

Приклади за колоквиум

- ① Израхувати граничну вартість ниво заданої
отримати планом:

$$a_n = (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) \sin n + \frac{1 \cdot 4 + 2 \cdot 5 + \dots + n(n+3)}{(4n^3 - 1) \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{4^n}\right)}$$

$$b_n = \frac{\sqrt{2+n^2}}{\sqrt{4+3n^3+n^4} - n^2} + \frac{3 - \sqrt[n]{n}}{\sqrt[n]{n^6-1}} + \frac{3 - \sqrt[n]{n}}{\sqrt[n]{n^6-2}} + \dots + \frac{3 - \sqrt[n]{n}}{\sqrt[n]{n^6-2n}}$$

- ② Без використання Лопітального правила істинити
непреривності ф-ї

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\cos \sqrt{2x} - \sqrt{1+3x}}{x + \sin x}, & x > 0 \\ \frac{\ln(1+x^2)}{1+x^2}, & x \leq 0 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin \frac{x-1}{x+1}}{\ln x}, & x > 1 \\ \ln \frac{e^{2x-2} + 5}{\sqrt{17-3\sqrt{x}}}, & x \leq 1 \end{cases}$$

3. а) Користуючись Лопітальовою правилом израхувати:

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \lg^2 \sqrt{x})^{\frac{1}{2x}} \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (4x - \pi) \cdot \lg 2x \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2^x + e^x + 2}{4} \right)^{\frac{1}{3x}}$$

- б) Визначити єдиничну нормаль на криву $y = \ln^2(x-1)$
у точці $A(e^2+1, y_0)$

- в) Визначити єдиничну тангенту і нормаль на криву
 $zy^2 - x \ln y = 0$ у $A(x_0, e)$
у задану єдиничною

Теорија:

① а) Дефиниција трајне вриједности низа

б) Доказати:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n+3}{3n-5} = \frac{4}{3}$$

② а) Ролева теорема

б) Зашта је функција $f(x) = |e^x - 1|$. Да ли постоји тачка на графику f је у којој је тангента паралелна Ox -оци (образложити одговор).

Припреma за završni ispit

- ① Naći asimptote, ispitati monotonost i naći ekstremske vrijednosti funkcije:

$$y = e^{\frac{1}{x+1}} (x+3)$$

- ② a) Izračunati integral:

$$\int \frac{dx}{x + \sqrt{x^2 - 2x + 2}}$$

b) Фигура у равни је ограничена са параболом $y = 4 - x^2$, полуправном $y \geq 3x$, $y \geq 0$. Наћи површину фигуре, као и запремину абраног пијела које носи је ротацијом фигуре око Ox -осе.

- ③ Наћи екстреmske vrijednosti ф-је f ,
 $f(x, y, z) = x^3 + y^3 + z^3$ при услову $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1$

Теорија:

- ① a) Џунт-Лајбницава формула
b) Примјене одређеног интеграла
- ② Неко је дати ф-ја $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$. Показати да функција нема партијалне изводе у тачки $(0, 0)$, и да је $(0, 0)$ тачка локалног екстремума ф-је.