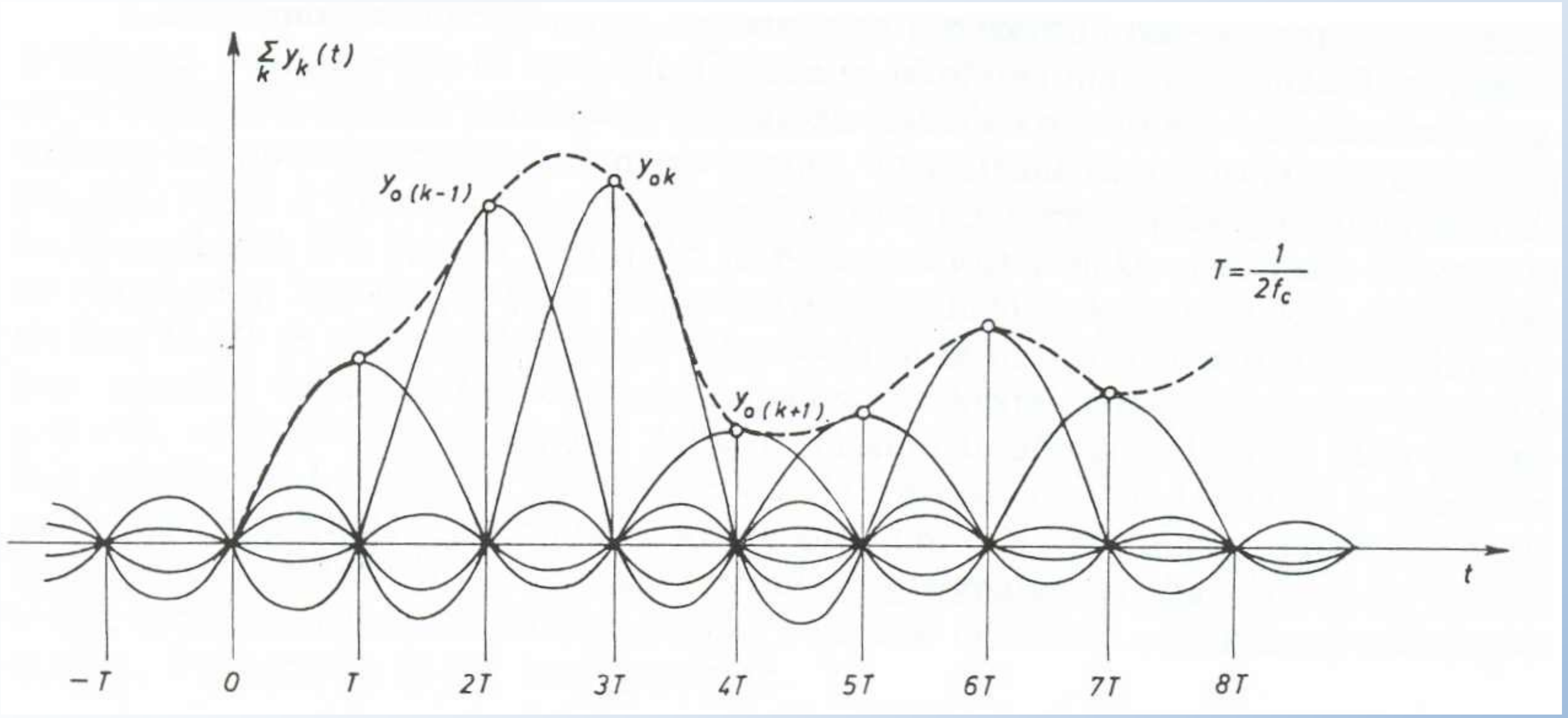
Ako zanemarimo kašnjenje (t_o=0), odziv na pobudu usamljenim pravougaonim impulsom je:

$$y(t) = K \tau U_x \frac{\omega_c}{\pi} \frac{\sin \omega_c t}{\omega_c t} = y_0 \frac{\sin \omega_c t}{\omega_c t}$$



Odziv idealnog sistema propusnika niskih učestanosti na pobudni signal u vidu impulsa vrlo kratkog trajanja

Pošto je poznat odziv sistema na usamljeni impuls, razmotrimo situaciju kada se javlja više impulsa širine τ, smještenih u trenucima T, $2T$, ..., nT, amplituda U_{x1}, U_{x2}, ..., U_{xn}. U ovim okolnostima, odziv idealnog sistema na ovakvu povorku će se dobiti superpozicijom svih pojedinačnih odziva $y_k(t)$, gdje je $y_k(t)$ odziv sistema na pobudu poslatu u *k-tom* signalizacionom intervalu. Naravno, to je moguće učiniti jer se radi o linearnom sistemu. Dobijeni složeni odziv sa svojim komponentama prikazan je na slici.



Jasno je da svaka od amplituda ove složene funkcije u tačkama ***t=kT***, gdje je k=0, ±1, ±2, ..., a $T=1/2f_c$ isključivo zavisi od amplitude impulsa poslatog u ***k***-tom signalizacionom intervalu. Drugim riječima, ako se prijemnim odabiračem uzme odbirak u sredini ***k***-tog signalizacionog intervala u kom je bio poslat impuls amplitude U_{xk} onda će amplituda odbirka biti

$$y_{ok} = K\tau U_{xk}\frac{\omega_c}{\pi}$$

Ona ne zavisi od impulsa u ostalim signalizacionim intervalima zato što svaki od njihovih ¨repova¨ u tački odabiranja ima vrijednost 0. To znači da neće doći do preklapanja impulsa.

Dakle, neće postojati intersimbolska interferencija. Brzina kojom treba slati impulse da bi se izbjegla pojava intersimbolske interferencije strogo je određena i iznosi:

$$1/T=2f_c$$

ili *n-ti* dio od *1/T*, gdje je *n=* 1, 2, 3...

Brzina $1/T=2f_c$ se naziva ***Nyquistovom brzinom,*** i to je najveća moguća brzina signaliziranja za prenos digitalnih signala idealnim sistemom, a da ne dođe do pojave ISI. Za signalizacioni interval $T=1/2f_c$ se kaže da predstavlja ***Nyquistov interval***.

Prikazani i analizirani primjer se odnosi na idealizovan slučaj i njegova primjena je ograničena zbog:

1. Nemogućnosti fizičke realizacije *H(jw).*
2. Potrebe za potpunom sinhronizacijom predajnika i prijemnika.

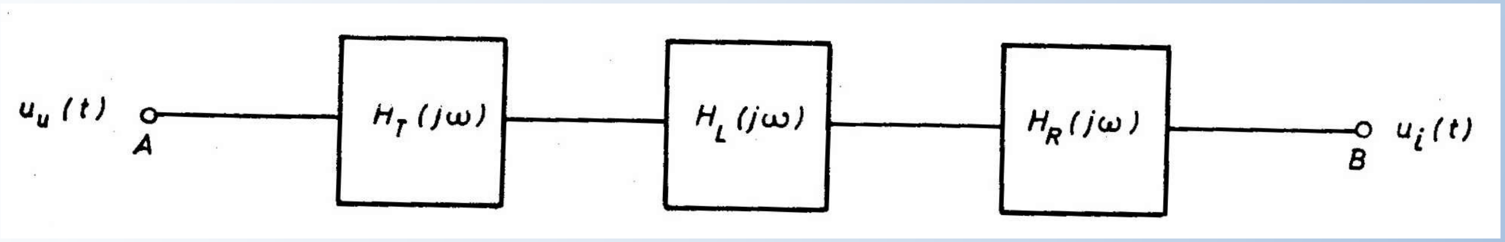
Uprkos navedenim ograničenjima dobijeni zaključci su značajni i predstavljaju važan elemenat realizacije praktičnih sistema.

PRENOS BEZ ISI U REALNIM SISTEMIMA

Za razliku od idealnih sistema (koji fizički nije moće realizovati) u kojima se ISI jednostavno eliminiše podešavanjem signalizacionog intervala propusnom opsegu filtra, u realnim sistemima se ISI eliminiše na drugi način. U tu svrhu definisani su ***Nyquist***-ovi kriterijumi koji preciziraju uslove koje treba da ispune sistemi za prenos signala u osnovnom opsegu učestanosti kako bi se izbjegla pojava intersimbolske interferencije.

Sistem od tačke A do B u realnom slučaju ima tri dijela:

1. Predajni filtar (prenosna funkcija $H_T(j\omega)$)
2. Linija veze (prenosna funkcija $H_L(j\omega)$)
3. Prijemni filtar (prenosna funkcija $H_R(j\omega)$)



Pretpostavimo digitalni signal u obliku:

$$u_u(t) = \sum_{k=-N}^{N} a_k x(t - kT)$$

Riječ je o povorci od 2N+1 elemenata, trajanje signalizacionog intervala je $T=1/f_s$, a_k je vrijednost značajnog parametra u k-tom signalizacionom intervalu, i u slučaju M-arnog signala može da ima jednu od M mogućih vrijednosti.

x(t) se naziva ***standardni signal.*** To je standardni oblik impulsa koji predajnik šalje kada je $a_o=1$, dok su sve ostale vrijednosti $a_k=0$, tj. takav oblik signala koji opisuje impuls u jednom signalizacionom intervalu.

Ako je Fourier-ova transformacija signala $U_u(j\omega)=F\{u_u(t)\}$, i $U_i(j\omega)=F\{u_i(t)\}$,

onda je:

$$U_i(j\omega)=H_T(j\omega)\, H_L(j\omega)\, H_R(j\omega)\, U_u(j\omega)= H(j\omega)\, U_u(j\omega)$$

$$u_i(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(j\omega) U_u(j\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

Pošto je:

$$U_u(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u_u(t)e^{-j\omega t}dt = \int_{-\infty}^{\infty}\sum_{k=-N}^{N} a_k x(t-kT)e^{-j\omega t}dt = \sum_{k=-N}^{N} a_k X(j\omega)e^{-j\omega kT}$$

to je:

$$u_i(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} H(j\omega)\sum_{k=-N}^{N} a_k X(j\omega)e^{-j\omega kT}e^{j\omega t}d\omega = \sum_{k=-N}^{N} a_k \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} H(j\omega)X(j\omega)e^{j\omega(t-kT)}d\omega$$

Uvedimo sledeću oznaku:

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} H(j\omega)X(j\omega)e^{j\omega(t-kT)}d\omega = y(t-kT)$$

kao **odziv sistema na pobudu standardnim signalom** *x(t).* Sada se izlazni signal može predstaviti kao:

$$u_i(t) = \sum_{k=-N}^{N} a_k y(t-kT)$$

Ovaj signal dolazi na sklop za odlučivanje. On zavisi od vremenskog oblika standardnog odziva, pa njegov oblik treba podesiti tako da u trenucima odlučivanja ne bude ISI. Pri tom, cilj je da značajni parametar digitalnog signala $u_i(t)$ u složenoj funkciji u jednom određenom signalizacionom intervalu bude potpuno nezavisan od onoga što se dešava u ostalim signalizacionim intervalima.

Fourier-ovu transformaciju funkcije y (t) označimo sa Y(jω):

$$Y(j\omega) = H(j\omega)X(j\omega) = H_T(j\omega)H_L(j\omega)H_R(j\omega)X(j\omega)$$

Dakle, proizvod ove četiri funkcije određuje standardni odziv *y(t).* Funkcija X(jω) vezana je za proces generisanja standardnog digitalnog signala na strani predaje i na nju se može uticati do izvjesnih granica. Funkcija prenosa linijskog dijela sistema H_L (jω) praktično je uvijek zadata i nju ne možemo da mijenjamo. Ali, možemo da projektujemo filtre, tj. da utičemo na funkciju prenosa predajnog filtra H_T (jω) i na funkciju prenosa prijemnog filtra H_R (jω) tako da se dobije funkcija Y(jω) čija će inverzna Fourier-ova transformacija y(t) obezbijediti odsustvo intersimbolske interferencije. **Ova dva filtra se često nazivaju *filtrima za oblikovanje impulsa*, i određuju se na osnovu Nyquist-ovih kriterijuma.**

Postoje 3 različita Nyquist-ova kriterijuma, u zavisnosti od tog šta se uzima kao značajni parametar signala:

- **Prvi Nyquist-ov kriterijum:** odnosi se na prenos digitalnih signala kod kojih se odluka na prijemu donosi na osnovu ***amplituda*** odbiraka uzetih u sredini signalizacionih intervala.
- **Drugi Nyquist-ov kriterijum:** definiše uslove za sisteme u kojima je za tačan prenos potrebno da ne dođe do promjene ***trajanja*** značajnog stanja signala.
- **Treći Nyquist-ov kriterijum:** govori o mogućnosti da se izbjegne ISI u sistemima u kojima se kao značajni parametar signala odabere površina koju signal obuhvata u jednom signalizacionom intervalu. Ova situacija se rijetko koristi i ima više teorijski nego praktični značaj.

PRVI NYQUIST-OV KRITERIJUM

Prvi Nyquist-ov kriterijum se odnosi na prenos digitalnih signala kod kojih se odluka na prijemu donosi na osnovu amplituda odbiraka uzetih u sredini signalizacionih intervala. Taj kriterijum kaže da u ovakvom sistemu prenosa neće doći do ISI ako standardni odziv $y(t)$ zadovoljava uslov da je $y(0)=y_0$, gdje je y_0 konstanta različita od 0, i ako su sve vrijednosti $y(mT)$ ravne nuli, gdje je m bilo koji pozitivan ili negativan cio broj, a T trajanje signalizacionog intervala.

Analitički izraz za prvi Nyquist-ov kriterijum bi bio:

$$y(mT) = y_0 \delta_{m0}$$, gdje je $$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \mathrm{i} = \mathrm{j} \\ 0 & \mathrm{i} \neq \mathrm{j} \end{cases}$$ ***Kronecker*-ova delta**

Pođimo od analitičkog oblika digitalnog signala na ulazu u sklop za odlučivanje:

$$u_i(mT) = \sum_{k=-N}^{N} a_k y[(m-k)T] = y_0 \sum_{k=-N}^{N} a_k \delta_{m-k,0}$$

Ako ovo dalje razvijemo:

$$u_i(mT) = y_0(a_{-N}\delta_{m+N,0} + \cdots + a_m\delta_{m-m,0} + \cdots + a_N\delta_{m-N,0})$$

dobijamo:

$$u_i(mT) = a_m y_0 = a_m y(0)$$

Kao što se vidi, vrijednost primljenog signala u *m*-tom trenutku odabiranja zavisi samo od onoga što je u tom signalizacionom intervalu bilo poslato od predajnika (ISI je jednaka nuli) ukoliko standardni odziv zadovoljava uslov koji definiše prvi Nyquist-ov kriterijum.

Polazeći od formulacije Nyquist-ovog kriterijuma u domenu vremena, možemo odrediti i odgovarajuću formu u domenu učestanosti kako bismo definisali uslov koji treba da zadovolji funkcija prenosa sistema kako ne bi došlo do ISI.

$$y(mT) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} Y(j\omega)e^{j\omega mT}\,d\omega$$

$$y(mT)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\frac{\omega_s}{2}}^{\frac{\omega_s}{2}} e^{j\frac{2\pi m}{\omega_s}\omega}\sum_{n=-\infty}^{\infty}Y[j(\omega+n\omega_s)]d\omega$$

Kako bi bio ispunjen Prvi Nyquist-ov kriterijum, tj. $y(\mathrm{mT}) = y_0\delta_{m,0}$, u gornjem izrazu je potrebno da bude:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}Y[j(\omega+n\omega_s)]=\frac{2\pi}{\omega_s}y_0=Ty_0 \qquad *_2$$

Ovo je formulacija Prvog Nyquist-ovog kriterijuma u domenu učestanosti. Tada je:

$$y(mT)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\frac{\omega_s}{2}}^{\frac{\omega_s}{2}} e^{j\frac{2\pi m}{\omega_s}\omega}\frac{2\pi}{\omega_s'}y_0 d\omega=y_0\frac{\sin m\pi}{m\pi}=y_0\delta_{m0}$$

što potvrdjuje Prvi Nyquist-ov kriterijum.

Dekle, prethodni uslov nije samo dovoljan, već i potreban uslov za zadovoljenje Prvog Nyquist-ovog kriterijuma.

Ukoliko kompleksni spektar standardnog odziva zadovoljava uslov $*_2$, ISI u trenucima odabiranja (na sredini signalizacionog intervala) biće jednaka nuli. Dobijeni izraz u kompleksnom domenu možemo da iskoristimo za projektovanje sistema za prenos, saglasno relaciji:

$$Y(j\omega)=H(j\omega)X(j\omega)=H_T(j\omega)H_L(j\omega)H_R(j\omega)X(j\omega)$$

Ako pretpostavimo da je standardni signal koji predstavlja digitalni signal u jednom signalizacionom intervalu delta impuls (x(t)=δ(t)), tada je $Y(j\omega)=H(j\omega)$

Uzimajući u obzir uslov $*_2$:

$$Y(j\omega)=H(j\omega)=A(\omega)e^{j\chi(\omega)}$$

odnosno:

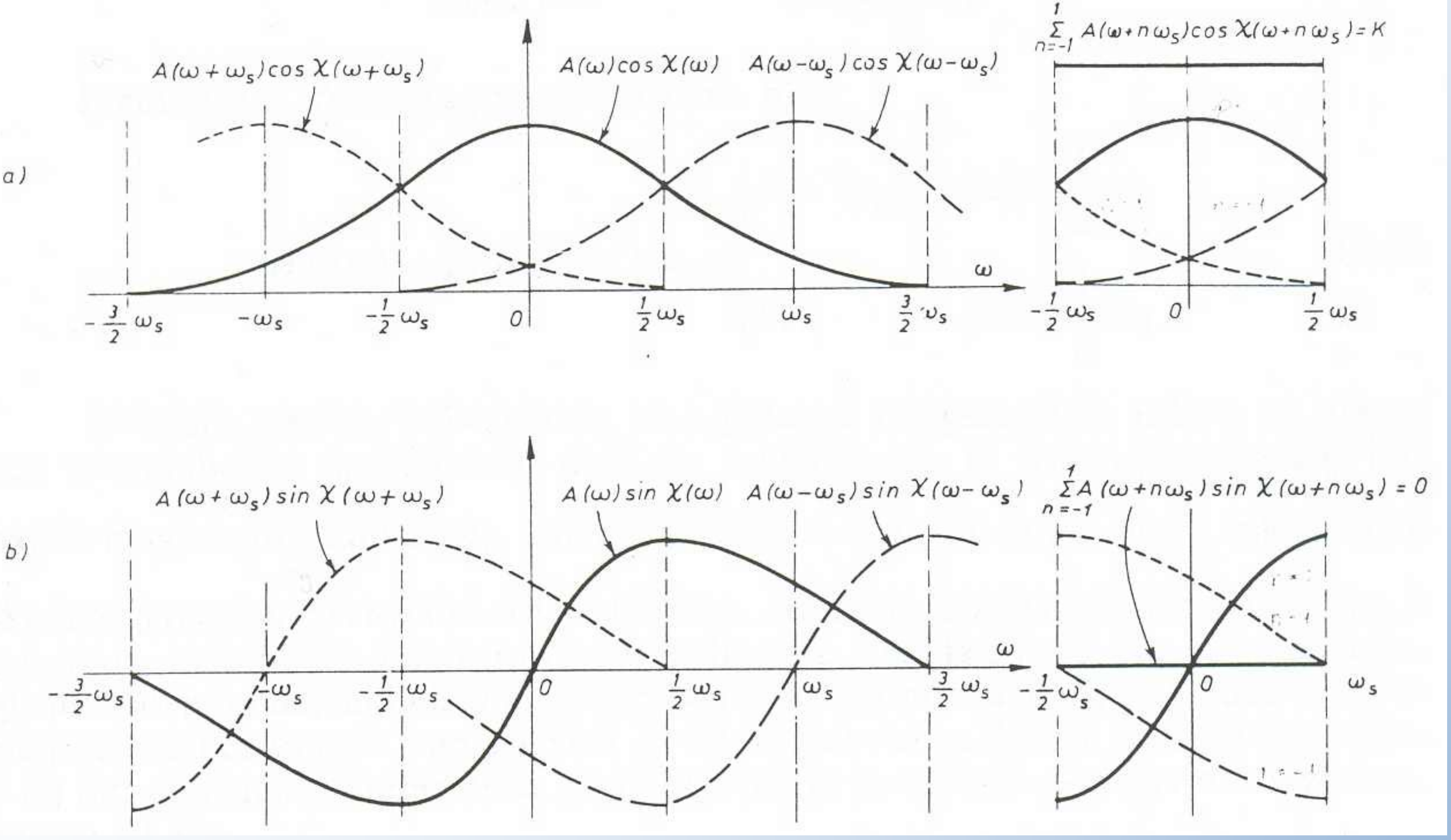
$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} Y[j(\omega+n\omega_s)]=\sum_{-\infty}^{\infty} A(\omega+n\omega_s)e^{j\chi(\omega+n\omega_s)}=\frac{2\pi}{\omega_s}y_0=Ty_0=K,\quad -\frac{1}{2}\omega_s\leq\omega\leq\frac{1}{2}\omega_s$$

Ako razdvojimo realni i imaginarni dio gornje relacije, dolazi se do uslova:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} A(\omega+n\omega_s)\cos\chi(\omega+n\omega_s)=K,\quad -\frac{1}{2}\omega_s\leq\omega\leq\frac{1}{2}\omega_s$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} A(\omega+n\omega_s)\sin\chi(\omega+n\omega_s)=0,\quad -\frac{1}{2}\omega_s\leq\omega\leq\frac{1}{2}\omega_s$$

Ovaj set uslova mora da zadovoljavaju amplitudska i fazna karakteristika sistema za prenos da ne dođe do intersimbolske interferencije. Na slici *a*) je ilustrovan realni dio, a na *b*) imaginarni dio funkcije prenosa sistema koji zadovoljava prvi Nyquist-ov kriterijum.



SISTEMI KOJI ZADOVOLJAVAJU PRVI NYQUIST-OV KRITERIJUM

SLUČAJ IDEALNOG SISTEMA

Pretpostavimo da imamo sistem prenosa kome su amplitudska i fazna karakteristika date sa:

$$A(\omega)=\begin{cases} A(\omega), |\omega| \leq \dfrac{\omega_s}{2} = \omega_c \\ 0, \quad |\omega| > \dfrac{\omega_s}{2} \end{cases} \qquad \chi(\omega)=\begin{cases} \chi(\omega), |\omega| \leq \dfrac{\omega_s}{2} = \omega_c \\ 0, \quad |\omega| > \dfrac{\omega_s}{2} \end{cases}$$

Pošto je ovako definisana funkcija prenosa različita od 0 samo u intervalu $-\omega_s/2 \leq \omega \leq \omega_s/2$, jasno je da će sume:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} A(\omega+n\omega_s)\cos\chi(\omega+n\omega_s)=K, \quad -\frac{1}{2}\omega_s \leq \omega \leq \frac{1}{2}\omega_s$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} A(\omega+n\omega_s)\sin\chi(\omega+n\omega_s)=0, \quad -\frac{1}{2}\omega_s \leq \omega \leq \frac{1}{2}\omega_s$$

imati samo po jedan član, pa se navedeni uslovi svode na:

$$A(\omega)\cos\chi(\omega)=K, \text{ i } A(\omega)\sin\chi(\omega)=0, \qquad |\omega|\le\frac{1}{2}\omega_s$$

tj.

$$A(\omega)=K=y_0, \text{ i } \chi(\omega)=0, \qquad |\omega|\le\frac{1}{2}\omega_s$$

Na osnovu toga je jasno da je funkcija prenosa sistema u opsegu učestanosti $-\omega_s/2\le\omega\le\omega_s/2$ koja zadovoljava Prvi Nyquist-ov kriterijum oblika:

$$H(j\omega)=A(\omega)=\begin{cases} K=Ty_0, & |\omega|\le\frac{1}{2}\omega_s \\ 0, & |\omega|\ge\frac{1}{2}\omega_s \end{cases}$$

Uočava se da je sistem prenosa koji ima minimalni propusni opseg, i u kome nema intersimbolske interferencije, ustvari idealni sistem prenosa. Stoga on ima više teorijski nego praktični značaj, jer uslov idealnosti mora biti strogo zadovoljen.

Sistemi koji zadovoljavaju Nyquist-ov kriterijum i mogu se fizički realizovati (što se postiže na račun proširenja propusnog opsega do najviše dva puta) nazivaju se ***Nyquist-ovi slučajevi.*** Takvih sistema je beskonačno mnogo.

Nyquist-ovi slučajevi

Riječ je o sistemima propusnicima niskih učestanosti kod kojih je propusni opseg proširen u odnosu na idealni sistem. Kod takvih sistema je:

$$A(\omega)=\begin{cases} A(\omega), & |\omega|\le \omega_g \\ 0, & |\omega|>\omega_g \end{cases} \qquad , \frac{1}{2}\omega_s \le \omega_g \le \omega_s$$

<u>Ograničenje u realizaciji ovakvih sistema se ogleda u tome da se minimalni propusni opseg (slučaj idealnog sistema) može proširiti najviše 100%.</u>

Polazeći od:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} A(\omega+n\omega_s)\cos\chi(\omega+n\omega_s)=K, \quad -\frac{1}{2}\omega_s \le \omega \le \frac{1}{2}\omega_s$$

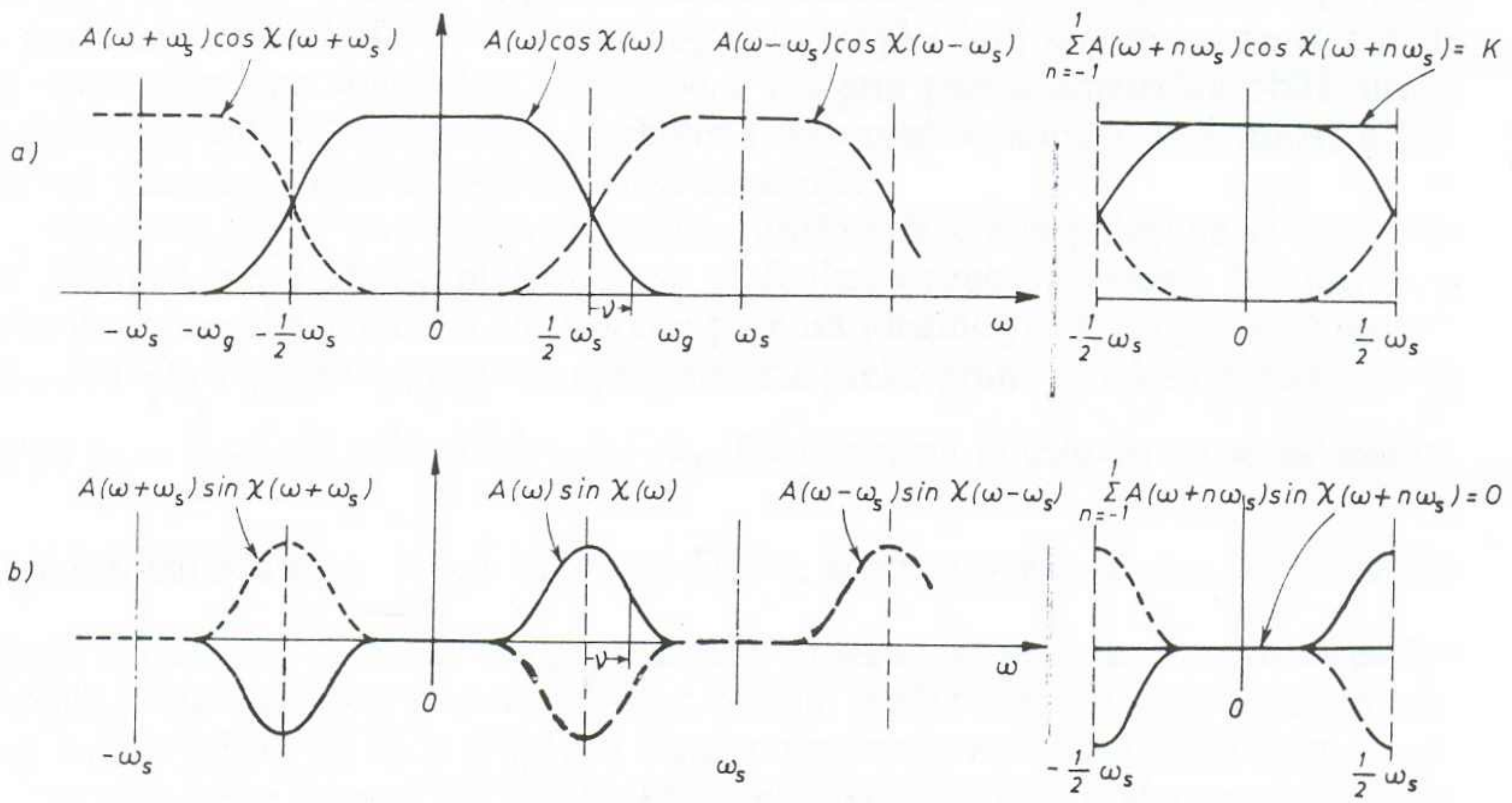
$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} A(\omega+n\omega_s)\sin\chi(\omega+n\omega_s)=0, \quad -\frac{1}{2}\omega_s \le \omega \le \frac{1}{2}\omega_s$$

ovdje je:

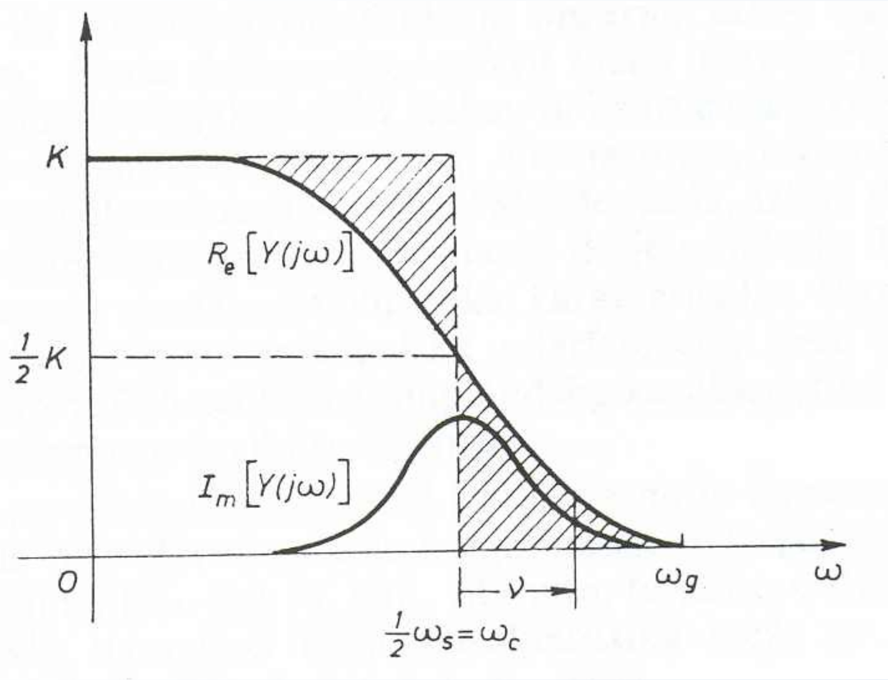
$$A(\omega)\cos\chi(\omega)+A(\omega-\omega_s)\cos\chi(\omega-\omega_s)=K, \qquad 0\le\omega\le\frac{1}{2}\omega_s$$

$$A(\omega)\sin\chi(\omega)+A(\omega-\omega_s)\sin\chi(\omega-\omega_s)=0, \qquad 0\le\omega\le\frac{1}{2}\omega_s$$

Odnosno, realni i imaginarni dio funkcije prenosa imaju oblik kao na slici:



Izdvojimo samo jedan detalj sa prethodne slike:



Kao što se vidi sa ove slike i datih izraza, realni i imaginarni dio funkcije prenosa imaju određenu simetriju. Naime, realni dio može da se shvati kao da je sastavljen iz dva dijela: iz pravougaonog oblika, prikazanog isprekidanom linijom, i zaobljenog oblika, koji je neparno simetričan u odnosu na tačku ($\omega_s/2$, $K/2$). Pri tome, zaobljena kriva linija definiše osjenčenu površinu koja se oduzima od pravougaonog oblika i dodaje iznad učestanosti $\omega_c = \omega_s/2$ kako bi se dobio realni dio funkcije prenosa. Što se tiče imaginarnog dijela funkcije prenosa, on je parno simetričan u odnosu na pravu $\omega=\omega_c= \omega_s/2$.

Kako je $\omega_s/2= \omega_c \leq \omega_g \leq \omega_s=2\ \omega_c$, Nyquist je zaključio da je moguće napraviti bezbroj funkcija prenosa koje obezbjeđuju prenos bez intersimbolske interferencije. Pri tome je definisao tzv. ***Nyquist-ove uslove simetrije*** koje te funkcije prenosa moraju zadovoljavati. Oni glase:

- Ako se pođe od idealnog sistema prenosa za koji je realni dio Re[H(jω)] dat pravougaonim oblikom, a imaginarni dio Im[H(jω)] je 0, i doda li se prvom neparno simetrično zaobljenje u odnosu na tačku ($\omega_s/2$, K/2), a drugom parno simetričan oblik u odnosu na pravu $\omega=\omega_c= \omega_s/2$, uslovi za prenos bez interferencije među simbolima (Prvi Nyquist-ov kriterijum) biće uvijek ispunjeni.