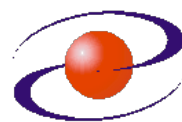




**UNIVERZITET CRNE GORE
ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET**



STUDIJSKI PROGRAM: *ENERGETIKA I AUTOMATIKA*

PREDMET: *SIGNALI I SISTEMI*

FOND ČASOVA: *2+1+1*

LABORATORIJSKA VJEŽBA BROJ 5

NAZIV: *SIMBOLIČKO I NUMERIČKO RAČUNANJE FT I LT*

CILJEVI VJEŽBE:

- Simboličko izračunavanje Fourier-ove transformacije,
- Simboličko izračunavanje Laplace-ove transformacije.
- Numeričko računanje Fourier-ove transformacije.

POTREBAN PRIBOR:

IME I PREZIME: _____.

BROJ INDEKSA: _____.

BROJ POENA:

OVJERAVA:

DATUM:

1. APARATURA

Na raspolaganju su sljedeći uređaji i oprema:

- PC

Za izvođenje laboratorijske vježbe potreban je softverski paket OCTAVE. U vježbi je pretpostavljeno da su studenti osposobljeni za korišćenje pomenutog softvera. Potrebno je predznanje sa prethodnih vježbi.

VAŽNO

Za rad na računarima u sali, potrebno je otvoriti cmd i odraditi sljedeće naredbe

```
curl https://bootstrap.pypa.io/get-pip.py -o get-pip.py
pip install sympy==1.4
```

Pokrenuti Octave i otkucati

```
pkg install -forge symbolic
pkg load symbolic
```

2. TEORIJSKA OSNOVA LABORATORIJSKE VJEŽBE

Simbolika u MATLAB-u

Programski paket MATLAB posjeduje ugrađeni toolbox za rad sa simboličkim vrijednostima. Da bi promjenljivu deklarirali kao simboličku, koristimo ključnu riječ *sym*. Njena sintaksa je

```
sym naziv_promjenljive
```

Istovremeno definisanje više simboličkih promjenljivih se vrši pomoću sljedeće naredbe

```
syms promjenljiva_1 promjenljiva_2 promjenljiva_3 ...
```

Kada su simboličke promjenljive deklarirane, mogu se koristiti na sličan način kao i u bilo kom drugom programu za simboličko izračunavanje. Sam toolbox posjeduje veliki broj naredbi, ali mi ćemo se fokusirati samo na par njih. Tako npr., funkcija *expand* vrši prikaz izraza preko sume njegovih članova, a funkcija *factor* faktorizaciju proslijeđenog izraza. Grafičko prikazivanje nekog simboličkog izraza može se obaviti preko funkcije *ezplot*, čiji je prototip:

```
ezplot(izraz,b).
```

U prethodnom zapisu *b* (opcionim argument) predstavlja vektor opsega vrijednosti koje svaka simbolička promjenljiva u izrazu uzima. Taj opseg je definisan svojom minimalnom i maksimalnom vrijednošću. Ako u izrazu ima više od jedne promjenljive, podopsezi se promjenljivima dodjeljuju na osnovu njihovog abecednog rasporeda. Tako npr., ako u izrazu imamo tri promjenljive *a*, *d* i *c*, prva dva elementa vektora *b* će predstavljati minimalni i maksimalnu vrijednost u opsegu, a treći i četvrti element će se odnositi na promjenljivu *c*; peti i šesti na opseg promjenljive *d*. Ilustrirajmo upotrebu naredbe *ezplot* na jednom primjeru.

Primjer 1. Nacrtati funkciju $f(x)=x^2+3x-1$ na intervalu od -3 do 5.

```
syms x
ezplot(x^2+3*x-1, [-3 5]);
```

Fourier-ova transformacija

Fourier-ova transformacija (FT) signala $f(t)$ se definiše kao

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt.$$

Riječ je o matematičkoj operaciji kojom se kontinualna vremenska funkcija predstavlja u frekvencijskom domenu. Ova funkcija spada u jedan od osnovnih i najznačajnijih alata u obradi signala i kao takva bila je predmet izučavanja koja su doprinijela nastanku različitih verzija iste. Grafički prikaz ove transformacije podrazumijeva prikaz njene amplitudne i fazne karakteristike. Pod amplitudnom karakteristikom smatramo prikaz modula FT u zavisnosti od frekvencije, a pod faznom karakteristikom prikaz faze FT.

Inverzna Fourier-ova transformacija se definiše na sljedeći način:

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega)e^{j\omega t} d\omega.$$

Fourier-ova transformacija i inverzna Fourier-ova transformacija se numerički mogu aproksimirati pomoću sume. Na primjer, Fourier-ova transformacija se može aproksimirati koristeći:

$$F(j\omega) \approx \sum_{n=N_1}^{N_2} f(nT) e^{-j\omega nT} T,$$

gdje su N_1 i N_2 indeksi koji označavaju početak i kraj signala, ili granice intervala izvan kojeg je signal zanemarljiv. T je korak odabiranja.

U MATLAB -ovom simboličkom paketu postoje ugrađene funkcije za računanje FT i inverzne FT, a to su *fourier* i *ifourier*. Za računanje 1-D FT funkciji *fourier* treba proslijediti dva argumenta, funkciju čija se FT traži i promjenljivu po kojoj će ova transformacija biti primjenjena. Slično, važi i za *ifourier*.

Primjer 2. Odrediti i nacrtati amplitudski spektar signala $f(t) = e^{-t}h(t)$.

```
syms t v
a=fourier(exp(t)*heaviside(t),v)
ezplot(abs(a))
```

Laplace-ova transformacija

Laplace-ova transformacija signala $x(t)$ je data izrazom:

$$X(s) = \mathcal{L}\{x(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-st} dt$$

gdje je $s = \sigma + j\omega$ kompleksna varijabla s -domena. Laplace-ova transformacija signala $x(t)$ se može posmatrati kao Fourier-ova transformacija signala $x(t)e^{-\sigma t}$, tj.:

$$X(\sigma + j\omega) = \mathcal{L}\{x(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} (x(t) e^{-\sigma t}) e^{-j\omega t} dt = F\{x(t) e^{-\sigma t}\}$$

Za razliku od FT, LT nije u potpunosti određena određivanjem izraza za LT, već je kao neizostavni podatak potrebno pronaći i oblast njene konvergencije. Ako se LT može zapisati u obliku:

$$X(s) = \frac{B(s)}{I(s)},$$

gdje su $B(s)$ i $I(s)$ polinomijalne funkcije, onda je oblast konvergencije $X(s)$ određen položajem polova te funkcije, tj. korjenima funkcije $I(s)$. Oblast konvergencije ne smije da sadržati polove.

Inverzna LT se definiše kao:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi j} \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-\gamma - jT}^{\gamma + jT} X(s) e^{st} ds.$$

Za određivanje LT i inverzne LT Matlab posjeduje dvije funkcije *laplace* i *ilaplace*. Sintaksa ovih naredbi je potpuno ista kao i sintaksa naredbi za FT.

Primjer 3. Odrediti i nacrtati LT signala $f(t) = e^{-t}h(t)$.

```
syms t v
a=laplace(exp(-t)*heaviside(t),v)
ezplot(a)
```

3. ZADACI LABORATORIJSKE VJEŽBE

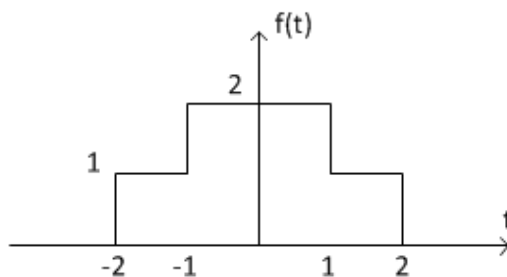
Zadatak1. Koristeći se simbolikom u MATLAB-u definisati signal:

$$f(t) = 3(h(t) - h(t - 3)),$$

na intervalu $-4 \leq t \leq 7$. Grafički prozor podijeliti na dva dijela i u jednom nacrtati vrijednost ovoga signala dobijenog preko naredbe *ezplot*. U drugom dijelu potrebno je nacrtati istu ovu funkciju dobijenu numeričkim putem.

Zadatak2. Odrediti Fourier-ovu i Laplace-ovu transformaciju signala iz prvog zadatka i prikazati ih pomoću naredbe *ezplot*. Provjeriti da li inverzna FT i LT primjenjene na transformisani signal daju signal $f(t)$.

Zadatak3. Grafički prikazati apsolutne vrijednosti FT i LT signala prikazanog na Slici 1.



Slika 1 - Signal iz trećeg zadatka.

4. ZAKLJUČAK