

6. Dužina trofaznog voda je $l = 360$ km. Vod je opterećen na kraju aktivnom snagom 125 MW pri faktoru snage $\cos\varphi = 1$ i složenom naponu 220 kV. Parametri voda su:

$$R_1 = 0.084 \Omega/\text{km}$$

$$C_1 = 0.0086 \mu\text{F}/\text{km}$$

$$f = 50 \text{ Hz}$$

$$L_1 = 0.00134 \text{ H}/\text{km}$$

$$G_1 = 0 \text{ 1}/\Omega\text{km}$$

a) Odrediti linijski napon, struju i snagu na početku voda.

b) Odrediti parametre egzaktnog i približnog ekvivalentnog Π kola.

RJEŠENJE:

$$\omega = 2\pi f$$

$$\underline{Z}_1 = R_1 + j\omega L_1 = 0.084 + j0.421 = 0.43 / \underline{78.72^\circ} \Omega / \text{km}$$

$$\underline{Y}_1 = G_1 + j\omega C_1 = j2.71 \cdot 10^{-6} = 2.71 \cdot 10^{-6} / \underline{90^\circ} \text{ 1}/\Omega\text{km}$$

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \underline{ch}\gamma l + \underline{Z}_c \underline{I}_2 \underline{sh}\gamma l$$

$$\underline{I}_1 = \underline{Y}_c \underline{U}_2 \underline{sh}\gamma l + \underline{I}_2 \underline{ch}\gamma l$$

$$\underline{\gamma} = \sqrt{\underline{Z}_1 \underline{Y}_1} = 1.08 \cdot 10^{-3} / \underline{84.36^\circ}$$

$$\underline{Z}_c = \sqrt{\frac{\underline{Z}_1}{\underline{Y}_1}} = 398 / \underline{-5.64^\circ} \Omega$$

Poznati su uslovi na kraju voda,

$$\underline{U}_2 = U_2 / \underline{0^\circ} \quad \underline{I}_2 = I_2 / \underline{0^\circ}$$

$$I_2 = \frac{P}{\sqrt{3}U \cos\varphi} = 0.328 / \underline{0^\circ} \text{ kA}$$

$$U_2 = \frac{220}{\sqrt{3}} / \underline{0^\circ} = 127 / \underline{0^\circ} \text{ kV}$$

kao što se vidi u pitanju su fazne vrijednosti.

Sada su napon i struja na početku voda, na osnovu poznatih uslova na kraju

$$\underline{U}_1 = (127 + j50.4) = 127 / \underline{21.67^\circ} \text{ kV}$$

$$\underline{I}_1 = (0.304 + j0.126) = 0.326 / \underline{22.5^\circ} \text{ kA}$$

$$\underline{sh}(\alpha + j\beta) = \underline{sh}\alpha \cdot \cos\beta + \underline{jch}\alpha \cdot \sin\beta$$

$$\underline{ch}(\alpha + j\beta) = \underline{ch}\alpha \cdot \cos\beta + \underline{jsh}\alpha \cdot \sin\beta$$

Linijska vrijednost napona je,

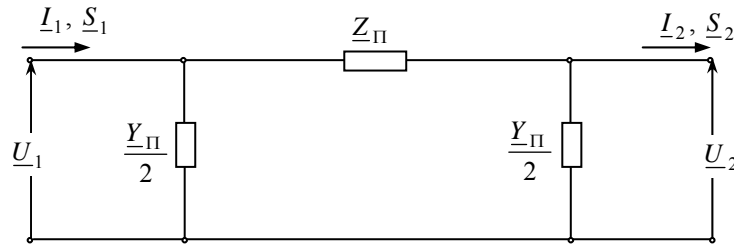
$$U_{ll} = \sqrt{3}U_1 = 237/21.67^\circ \text{ kV}$$

$$\varphi_1 = 21.67 - 22.5 \rightarrow \cos \varphi_1 = 0.9998 \approx 1 \text{ (ugao između struje i napona na početku voda)}$$

$$P_1 = \sqrt{3}U_{ll}I_1 \cos \varphi_1 = \sqrt{3} \cdot 237 \cdot 0.326 \cdot 1 = 134 \text{ MW}$$

$$Q_1 = \sqrt{3}U_{ll}I_1 \sin \varphi_1 = \sqrt{3} \cdot 237 \cdot 0.326 \cdot 0.02 = -2 \text{ MVar (ukoliko se ne zanemari malo odstupanje } \cos \varphi \text{ od 1)}$$

b) egzaktno "Π" kolo,



$$\underline{Z}_\Pi = \underline{Z}_c \text{sh } \underline{\gamma}l = (29.2 + j148) = 151/78.92^\circ$$

$$\frac{\underline{Y}_\Pi}{2} = \underline{Y}_c \text{th } \frac{\underline{\gamma}l}{2} = 0.000505/89.87^\circ \text{ 1}/\Omega$$

Ako se u određivanju hiperbolnih funkcija (koje figurišu u prethodnim izrazima), korišćenjem njihovog razvoja u redove

$$\text{sh } \underline{\gamma}l = \underline{\gamma}l + \frac{(\underline{\gamma}l)^3}{3!} + \frac{(\underline{\gamma}l)^5}{5!} + \frac{(\underline{\gamma}l)^7}{7!} + \dots = \sum_{k=0}^n \frac{(\underline{\gamma}l)^{2k+1}}{(2k+1)!}$$

$$\text{ch } \underline{\gamma}l = 1 + \frac{(\underline{\gamma}l)^2}{2!} + \frac{(\underline{\gamma}l)^4}{4!} + \frac{(\underline{\gamma}l)^6}{6!} + \dots = \sum_{k=0}^n \frac{(\underline{\gamma}l)^{2k}}{(2k)!}$$

pođe od uslova da je za sve realne vodove ispunjeno

$$\underline{Z}_1 \cdot \underline{Y}_1 \ll 1$$

onda za vodove dužine ispod 500 km greška iznosi oko 0,2% ako se iz razvoja u redove usvoje samo prva tri člana, a ona nije veća od 0,5% ako se usvoje samo prva dva člana. Pritom greška naglo opada sa opadanjem dužine voda.

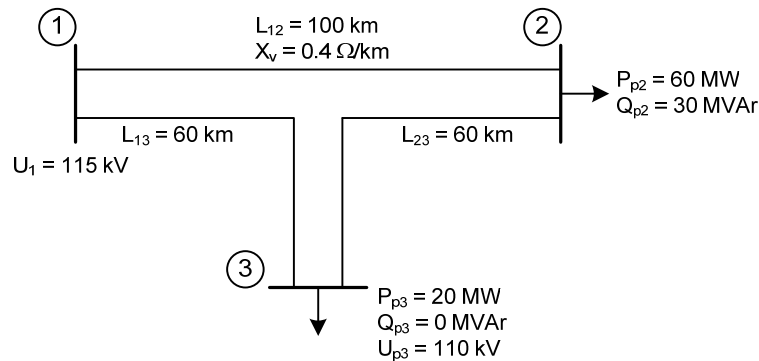
Stoga je za praktične svrhe, u izrazima za napon i struju dovoljno koristiti samo prva dva člana. Ako dužina voda nije veća od 150 km, može se zanemariti i drugi član, a da tačnost rezultata bude potpuno zadovoljavajuća.

U ovom slučaju vod se zamjenjuje približnom Π šemom sa vrijednostima koncentrisanih parametara:

$$\underline{Z}_\Pi = \underline{Z} = 1 \cdot \underline{Z}_1 = 155/78.75^\circ \Omega$$

$$\frac{\underline{Y}_\Pi}{2} = \frac{\underline{Y}}{2} = 1 \cdot \frac{\underline{Y}_1}{2} = 0.000488/90^\circ \text{ 1}/\Omega$$

7. U dijelu EES-a predstavljenom na slici, potrošač u čvoru 2. ima konstantnu snagu, a potrošač u čvoru 3 ima konstantnu impedansu. Uz pretpostavku da je napon na sabirnicama 1 konstantan, odrediti napon na sabirnicama 2. Zanimariti poprečnu komponentu napona.



RJEŠENJE:

Kako je rešeno u zadatku, potrošač treba ekvivalentirati konstantnom impedansom, pa je

$$\underline{Z}_{p3} = R_{p3} = \frac{U_{p3}^2}{P_{p3}} = 605 \Omega$$

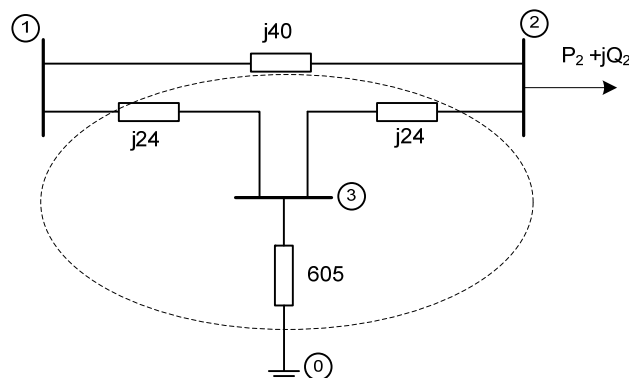
Vod se evivalentira "I" šemom, i to samo rednom reaktansom što se vidi iz zadatih podataka.

$$\underline{Z}_{12} = jX_{12} = j40 \Omega$$

$$\underline{Z}_{13} = jX_{13} = j24 \Omega$$

$$\underline{Z}_{23} = jX_{23} = j24 \Omega$$

Ako se nacrtaj zamjenska šema za dio sistema sa prethodne slike dobija se



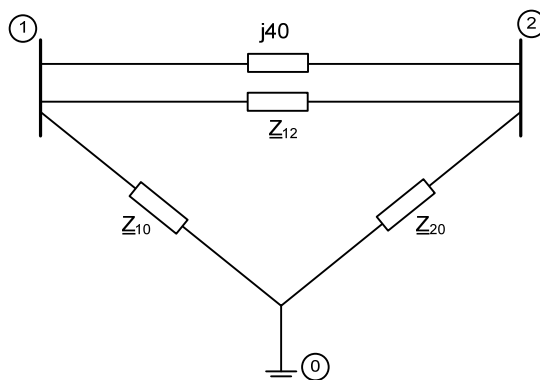
Kako bi se odredio napon na sabirnicama 2, potrebno je pojednostaviti gornju šemu, a prvi korak je transfiguracija označene zvijezde u trougao. Dobija se,

$$\underline{Z}_{10} = j24 + 605 + \frac{j24 \cdot 605}{j24} = (1210 + j24) \Omega$$

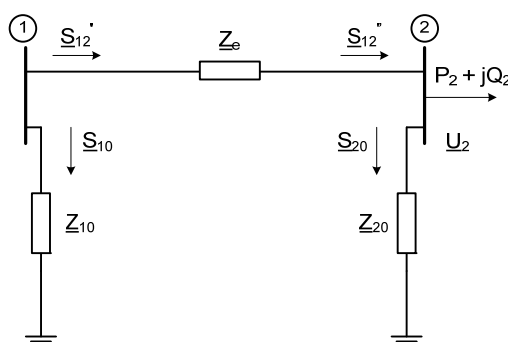
$$\underline{Z}_{20} = j24 + 605 + \frac{j24 \cdot 605}{j24} = (1210 + j24) \Omega$$

$$\underline{Z}_{12} = j24 + j24 + \frac{j24 \cdot j24}{605} = (-0.952 + j48) \Omega$$

a šema je sada,



Paralelnim vezivanjem $j40$ i Z_{12} dobija se $Z_e = (-0.197 + j21.82)\Omega$, pa je šema



U zadatku se traži napon na sabirnicama 2. Lako je uočiti sa prethodne slike da treba koristiti izraz za određivanje napona kratkog voda ("I" šeme) sa poznatim uslovima na jednom od krajeva. Međutim, u ovom slučaju, poznati su djelimično uslovi na oba kraja (napon na početku i snaga na kraju), pa je potrebno postaviti jednačinu po nepoznatom naponu U_2 .

Ako se posmatra napon U_1 kao nepoznata, a U_2 kao poznata veličina dobija se:

$$\underline{S}_{20} = \frac{U_2^2}{Z_{20}^*} = \frac{U_2^2}{R_{20} - jX_{20}} \frac{R_{20} + jX_{20}}{R_{20} + jX_{20}} = \frac{R_{20}}{Z_{20}^2} U_2^2 + j \frac{X_{20}}{Z_{20}^2} U_2^2$$

$$\underline{S}_{12}'' = \underline{S}_{p2} + \underline{S}_{20} = \left(P_{p2} + \frac{R_{20}}{Z_{20}^2} U_2^2 \right) + j \left(Q_{p2} + \frac{X_{20}}{Z_{20}^2} U_2^2 \right) = P_{12}'' + jQ_{12}''$$

Primjenivši izraz za napon na početku (U_1) na osnovu poznatih uslova na kraju (U_2 i snaga S_2) dobija se,

$$U_1 = U_2 + \frac{P_{12}'' R_e + Q_{12}'' X_e}{U_2} + j \frac{P_{12}'' X_e - Q_{12}'' R_e}{U_2}$$

Međutim, u zadatku je rečeno da se zanemaruje poprečna komponenta pada napona (u ovom slučaju kompleksni dio prethodnog izraza), pa je

$$U_1 = U_2 + \frac{\left(P_{p2} + \frac{R_{20}}{Z_{20}^2} U_2^2 \right) R_e + \left(Q_{p2} + \frac{X_{20}}{Z_{20}^2} U_2^2 \right) X_e}{U_2}$$

Zamjenivši sve poznate veličine u prethodni izraz dobija se kvadratna jednačina

$$1.0002 \cdot U_2^2 - 115U_2 + 642.778 = 0$$

$$U_{2_1} = 109 \text{ kV} \quad U_{2_2} = 5.9 \text{ kV}$$

Od dva dobijena rješenja samo jedno je prihvatljivo, a to je prvo, pa je

$$U_2 = 109.1 \text{ kV}$$

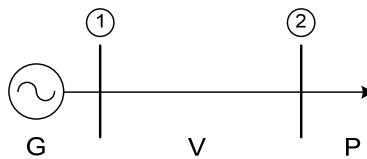
8. Posmatra se trofazni sistem koga čine izvor G, vod V i potrošač P. Snaga potrošača je 40 MW i 30 MVA_r, a napon na sabirnicama 2 je 110 kV. Parametri približne Π šeme voda su :

$$\underline{Z} = (18 + j28) \Omega$$

$$\underline{Y}/2 = jB/2 = j 3.8 \cdot 10^{-4} \text{ 1}/\Omega$$

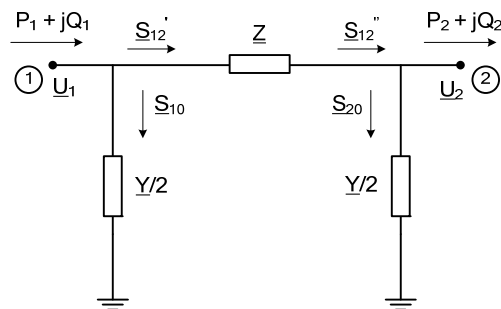
Odvodnost kroz izolaciju i usljed korone zanemariti.

Određiti tokove aktivnih i reaktivnih snaga u elementima sistema, kao i naponske prilike na početku voda.



RJEŠENJE:

Ako se formira zamjenska šema,



Kao što se vidi iz zadatka, potrošač se modeluje konstantnom snagom. Generator nije potrebno ekvivalentirati jer se zadatakom traži samo napon i snaga u čvoru 1 (početak voda).

Vod je ekvivalentiran Π šemom, čiji su parametri dati zadatakom.

Zadatkom se traži napon na početku voda, a da bi se on proračunao potrebno je prethodno odrediti snagu \underline{S}_{12}' , a ona je

$$\underline{S}_{12}'' = P_{12}'' + jQ_{12}'' = \underline{S}_2 + \underline{S}_{20}$$

$$\underline{S}_{20} = P_{20} + jQ_{20} = -jU_2^2 \frac{B}{2} = -j110^2 \frac{7.6 \cdot 10^{-4}}{2} = -4.6 \text{ MVA}_r$$

$$\underline{S}_{12}'' = (40 + j25.4) \text{ MVA}$$

Gubitak snage u rednoj impedansi je,

$$\Delta \underline{S}_z = \frac{P_{12}''^2 + Q_{12}''^2}{U_2^2} \underline{Z} = (3.34 + j5.2) \text{ MVA}$$

$$\underline{S}_{12}' = \underline{S}_{12}'' + \Delta \underline{S}_z = (43.34 + j30.6) \text{ MVA}$$

Da bi se odredilo \underline{S}_{10} potrebno je poznavati U_1 , pa je

$$\underline{U}_1 = U_2 + \frac{P_{12} R + Q_{12} X}{U_2} + j \frac{P_{12} X - Q_{12} R}{U_2} = 110 + \frac{40 \cdot 18 + 25.4 \cdot 28}{110} + j \frac{40 \cdot 28 - 25.4 \cdot 18}{110} = 123.2 / \underline{2.8^\circ} \text{ kV}$$

Sada je

$$\underline{S}_{10} = P_{20} + jQ_{20} = -jU_1^2 \frac{B}{2} = -j(123.2)^2 \frac{7.6 \cdot 10^{-4}}{2} = -5.77 \text{ MVA}r$$

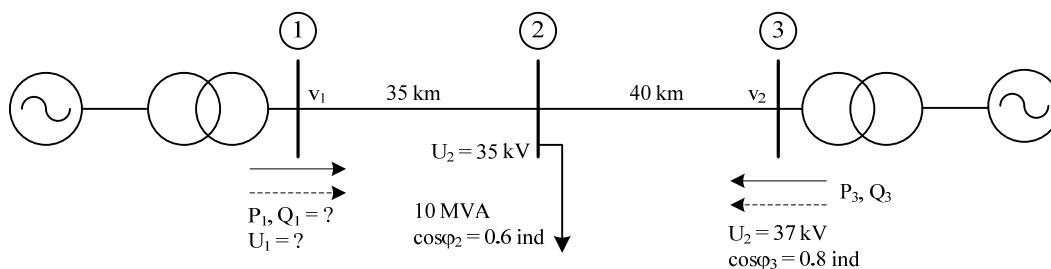
$$\underline{S}_1 = \underline{S}_{10} + \underline{S}_{12}' = (43.34 + j24.83) \text{ MVA}$$

9. Potrošač P napaja se preko dva 35 kV voda. Na početku voda V_2 (sabirnica 3) održava se napon na 37 kV, a faktor snage na $\cos\varphi_3 = 0.8$ ind. Na potrošačkim sabirnicama vlada napon $U_2 = 35$ kV, a opterećenje potrošača je 10 MVA pri $\cos\varphi_p = 0.6$ ind.

Odrediti napon, aktivnu i reaktivnu snagu na početku voda V_1 (sabirnice 1).

Vrijednosti parametara vodova su: $R_1 = 0.2 \Omega/\text{km}$ i $X_1 = 0.4 \Omega/\text{km}$.

Ostali parametri mogu se zanemariti.



RJEŠENJE:

Za rješavanje ovog zadatka nije potrebno ekvivalentirati generatore i transformatore u sistemu, što se može zaključiti i iz ne zadavanja njihovih parametara. Potrošač se ekvivalentira konstantnom snagom, a vodovi „I“ šemom,

$$R_{v1} = R_1 L_{v1} = 7 \Omega$$

$$R_{v2} = 8 \Omega$$

$$X_{v1} = X_1 L_{v1} = 14 \Omega$$

$$X_{v2} = 16 \Omega$$

Kako bi se odredio napon na početku voda v_1 , potrebno je prethodno proračunati snagu na kraju tog voda (napon je poznat na tom mjestu) čime bi se stekli uslovi za primjenu izraza za napon na početku kratkog voda sa poznatim uslovima na kraju. U tu svrhu prvo je potrebno proračunati snagu \underline{S}_3 jer bi onda proračunom tokova snaga u sistemu došli do svih potrebnih podataka za određivanje svih nepoznatih veličina traženih ovim zadatkom.

Prilikom određivanja snage \underline{S}_3 uočava se da su poznati moduli napona u čvorovima 2 i 3, kao i faktori snage. Ako se napiše izraz za nepoznati napon na kraju voda v_2

$$\underline{U}_2 = U_3 - \frac{P_3 R_{v2} + Q_3 X_{v2}}{U_3} - j \frac{P_3 X_{v2} - Q_3 R_{v2}}{U_3} \quad (\#)$$

Uočavaju se P_3 i Q_3 kao nepoznate, a i fazni stav napona U_2 nije poznat. Međutim, iz definicije zadatka je poznat faktor snage u čvoru 3, pa slijedi

$$\operatorname{tg} \varphi_3 = \frac{Q_3}{P_3} = \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \varphi}}{\cos \varphi} = 0.75 \rightarrow Q_3 = 0.75 P_3 \quad (*)$$

Kako su poznate efektivne vrijednosti napona, izraz (#) se može napisati i na sljedeći način,

$$U_2^2 = \left(U_3 - \frac{P_3 R_{v_2} + Q_3 X_{v_2}}{U_3} \right)^2 + \left(\frac{P_3 X_{v_2} - Q_3 R_{v_2}}{U_3} \right)^2$$

zamjenivši jednačinu (*) u prethodni izraz, nakon potrebnih transformacija i zamjenom poznatih veličina dobija se,

$$500 P_3^2 - 40 \cdot 37^2 \cdot P_3 + (37^4 - 35^2 \cdot 37^2) = 0$$

Kao rješenje kvadratne jednačine dobijaju se:

$$P_3 = 3.73 \text{ MW} \quad \text{i} \quad P_3 = 105.793 \text{ MW}$$

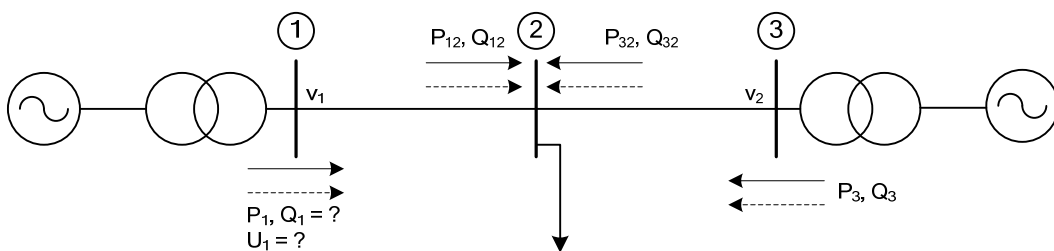
Kako je drugo rješenje preveliko za ekonomično napajanje potrošača od 10 MVA, ono se odbacuje pa se dobija da je $Q_3 = 2.8 \text{ MVA}$

Ako se snage označe prema sljedećoj slici onda je

$$\underline{S}_{32} = \underline{S}_3 - \Delta \underline{S}_{v_2}$$

$$\Delta \underline{S}_{v_2} = \frac{P_3^2 + Q_3^2}{U_3^2} (R_{v_2} + jX_{v_2}) = (0.14 + j0.28) \text{ MVA}$$

$$\underline{S}_{32} = (3.59 + j2.52) \text{ MVA}$$



Kako je snaga potrošača data

$$\underline{S}_p = 10 (\cos \varphi_p + j \sin \varphi_p) = (6 + j8) \text{ MVA}$$

Sada je snaga koja dolazi od generatora iz čvora 1

$$\underline{S}_{12} = \underline{S}_p - \underline{S}_{32} = (2.41 + j5.48) \text{ MVA}$$

Kako su poznati uslovi na kraju voda v_1 , može se odrediti napon na početku

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 + \frac{P_{12} R_{v_1} + Q_{12} X_{v_1}}{U_2} + j \frac{P_{12} X_{v_1} - Q_{12} R_{v_1}}{U_2} = 37.67 / -0.2^\circ$$

Snaga u čvoru 1 je

$$\underline{S}_1 = \underline{S}_{12} + \Delta \underline{S}_{v_1}$$

$$\Delta \underline{S}_{v_1} = \frac{P_{12}^2 + Q_{12}^2}{U_2^2} \underline{Z}_{v_1} = (0.2 + j0.41) MVA$$

$$\underline{S}_1 = (2.61 + j5.89) MVA$$

Na kraju, ostalo je da se proračunaju fazni stavovi napona u čvorovima. Ako se uzme napon čvora 3 po faznoj osi onda je fazni stav napona u čvoru 2

$$\varphi_{U_2} = \arctg \frac{-\frac{P_3 X_{v_2} - Q_3 R_{v_2}}{U_3}}{U_3 - \frac{P_3 R_{v_2} + Q_3 X_{v_2}}{U_3}} = -1.65^\circ$$

sada je fazni stav napona U_1

$$\varphi_{U_1} = -0.2 + (-1.65) = -1.86 \text{ pa je napon } \underline{U}_1 = 37.67 / -1.86^\circ .$$