

# GUBICI U GVOŽĐU USLED NAIZMJENIČNOG MAGNEĆENJA

## Gubici usled histereza

Magnetsko kolo električne mašine, u cjelini ili neki od njegovih djelova u zavisnosti od vrste električne mašine, je podvrgnuto naizmjeničnom magnećenju. Kao posledica te činjenice dešava se naizmjenična magnetizacija materijala tj. konstantna promjena orijentacije magnetskih domena unutar feromagnetika. Pritom dolazi do gubitka energije u feromagnetiku tj. do transformacije energije u toplotu što se objašnjava „trenjem“ između magnetskih domena prilikom promjene njihove orijentacije.

Analizom histerezisne petlje feromagnetika može se zaključiti da je energija koja se troši na savladavanje unutrašnjeg otpora, „trenja“ između magnetskih domena prilikom promjene njihove orijentacije proporcionalna površini histerezisne petlje. Naime, zapreminska gustina energije magnetskog polja je data sledećim izrazom,

$$w_m = \int_0^B H dB \left[ \frac{J}{m^3} \right]$$

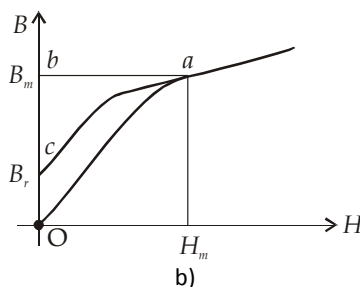
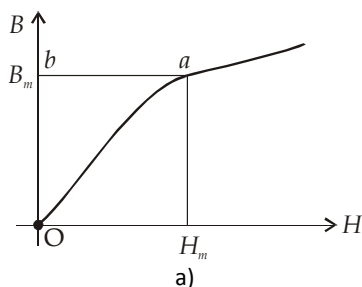
tako da se pri porastu jačine magnetskog polja od nulte vrijednosti do vrijednosti  $H_m$ , u feromagnetiku troši energija koja je proporcionalna površini krivolinijskog trougla  $OabO$ :

$$w_{m\_uzeto} = \int_0^{B_m} H dB \left[ \frac{J}{m^3} \right] = \Delta OabO$$

Smanjenjem vrijednosti jačine magnetskog polja do nulte vrijednosti, priraštaj magnetske indukcije  $dB$  postaje negativan pa se dio energije akumulisan u magnetskom polju se vraća izvoru energije koji napaja pobudni namotaj. Ova energija je proporcionalna površini krivolinijskog trougla  $abc$ .

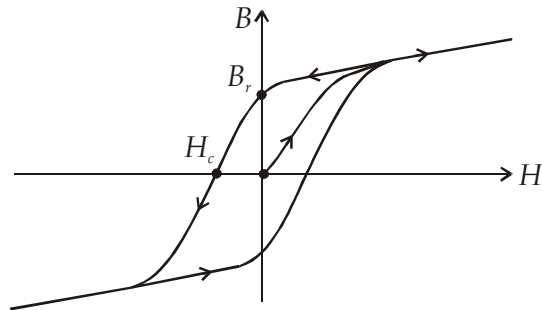
$$w_{m\_vraceno} = \int_{B_m}^{B_r} H dB \left[ \frac{J}{m^3} \right] = \Delta abc$$

Razlika ove dvije površine je, očigledno, dio površine koji pripada histerezisnoj petlji.



Kako je magnećenje feromagnetika naizmjenično to znači da su gubici usled histereza proporcionalni učestanosti naizmjeničnog magnećenja pa je snaga gubitaka usled histereza:

$$P_H = (\text{površina\_histerezisne\_petlje}) \cdot f \cdot V \text{ [W]}$$



Slika 2.6. Površina histerezisne petlje feromagnetskog materijala je proporcionalna zapreminskoj gustini energije magnetskog polja

Njemački elektroinženjer Čarls Proteus Štajnec (1865-1923) je definisao empirijsku relaciju za ove gubitke u funkciji učestanosti i maksimalne vrijednosti magnetske indukcije u jezgri,

$$P_H = k_H \cdot f \cdot B_m^n \left[ \frac{W}{kg} \right]$$

gdje je  $n$  koeficijent koji za savremene magnetske materijale ima približnu vrijednost  $n=2$ , a  $k_H$  je histerezisni koeficijent čija vrijednost zavisi od vrste feromagnetika. Primjera radi, za čelik legiran silicijumom (4.8% Si), ovaj koeficijent ima vrijednost  $k_H=1.91$ . U literaturi se koeficijent  $k_H$  ali negdje i koeficijent  $n$  nazivaju Štajnec-ov koeficijent.

Jedna od očiglednih mjera koje se mogu preduzeti u cilju smanjenja ovih gubitaka na najmanju moguću mjeru jeste korišćenje tzv. mekih feromagnetskih materijala koji imaju usku histerezisnu petlju tj. malu površinu histerezisne petlje.

### Gubici usled vrtložnih struja

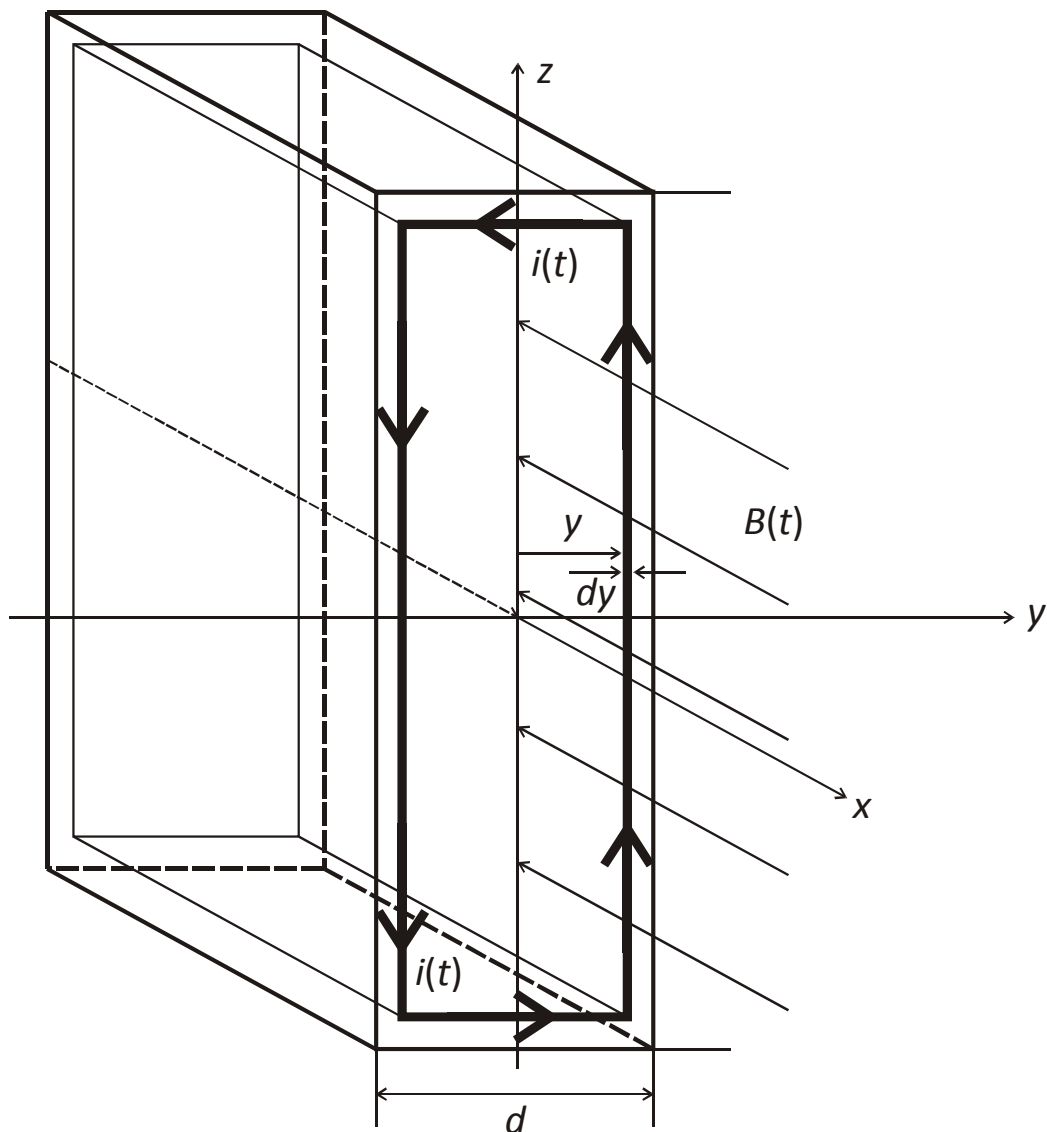
Vrtložne struje su posledica vrtložnog indukovanog električnog polja u provodnom materijalu koji je podvrgnut vremenski promjenljivom magnetskom polju – situacija koja se redovno dešava u električnim mašinama. Vrtložne struje za posledicu imaju Džulove gubitke. Dodatno, vrtložne struje svojim magnetskim polje povratno utiču na magnetsko polje koje je dovelo do njihovog postojanja na način da se raspodjela magnetskog fluksa po poprečnom presjeku materijala mijenja što za rezultat ima smanjenje efektivne površine poprečnog presjeka materijala.

U električnim mašinama su nepoželjne jer dovode do zagrijavanja mašine i smanjenja efikasnosti – koeficijenta korisnog dejstva mašine. Iako nepoželjne one su i

neizbježne ali se različitim konstruktivnom i tehnološkim mjerama nastoje smanjiti na najmanji mogući nivo.

Najznačajnija mjera koja se redovno primjenjuje u električnim mašinama jeste lameliranje magnetskog jezgra. Dakle, umjesto da se magnetsko kolo izvodi od masivnog gvožđa ono se formira na način da se odgovarajuća površina poprečnog presjeka formira slaganjem međusobno galvanski izolovanih feromagnetskih – gvozdenih limova relativno male debljine. Na taj je putanja za vrtložne struje ograničena – vrtložne struje se mogu zatvarati samo u okviru lima, čime se njihov puta značajno produžava a time se povećava i otpornost te putanje što sve u krajnjem, rezultira smanjenjem njihovog intenziteta. Sa druge strane, postupkom lameliranja se obezbjeđuje i ravnomjerna raspodjela magnetskog fluksa po porečnom presjeku magnetskog kola.

Posmatraće se jedan lim lameliranog magnetskog kola, debljine  $d$ , pri čemu je debljina lima  $d$  značajno manja od njegovih ostalih dimenzija.



Pretpostavimo naizmjenično magnetsko polje uspostavljeno u ovoj lameli:

$$B(t) = B_m \sin(\omega t)$$

Vrtložne struje će teći duž oboda lamele pri čemu je jedan elementarni put prikazan na slici. Magnetski fluks obuhvaćen ovim elementarnim putem je, po jedinici visine:

$$\Phi(t) = B(t) \cdot 2y \cdot 1 \text{ metar} = 2yB(t) = 2yB_m \sin(\omega t)$$

Trenutna vrijednost indukovane ems duž putanje vrtložne struje je,

$$e(t) = \frac{d\Phi(t)}{dt} = 2yB_m \omega \cos(\omega t)$$

a njena efektivna vrijednost je:

$$E = 2\sqrt{2}\pi f y B_m$$

Otpornost elementarnog puta vrtložne struje je, po jednom metru visine i dubine lima, zanemarujući dio putanje paralelan ivicama putanje po debljini lamele:

$$R = \rho \frac{l}{S} = \rho \frac{2 \text{ metra}}{1 \text{ metar} \cdot dy} = \frac{2\rho}{dy}$$

Efektivna vrijednost vrtložne struje duž elementarne putanje je:

$$I_w = \frac{E}{R} = \frac{\sqrt{2}\pi f B_m y dy}{\rho}$$

Gubici usled vrtložnih struja duž analizirane putanje su,

$$P_w = RI_w^2 = \frac{4\pi^2 f^2 B_m^2}{\rho} y^2 dy [W]$$

tako da su ukupni gubici, po metru dužine i visine lima:

$$P_w = \frac{4\pi^2 f^2 B_m^2}{\rho} \int_0^{d/2} y^2 dy = \frac{\pi^2 f^2 B_m^2}{6\rho} d^3 \left[ \frac{W}{m^2} \right]$$

Dijeljenjem prethodnog izraza sa  $d$ , dobijaju se gubici usled vrtložnih struja po jedinici zapremine materijala:

$$P_w = \frac{\pi^2 f^2 B_m^2}{6\rho} d^2 \left[ \frac{W}{m^3} \right]$$

U praksi je, međutim, češći slučaj da se gubici u gvožđu daju po jedinici mase a ne po jedinici zapremine, tako da treba uzeti u obzir i gustinu gvožđa,  $\rho_{Fe}=7650 \text{ kg/m}^3$ . Konačno se dobija,

$$P_W = k_W f^2 B_m^2 \left[ \frac{W}{kg} \right]$$

gdje je koeficijent  $k_W$ :

$$k_W = \frac{\pi^2 d^2}{6 \rho \rho_{Fe}}$$

Iz prethodnih izraza je jasno da debljina lima značajno utiče na vrijednost gubitaka usled vrtložnih struja, jer na gubitke utiče sa kvadratom svoje vrijednosti. Sa druge strane i specifična električna otpornost materijala  $\rho[\Omega m]$  utiče na te gubitke. Poželjno je imati materijal sa većom vrijednošću specifične električne otpornosti. Taj se zahtjev kod tzv. dinamo limova ostvaruje legiranjem gvožđa (čelika) sa silicijumom. Pritom je udio silicijuma u leguri svega par procenata jer se većim vrijednostima dobija legura koja ne zadovoljava svojim mehaničkim osobinama – limovi postaju krti – lako lomljivi.

Dobijeni izraz je izveden uz pretpostavku da je raspodjela magnetskog fluksa po poprečnom presjeku lima uniformna, da se magnetski fluks mijenja po prostoperiodičnom zakonu kao i da je lim tanak. Dakle, ne može se primijeniti u slučaju visokih učestanosti, složenoperiodičnog oblika magnetskog fluksa ili debelih limova.

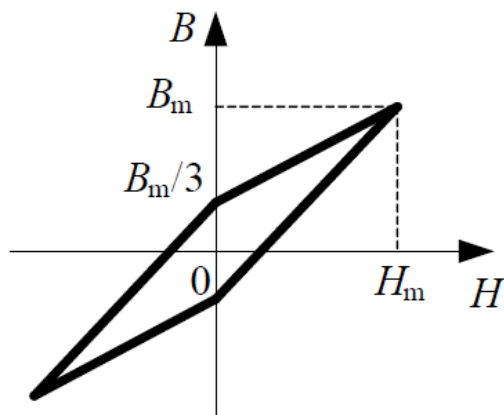
## Ukupni gubici usled naizmjeničnog magnećenja

Ukupni gubici u gvožđu čine gubici usled histerezisa i gubici usled vrtložnih struja:

$$P_{Fe} = P_H + P_W = k_H f B_m^2 + k_W f^2 B_m^2 = (k_H f + k_W f^2) B_m^2 = \Gamma_{Fe1} B_m^2 \left[ \frac{W}{kg} \right]$$

uzimajući da je  $n=2$  u izrazu za histerezisne gubitke.  $\Gamma_{Fe1}$  su specifični jedinični gubici u Vatima po kilogramu. Zašto „specifični jedinični gubici“? Zato što su to gubici u 1kg feromagnetika pri maksimalnoj vrijednosti magnetske indukcije od 1T.

**Zadatak 1.** Na tanko torusno jezgro srednje dužine  $l_{sr}$  i površine poprečnog presjeka  $S$  ravnomjerno je i gusto namotano  $N$  navojaka tanke žice. Kroz namotaj teče naizmjenična struja amplitude  $I_m$  i učestanosti  $f$ . Histerezisna petlja materijala od koga je jezgro napravljeno je idealizovana slikom gdje je  $B_m/H_m = \mu_n$  konstanta nezavisna od amplitude polja. Odrediti izraz za srednju snagu gubitaka usled histerezisa u jezgru.



Rešenje:

$$P_H = \frac{2f\mu_n S(NI_m)^2}{3I_{sr}} [W]$$

**Zadatak 2.** Izračunati gubitke u gvožđu po kilogramu lima debljine 0.5mm od legure čelika za slučaj maksimalne vrijednosti indukcije od 1.1T, učestanosti 50Hz. Specifična električna otpornost materijala je  $30 \cdot 10^{-8} \Omega m$ , njegova gustina je  $7800 \text{ kg/m}^3$  a površini histerezisne petlje odgovara zapreminska gustina energije magnetskog polja od  $380 \text{ J/m}^3$ .

Rešenje:

Gubici usled histerezisa su:

$$P_H = \frac{(\text{površina\_histerezisne\_petlje}) \cdot f}{\rho_{Fe}} \left[ \frac{W}{kg} \right] = \frac{380 \cdot 50}{7800} = 2.436 \left[ \frac{W}{kg} \right]$$

$$P_H = 2.436 \left[ \frac{W}{kg} \right]$$

Gubici usled vrtložnih struja su,

$$P_W = \frac{\pi^2 d^2}{6\rho \cdot \rho_{Fe}} f^2 B_m^2 = \frac{\pi^2 (0.5 \cdot 10^{-3})^2}{6 \cdot 30 \cdot 10^{-8} \cdot 7800} 50^2 \cdot 1.1^2$$

$$P_W = 0.531 \left[ \frac{W}{kg} \right]$$

pa su ukupni gubici u gvožđu:

$$P_{Fe} = P_H + P_W = 2.967 \left[ \frac{W}{kg} \right]$$

**Zadatak 3.** Uzorak lima od hladno valjanog orijentisanog čelika debljine 0.3mm ima specifičnu električnu otpornost  $4.8 \cdot 10^{-7} \Omega m$ . Histerezisna petlja materijala se može opisati pravougaonikom za sve vrijednosti magnetske indukcije manje od 1.6T pri čemu je koeritivno polje 12A/m. Proizvođač navodi podatak o specifičnim gubicima od 1.2W/kg pri amplitudi magnetske indukcije od 1T na učestanosti 100Hz. Izračunati gubitke u gvožđu za navedeni material i uporediti ih sa onim koje daje proizvođač. Gustina gvožđa je  $7650 \text{ kg/m}^3$ .

*Rešenje:*

Površina histerezisne petlje je iz navedenih podataka,

$$površina\_histerezisne\_petlje = 2B_r \cdot 2H_c = 4 \cdot 12 \cdot 1 = 48 \frac{J}{m^3}$$

pa su gubici usled histerezisa:

$$P_H = \frac{(površina\_histerezisne\_petlje) \cdot f}{\rho_{Fe}} \left[ \frac{W}{kg} \right] = \frac{48 \cdot 100}{7650} = 0.627 \left[ \frac{W}{kg} \right]$$

$$P_H = 0.627 \left[ \frac{W}{kg} \right]$$

Gubici usled vrtložnih struja su,

$$P_W = \frac{\pi^2 d^2}{6\rho \cdot \rho_{Fe}} f^2 B_m^2 = \frac{\pi^2 (0.3 \cdot 10^{-3})^2}{6 \cdot 4.8 \cdot 10^{-7} \cdot 7650} 100^2 \cdot 1^2$$

$$P_W = 0.403 \left[ \frac{W}{kg} \right]$$

pa su ukupni gubici u gvožđu,

$$P_{Fe} = P_H + P_W = 1.03 \left[ \frac{W}{kg} \right]$$

i manji su od onih koje proizvođač specificira.