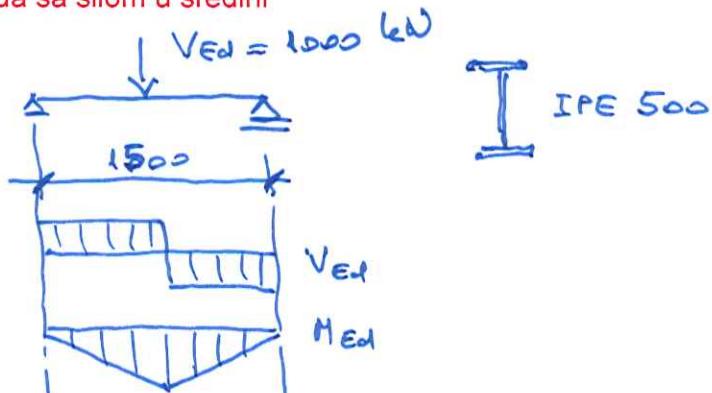


# ČELIČNE KONSTRUKCIJE I

## PREDAVANJE 08

### SAVIJANJE I SMICANJE

kratka prosta greda sa silom u sredini

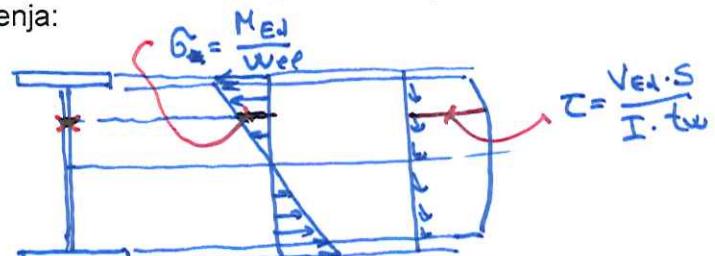


- Smicanje gotovo uvijek postoji zajedno sa savijanjem. Savijanje silama podrazumijeva istovremeno postojanje i transverzalnih sila i momenata savijanja u nosaču. Primjeri u realnim konstrukcijama su brojni.
- Pored provjere nosivosti presjeka na savijanje i smicanje pojedinačno, potrebno je provjeriti i njihovo simultano djelovanje.
- U elastičnoj teoriji možemo ovu provjeru uraditi, za bilo koji poprečni presjek, provjerom ne prekoračenja tečenja za dvoosno naponsko stanje.
- Ovaj proračun podrazumijeva da se sračunaju normalni napon ( $\sigma$ ) i smičući napon ( $\tau$ ), prema teoriji elastičnosti, u bilo kojoj tački (mjerodavnoj tački) poprečnog presjeka i nakon toga izvrši provjera, na primjer korišćenjem von Mises-ovog uslova plastičnog tečenja:

$$\sigma_{\text{von-Mises}} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq \frac{f_y}{\gamma_M}$$

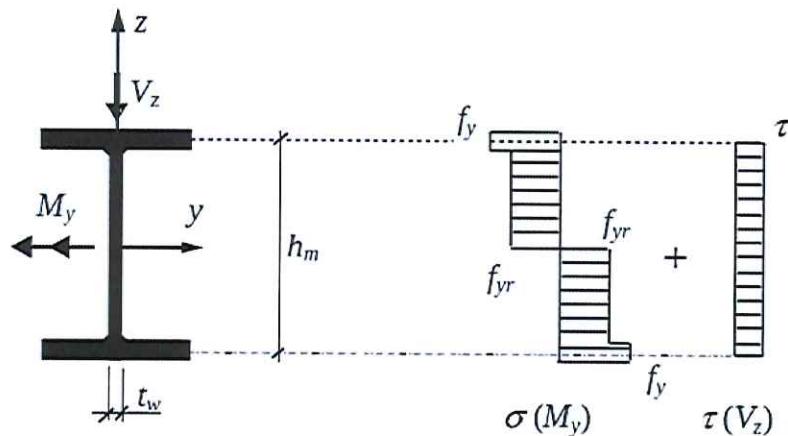
gdje je:

- $\sigma$  normalni napon u mjerodavnoj tački presjeka, a  
 $\tau$  smičući napon u istoj tački presjeka.



## ČELIČNE KONSTRUKCIJE I PREDAVANJE 08

- U plastičnoj teoriji postoji nekoliko modela za kombinovanje savijanja i smicanja. U Eurokodu se koristi model koji podrazumijeva redukovanje proračunske nosivosti momenta savijanja, tako što se redukuje napon na granici razvlačenja u zoni smicanja.



- Kada je sila smicanja manja od polovine plastične nosivosti na smicanje, njen uticaj na moment nosivosti može da se zanemari, izuzev kada izbočavanje smicanjem smanjuje nosivost presjeka (o ovome će biti riječi kada se bude obrađivalo izbočavanje, EN 1993-1-5).
- Ovo je gotovo uvijek slučaj u realnim građevinskim konstrukcijama, što podrazumijeva da se rijetko dešava da ovaj slučaj treba kontrolisati ili da je zajedničko djelovanje sile smicanja i momenta savijanja mjerodavno za izbor poprečnog presjeka (dimenzionisanje).
- Izuzetak su kratki nosači opterećeni velikim poprečnim silama (npr. prosta greda raspona 1.5 m i opterećena koncentrisanom silom od 1000 kN u sredini raspona).
- U slučaju kada treba sprovesti provjeru, tj. kada je sila smicanja veća od polovine plastične nosivosti na smicanje, provjera nosivosti se sastoji u redukovanim momentima nosivosti.
- Moment nosivosti treba da se odredi kao proračunska nosivost poprečnog presjeka, sračunata korišćenjem redukovane granice razvlačenja za površinu smicanja:

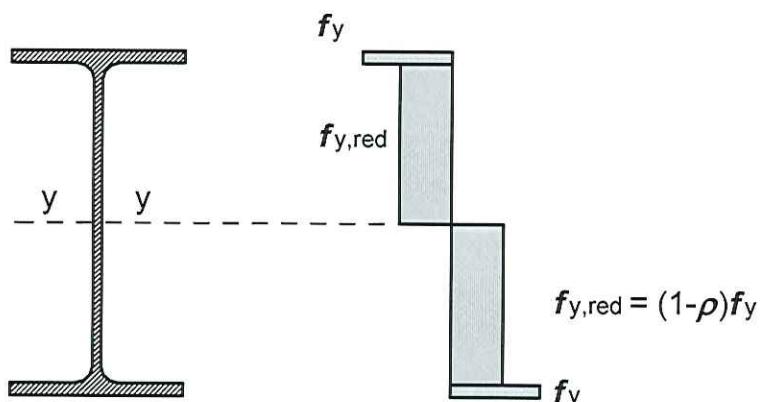
$$(1 - \rho)f_y$$

ČELIČNE KONSTRUKCIJE I  
PREDAVANJE 08

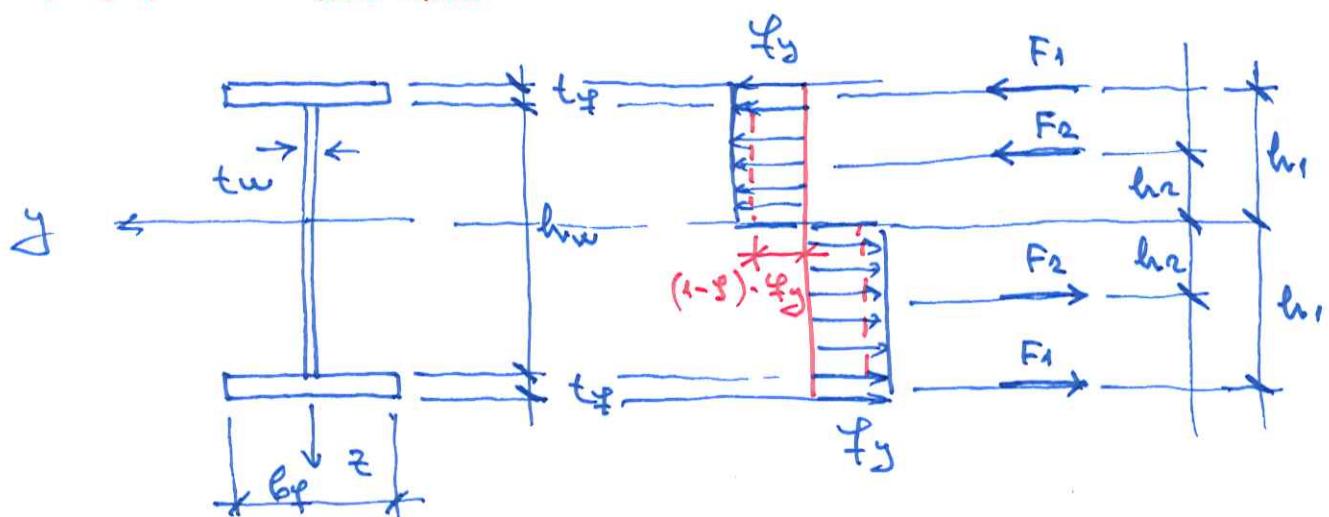
gdje je:

$$\rho = \left( \frac{2V_{\text{Ed}}}{V_{\text{pl,Rd}}} - 1 \right)^2$$

- $V_{pl,Rd}$  je proračunska plastična nosivost na smicanje (vidjeti smicanje).



primjer proračuna  $M_{y,c,Rd}$  i  $M_{y,V,Rd}$



$$\begin{aligned}
 M_{y, c, R_d} &= \frac{1}{\delta_{M_0}} (2 \cdot F_1 \cdot h_1 + 2 \cdot F_2 \cdot h_2) = \\
 &= \frac{1}{\delta_{M_0}} \left[ 2 \cdot b_g \cdot t_g \cdot f_y \cdot \left( \frac{h_w + t_w}{2} \right) + 2 \cdot \frac{h_w}{2} \cdot t_w \cdot f_y \frac{h_w}{4} \right] = \\
 &= W_{pl,y} \cdot f_y \cdot \frac{1}{\delta_{M_0}}
 \end{aligned}$$

## ČELIČNE KONSTRUKCIJE I PREDAVANJE 08

- Sljedeći eksplicitni izraz za redukovani proračunski plastični moment nosivosti  $M_{y,V,Rd}$ , koji uzima u obzir uticaj sile smicanja, je izведен iz prethodnog postupka za slučajeve i presjeka sa jednakim nožicama, u slučaju savijanja oko jače ose.

$$M_{y,V,Rd} = \frac{\left[ W_{pl,y} - \frac{\rho A_w^2}{4t_w} \right] f_y}{\gamma_{M0}} \quad \text{ali } M_{y,V,Rd} \leq M_{y,c,Rd}$$

gdje je:

$M_{y,c,Rd}$  proračunska nosivost poprečnog presjeka na savijanje oko y-y ose (vidi savijanje), a

$A_w = h_w t_w$  površina rebra.

- Na kraju, kontrola nosivosti poprečnog preseka, u ovom slučaju je:

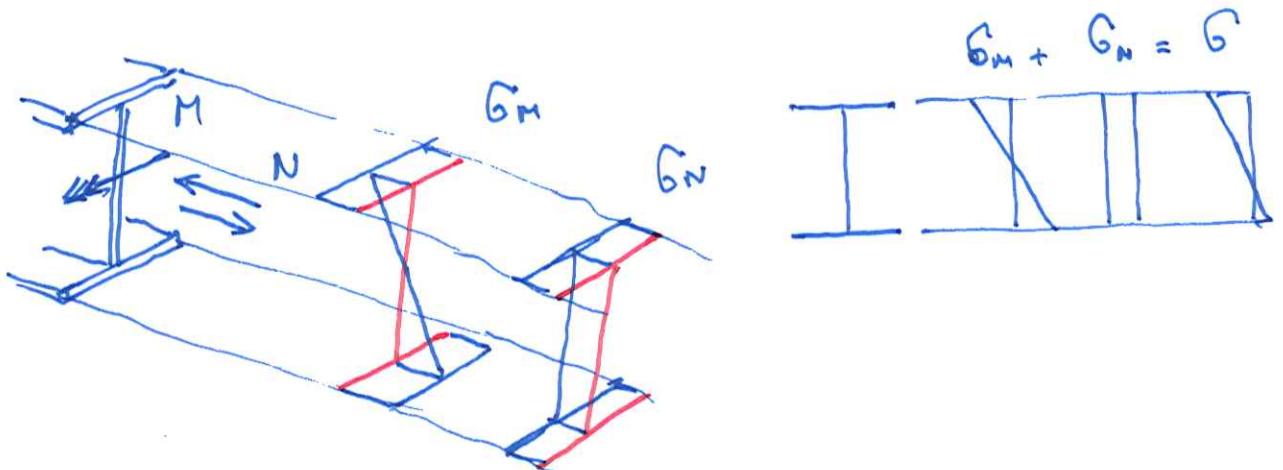
$$\frac{M_{Ed}}{M_{y,V,Rd}} \leq 1,0$$

- Ukoliko je prisutna i torzija,  $V_{pl,Rd}$  treba zamijeniti  $V_{pl,T,Rd}$  (vidjeti torziju) u izrazu za parametar redukcije  $\rho$ .

## SAVIJANJE I AKSIJALNA SILA

- I za slučaj kada u presjeku postoji kombinovano dejstvo savijanja i aksijalne sile, mora da se izvrši određena proračunska provjera.
- Savijanje može biti oko jedne ili obje ose, a aksijalna sila može biti sila zatezanja ili pritiska (bez razlike u daljem razmatranju).

crtež kombinacija normalnih napona



- U Eurokodu 3 različite metode su predviđene za klase 1 i 2 porečnog presjeka, zatim za klasu 3 i na kraju klasu 4.
- Za klasu 1 i 2, princip je da proračunski moment treba da bude manji od redukovanih proračunskih momenta nosivosti. Redukcija se vrši tako da se uzme u obzir uticaj aksijalne sile.
- Za klasu 3, najveći kombinovani normalni napon treba da bude manji od napona na granici razvlačenja.
- Za klasu 4 važi isti kriterijum kao za klasu 3, s tim da maksimalni napon treba da se sračuna s obzirom na efektivni poprečni presjek.

## ČELIČNE KONSTRUKCIJE I PREDAVANJE 08

- Kao alternativni metod, na strani sigurnosti, ali koji može poslužiti za brzu provjeru ili izbor profila prije konačne provjere presjeka, predlaže se:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rd}} + \frac{M_{z,Ed}}{M_{z,Rd}} \leq 1$$

gdje su:

$N_{Rd}$ ,  $M_{y,Rd}$  i  $M_{z,Rd}$  proračunske nosivosti poprečnog presjeka i treba da se sračunaju sa svim potrebnim redukcijama zbog smicanja.

### *Poprečni presjeci klase 1 i 2*

- Za poprečne presjeke klase 1 i 2, treba sračunati redukovani momenat nosivosti  $M_{N,Rd}$ . Redukcija se vrši da bi se uzela u obzir aksijalna sila. Tada mora da bude zadovoljen sljedeći uslov:

$$M_{Ed} \leq M_{N,Rd}$$

- $M_{N,Rd}$  je proračunski plastični moment nosivosti koji je redukovani usljed dejstva aksijalne sile  $N_{Ed}$ .
- Međutim, u sljedećim slučajevima ne treba redukovati moment nosivosti:
  - **Savijanje oko y-y ose.** Za obostrano simetrične I i H presjeke, uticaj aksijalne sile na plastični moment nosivosti oko y-y ose ne mora se uzimati u obzir kada su zadovoljena sljedeća dva uslova:

$$N_{Ed} \leq 0,25N_{pl,Rd} \text{ i}$$

$$N_{Ed} \leq \frac{0,5h_w t_w f_y}{\gamma_{M0}}$$

## ČELIČNE KONSTRUKCIJE I PREDAVANJE 08

- **Savijanje oko z-z ose.** Za obostrano simetrične I i H presjeke, uticaj aksijalne sile na plastični moment nosivosti oko z-z ose ne mora se uzimati u obzir kada je:

$$N_{Ed} \leq \frac{h_w t_w f_y}{\gamma_{M0}}$$

- Redukovanje momenta nosivosti vrši se na sljedeći način:
- Za standardne **valjane I i H presjeke i zavarene I i H presjeke**

### **Savijanje oko y-y ose**

$$M_{N,y,Rd} = M_{pl,y,Rd} (1-n) / (1-0,5a) \quad \text{ali} \quad M_{N,y,Rd} \leq M_{pl,y,Rd}$$

### **Savijanje oko z-z ose**

$$\text{za } n \leq a: \quad M_{N,z,Rd} = M_{pl,z,Rd}$$

$$\text{za } n > a: \quad M_{N,z,Rd} = M_{pl,z,Rd} \left[ 1 - \left( \frac{n-a}{1-a} \right)^2 \right]$$

gdje je:

$$n = N_{Ed} / N_{pl.Rd}$$

$$a = (A - 2bt_f) / A \text{ ali } a \leq 0,5$$

## ČELIČNE KONSTRUKCIJE I PREDAVANJE 08

- Za pravougaone šuplje presjeke i zavarene sandučaste presjeke

**Savijanje oko y-y ose**

$$M_{N,y,Rd} = M_{pl,y,Rd} (1-n) / (1 - 0,5a_w) \quad \text{ali } M_{N,y,Rd} \leq M_{pl,y,Rd}$$

**Savijanje oko z-z ose**

$$M_{N,z,Rd} = M_{pl,z,Rd} (1-n) / (1 - 0,5a_f) \quad \text{ali } M_{N,z,Rd} \leq M_{pl,z,Rd}$$

gdje je:

$a_w = (A - 2bt)/A$	ali	$a_w \leq 0,5$	za šuplje presjeke,
$a_w = (A-2bt_f)/A$	ali	$a_w \leq 0,5$	za zavarene sandučaste presjeke,
$a_f = (A-2ht)/A$	ali	$a_f \leq 0,5$	za šuplje presjeke,
$a_f = (A-2ht_w)/A$	ali	$a_f \leq 0,5$	za zavarene sandučaste presjeke.

- Za kružne šuplje presjeke

$$M_{N,y,Rd} = M_{N,z,Rd} = M_{pl,Rd} (1 - n^{1,7})$$

## ČELIČNE KONSTRUKCIJE I PREDAVANJE 08

- Za slučajeve **kosog savijanja**

$$\left[ \frac{M_{y,Ed}}{M_{N,y,Rd}} \right]^\alpha + \left[ \frac{M_{z,Ed}}{M_{N,z,Rd}} \right]^\beta \leq 1$$

- Gdje su  $\alpha$  i  $\beta$  konstante za koje se, na strani sigurnosti, može uzeti da su jednake jedinici, a u suprotnom se mogu odrediti na sljedeći način:

**I i H presjeci**

$$\alpha = 2; \beta = 5n \quad \text{ali} \quad \beta \geq 1$$

**kružni šuplji presjeci**

$$\alpha = 2; \beta = 2,$$

**pravougaoni šuplji presjeci**

$$\alpha = \beta = \frac{1,66}{1 - 1,13n^2} \quad \text{ali} \quad \alpha = \beta \leq 6$$

- Gdje je  $n$  ranije definisano.

## SAVIJANJE, SMICANJE I AKSIJALNA SILA

- I u ovom slučaju, u elastičnoj teoriji, provjeru možemo uraditi za bilo koji poprečni presjek, provjerom ne prekoračenja tečenja za dvoosno naponsko stanje.
- Ovaj proračun podrazumijeva da se sračunaju normalni napon ( $\sigma$ ), uslijed momenta savijanja i aksijalne sile i smičući napon ( $\tau$ ), prema teoriji elastičnosti, u bilo kojoj tački (mjerodavnoj tački) poprečnog presjeka i nakon toga izvršit provjera, na primjer korišćenjem von Mises-ovog uslova plastičnog tečenja:

$$\sigma_{\text{von-Mises}} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq \frac{f_y}{\gamma_M}$$

- U plastičnoj analizi, i u ovom slučaju, ako je sila smicanja manja od polovine plastične nosivosti na smicanje, njen uticaj na moment nosivosti može da se zanemari. U ovim slučajevima postupa se prema pravilima redukovanja momenta nosivosti, kako je to navedeno za slučajeve savijanja i aksijalne sile.
- Kada  $V_{Ed}$  prekoračuje 50% od  $V_{pl.Rd}$ , treba uzeti u obzir uticaj i jedne i druge sile (transverzalne i aksijalne) na moment nosivosti.
- Proračunska nosivost poprečnog presjeka na kombinovano dejstvo momenta i transverzalne sile treba da se odredi redukovanjem napona na granici razvlačenja u zoni smicanja, kako je to navedeno za slučaj savijanja i smicanja. Nakon toga treba, po potrebi, preći na redukovanje momenta nosivosti, kako je to navedeno za slučajeve savijanja i aksijalne sile.