XI čas računskih vježbi iz Signala i sistema

Zadatak 1. Metodom istog impulsnog odziva odrediti funkciju prenosa diskretnog sistema koji odgovara analognom sistemu sa funkcijom prenosa:

$$H_a(s) = \frac{1}{s^3 - s^2 - 4s + 4}.$$

Rješenje:

Po metodi istog impulsnog odziva, funkcija prenosa analognog sistema napisana u obliku sume:

$$H_a(s) = \sum_{i=1}^{N} \frac{k_i}{s - s_i}$$

preslikava se u funkcija prenosa diskretnog sistema:

$$H(z) = \sum_{i=1}^{N} \frac{Tk_i}{1 - e^{s_i T} z^{-1}}.$$

T je korak odabiranja analognog impulsnog odziva sistema i ono mora biti takvo da je ispunjena teorema o odabiranju. Ukoliko nije drugačije naglašeno, uzima se da je $T=1$.
Za našu funkciju važi sledeće:

$$H_a(s) = \frac{1}{s^3 - s^2 - 4s + 4} = \frac{1}{(s-1)(s-2)(s+2)} = \frac{-\frac{1}{3}}{s-1} + \frac{\frac{1}{4}}{s-2} + \frac{\frac{1}{12}}{s+2}.$$

Na osnovu ovako napisane $H_a(s)$ imamo:

$$H(z) = \frac{-\frac{1}{3}}{1 - e^1 z^{-1}} + \frac{\frac{1}{4}}{1 - e^2 z^{-1}} + \frac{\frac{1}{12}}{1 - e^{-2} z^{-1}}$$

$$= \frac{z\left[\left(3e^2 - 4e - \frac{1}{e^2}\right)z + e^3 + \frac{3}{e} - 4\right]}{12(z-e)(z-e^2)(z-e^{-2})} = \frac{z(0.9524z + 1.4324)}{(z-e)(z-e^2)(z-e^{-2})}.$$

Zadatak 2. Može li se analogni sistem sa funkcijom prenosa:

$$H_a(s) = \frac{s^2 - 3s + 3}{s^2 + 3s + 3}$$

transformisati u diskretni sistem korišćenjem metoda istog impulsnog odziva? Ako ne može, sistem transformisati bilinearnom transformacijom i nacrtati oba direktna oblika realizacije tog sistema.

Rješenje:

Da bi se analogni sistem mogao transformisati u diskretni metodom istog impulsnog odziva, njegova prenosna funkcija mora imati ograničen spektar, a nakon toga analogni impulsni odziv mora biti odabran u skladu sa Nyquist-ovim kriterijumom (teorema o odabiranju). U našem slučaju, sistem nema ograničen spektar jer za $\omega \to \infty$ => $|H_a(j\omega)| \to 1$. Ali, ne treba očajavati!
Sistem se može preslikati u diskretni domen koristeći bilinearnu transformaciju oblika:

$$s = \frac{2}{T}\frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}$$

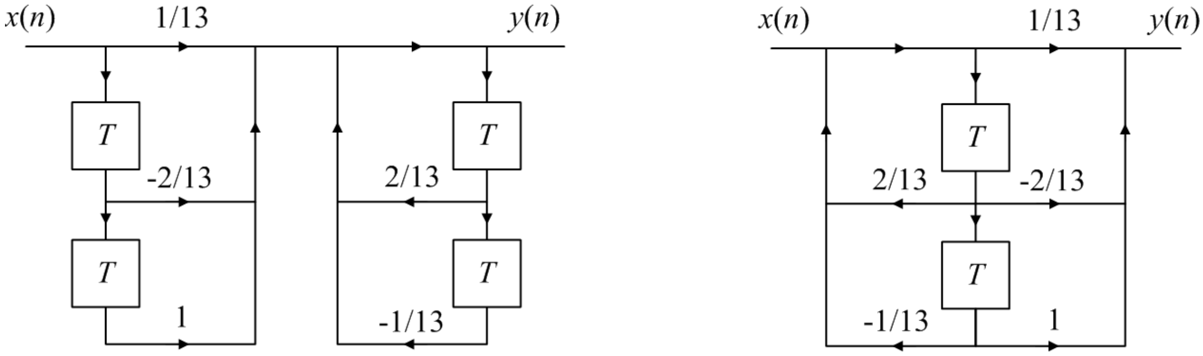
gde je T takođe korak odabiranja analognog impulsnog odziva, ali sad on ne mora da zadovoljava teoremu o odabiranju. U našem slučaju, pošto je spektar neograničen, ne postoji nenulto T koje zadovoljava teoremu o odabiranju. Ukoliko se drugačije ne naglasi, uzima se T=1. Korišćenjem date bilinearne transformacije dobijamo:

$$H(z)=\frac{4\frac{\left(1-z^{-1}\right)^2}{\left(1+z^{-1}\right)^2}-6\frac{\left(1-z^{-1}\right)}{\left(1+z^{-1}\right)}+3}{4\frac{\left(1-z^{-1}\right)^2}{\left(1+z^{-1}\right)^2}+6\frac{\left(1-z^{-1}\right)}{\left(1+z^{-1}\right)}+3}=\frac{13z^{-2}-2z^{-1}+1}{z^{-2}-2z^{-1}+13}.$$

Da bi ovaj sistem realizovali u direktnom obliku, napišimo ga u obliku:

$$H(z)=\frac{13z^{-2}-2z^{-1}+1}{z^{-2}-2z^{-1}+13}=\frac{\frac{1}{13}-\frac{2}{13}z^{-1}+z^{-2}}{1-\frac{2}{13}z^{-1}+\frac{1}{13}z^{-2}}.$$

Na donjoj slici su data oba direktna oblika realizacije ovog sistema:



Zadatak 3. Funkcija prenosa sistema sa konačnim impulsnim odzivom (**FIR** sistem) je data sa:

$$H(z)=\frac{1+2z-z^2+4z^3-z^4+2z^5+z^6}{z^6}.$$

Nacrtati direktni oblik realizacije ovog sistema.

Rješenje:

Na osnovu definicije Z-transformacije, zaključujemo da je impulsni odziv ovog sistema:

$$h(n)=\delta(n)+2\delta(n-1)-\delta(n-2)+4\delta(n-3)-\delta(n-4)+2\delta(n-5)+\delta(n-6).$$

Izlaz iz ovog sistema se može prikazati u vremenskom obliku kao:

$$y(n)=h(n)*x(n)=h(0)x(n)+h(1)x(n-1)+\cdots+h(6)x(n-6).$$

Direktni oblik realizacije ovog sistema direktno proizilazi iz ovog izraza i dat je na donjoj slici: