$$v=\sum_{k=1}^{+\infty}v_k(x,t)=\sum_{k=1}^{+\infty}A_k e^{-\frac{\pi^2a^2k^2}{l^2}t}\sin\frac{\pi kx}{l}. \qquad (30)$$

Konstante A_k određuju se iz uslova da rješenje (30) zadovoljava početni uslov (24). Stavljajući $t=0$ dobijamo $\varphi_1(x)=\sum_{k=1}^{+\infty}A_k\sin\frac{\pi kx}{l}$, odnosno

$$A_k=\frac{2}{l}\int_0^l\varphi_1(x)\sin\frac{\pi kx}{l}dx=\frac{2}{l}\left[\int_0^l\varphi(x)-\left(A+\frac{B-A}{l}x\right)\right]\sin\frac{\pi kx}{l}dx,$$

tj.

$$A_k=\frac{2}{l}\int_0^l\varphi(x)\sin\frac{\pi kx}{l}dx-\frac{2}{\pi k}\left(A+(-1)^{n+1}B\right). \qquad (31)$$

S obzirom na smjenu (22) imamo da je funkcija

$$u=A+\frac{B-A}{l}x+\sum_{k=1}^{+\infty}A_k e^{-\frac{\pi^2a^2k^2}{l^2}t}\sin\frac{\pi kx}{l},$$

gdje se koeficijenti A_k određuju iz formule (31), rješenje Mz (19)-(20), (21).

Primjer 4. Naći rješenje jednačine

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2u}{\partial^2x} \qquad (0<x<l,\ t>0),$$

$$u\Big|_{t=0}=\varphi(x)=\begin{cases}x, & \text{ako je } 0<x\le\frac{l}{2}\\ l-x, & \frac{l}{2}\le x<\frac{l}{2}\end{cases},\ u\big|_{x=0}=u\big|_{x=l}=0.$$

Rješenje Košijevog zadatka koje zadovoljava date granične uslove ima oblik

$$u=\sum_{k=1}^{+\infty}A_k e^{-\frac{\pi^2k^2}{l^2}t}\sin\frac{\pi kx}{l},$$

gdje je $A_k=\frac{2}{l}\int_0^l\varphi(x)\sin\frac{\pi kx}{l}dx=\frac{2}{l}\int_0^{l/2}x\sin\frac{\pi kx}{l}dx+\frac{2}{l}\int_{l/2}^l(l-x)\sin\frac{\pi kx}{l}dx$. Poslije primjene dvije uzastopne parcijalne integracije dobijamo da je $A_k=\frac{4l}{\pi^2k^2}\sin\frac{\pi k}{2}$, odnosno da je traženo rješenje

$$u=\frac{4l}{\pi^2}\sum_{k=1}^{+\infty}\frac{1}{k^2}e^{-\frac{\pi^2k^2}{l^2}t}\sin\frac{\pi kx}{l}$$

ili

$$u=\frac{4l}{\pi^2}\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{(-1)^n}{(2n+1)^2}e^{-\frac{\pi^2(2n+1)^2}{l^2}t}\sin\frac{\pi(2n+1)x}{l}.$$