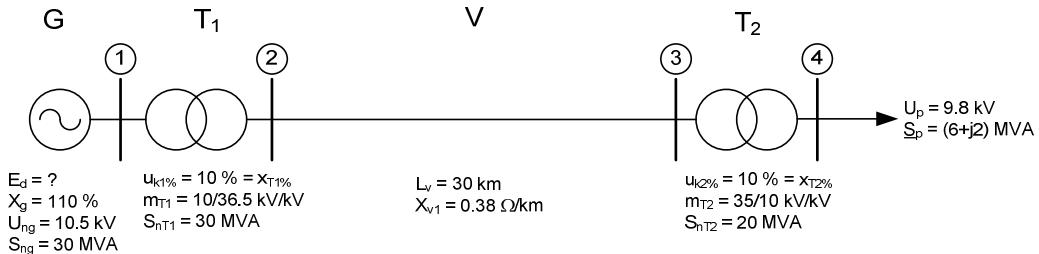
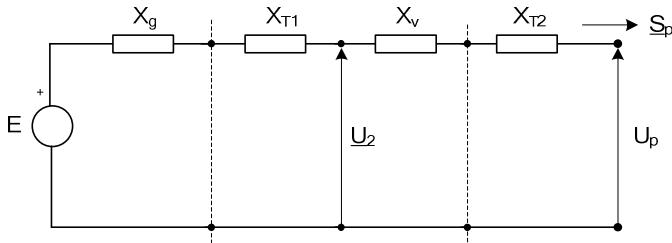


- 10.** Za dio prenosnog sistema prikazanog na slici odrediti ems. praznog hoda generatora, napon na početku voda  $\underline{U}_2$  i struju kroz vod. Proračun izvesti:
- u apsolutnim vrijednostima, svodeći sve veličine na naponski nivo potrošača
  - u jediničnim (relativnim) vrijednostima, uzimajući za baznu snagu  $S_B = 20 \text{ MVA}$  i bazni napon  $U_B = 10 \text{ kV}$ .



### RJEŠENJE:

a) Ako se nacrtava zamjenska šema datog dijela sistema,



Prije nego što se počne sa proračunom potrebno je sve veličine i parametri svesti na isti naponski nivo, u ovom slučaju na naponski nivo potrošača (traženo zadatkom).

Ako su prenosni odnosi transformatora:

$$m_1 = \frac{10}{36.5} \quad m_2 = \frac{35}{10} \quad \text{onda su parametri}$$

$$X_g = \frac{x_{g\%}}{100} \frac{U_{ng}^2}{S_{ng}} \frac{1}{m_1^2} \frac{1}{m_2^2} = \frac{110}{100} \frac{10.5^2}{30} \frac{1}{m_1^2} \frac{1}{m_2^2} = 4.3964 \Omega$$

$$X_{T1} = \frac{x_{T1\%}}{100} \frac{U_n^2}{S_{nT1}} \frac{1}{m_2^2} = \frac{10}{100} \frac{36.5^2}{30} \frac{1}{m_2^2} = 0.3625 \Omega$$

$$X_v = x_{v1} L_v \frac{1}{m_2^2} = 0.38 \cdot 30 \cdot \frac{1}{m_2^2} = 0.9306 \Omega$$

$$X_{T2} = \frac{x_{T2\%}}{100} \frac{U_n^2}{S_{nT2}} = \frac{10}{100} \frac{10^2}{20} = 0.5 \Omega$$

Kako su dati režimski parametri potrošača

$$\underline{U}_p = U_p / 0^\circ = 9.8 / 0^\circ \text{ kV} - \text{linijski napon}$$

$$\underline{S}_p = (6 + j2) \text{ MVA}$$

$$\underline{I}_p = \frac{\underline{S}_p^*}{\sqrt{3} \underline{U}_p^*} = \frac{6 - j2}{\sqrt{3} \cdot 9.8} 10^3 = (0.3535 - j0.1178) \text{ kA}$$

Sada je ems generatora

$$\underline{E}_{sv} = \underline{U}_p + j\sqrt{3}(X_g + X_{T1} + X_v + X_{T2})\underline{I}_p = (11.0629 + j3.7897) kV$$

a traženi napon na početku voda,

$$\underline{U}_{2sv} = \underline{U}_p + j\sqrt{3}(X_v + X_{T2})\underline{I}_p = (10.0919 + j0.8759) kV$$

Međutim dobijene vrijednosti su svedene na naponski nivo potrošača, pa ih je potrebno svesti nazad na odgovarajući naponski nivo.

$$\underline{E} = \underline{E}_{sv} \cdot m_2 \cdot m_1 = (10.608 + j3.634) kV$$

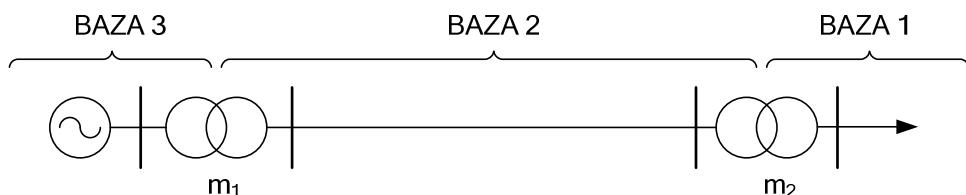
$$\underline{U}_2 = \underline{U}_{2sv} \cdot m_2 = (35.322 + j3.066) kV$$

$$\underline{I}_v = \underline{I}_p \frac{1}{m_2} = (0.101 - j0.034) kA$$

b)

Osnov metoda jediničnih vrijednosti je odabir bazne snage i baznog napona. U ovom slučaju je definisano u zadatku  $S_B = 20 \text{ MVA}$  i  $U_B = 10 \text{ kV}$ .

Međutim, treba imati u vidu da u sistemu može biti više naponskih nivoa i da svakom od njih pripada odgovarajući bazni napon. Usljed toga, na početku je potrebno uočiti koliko naponskih nivoa postoji u posmatranom sistemu i razgraničiti ih. Svaki od naponskih nivoa će time dobiti svoju baznu vrijednost za napon.



Kada su usvojeni bazna snaga i naponi, potrebno je odrediti sve ostale bazne veličine od interesa (u ovom slučaju bazne struje i impedanse).

$$U_{B1} = U_B = 10 \text{ kV}$$

$$U_{B2} = U_{B1} \cdot m_2 = 35 \text{ kV}$$

$$U_{B3} = U_{B1} \cdot m_1 \cdot m_2 = 9.589 \text{ kV}$$

$$I_{B1} = \frac{S_B}{\sqrt{3}U_{B1}} = 1.1547 \text{ kA}$$

$$I_{B2} = \frac{S_B}{\sqrt{3}U_{B2}} = 0.33 \text{ kA}$$

$$I_{B3} = \frac{S_B}{\sqrt{3}U_{B3}} = 1.204 \text{ kA}$$

$$Z_{B1} = \frac{U_{B1}^2}{S_B} = 5 \Omega$$

$$Z_{B2} = \frac{U_{B2}^2}{S_B} = 61.25 \Omega$$

$$Z_{B3} = \frac{U_{B3}^2}{S_B} = 4.597 \Omega$$

Sada je potrebno proračunati jedinične vrijednosti svih parametara posmatranog sistema,

$$x_g = \frac{X_g}{Z_{B3}} = \frac{\frac{10}{\sqrt{3}} \frac{10.5^2}{30}}{\frac{4.597}{\sqrt{3}}} = 0.8794$$

$$x_{T1} = \frac{X_{T1}}{Z_{B2}} = \frac{\frac{10}{\sqrt{3}} \frac{36.5^2}{30}}{\frac{61.25}{\sqrt{3}}} = 0.0726$$

$$x_{T2} = \frac{X_{T2}}{Z_{B1}} = \frac{\frac{10}{100} \cdot \frac{10^2}{20}}{5} = 0.1$$

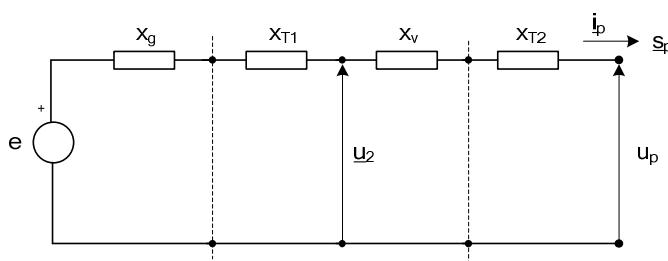
$$x_v = \frac{X_v}{Z_{B2}} = \frac{0.38 \cdot 30}{61.25} = 0.186$$

Sada je potrebno svesti režimske parametre,

$$\underline{u}_p = \frac{U_p}{U_{B1}} = \frac{9.8/0^\circ}{10} = 0.98/0^\circ$$

$$\underline{s}_p = \frac{\underline{S}_p}{S_B} = \frac{6+j2}{20} = 0.3+j0.1$$

$$\underline{i}_p = \frac{\underline{s}_p}{\underline{u}_p} = \frac{0.3061 - j0.102}{0.98} = 0.3061 - j0.102$$



$$\underline{e} = \underline{u}_p + jx_e \underline{i} = 0.98 + j1.2379(0.3061 - j0.102) = 1.1063 + j0.3788$$

$$\underline{u}_2 = \underline{u}_p + j(x_{T2} + x_v) \underline{i} = 1.0092 + j0.0875$$

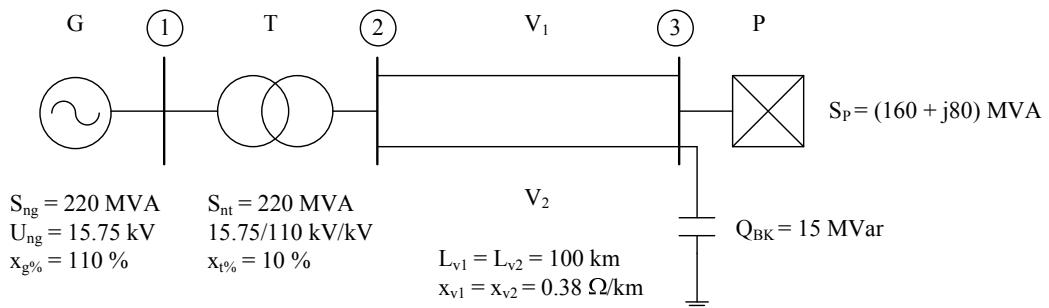
Time je izvršen proračun svih potrebnih veličina traženih zadatkom. Međutim, potrebno je sve dobijene veličine izraziti u apsolutnim veličinama.

$$\underline{I}_2 = \underline{i} \cdot \underline{I}_{B2} = (0.101 - j0.034) \text{ kA}$$

$$\underline{E} = \underline{e} \cdot \underline{U}_{B3} = (10.608 + j3.634) \text{ kA}$$

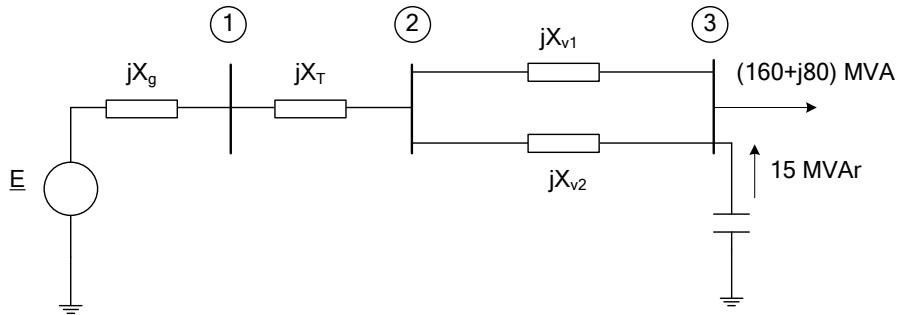
$$\underline{U}_2 = \underline{u}_2 \cdot \underline{U}_{B2} = (35.322 + j3.066) \text{ kA}$$

**11.** Za dio elektroenergetskog sistema sa slike odrediti napon i snagu u čvoru 1, ako se napon u čvoru 2 održava na 110 kV. Proračun izvesti koristeći metod jediničnih vrijednosti.



### RJEŠENJE:

Ako se formira zamjenska šema,



Proračun traženih parametara potrebno je izvesti jediničnim vrijednostima. Potrebno je na početku usvojiti baznu vrijednost za snagu i napon. Obije veličine biraju se proizvoljno ali je korisno da to budu snaga bliska proizvodnji u sistemu i napon koji odgovara naponskom nivou mreže. Ako se ovdje usvoje,

$$S_B = 220 \text{ MVA}$$

$$U_B = 15.75 \text{ kV}$$

za bazne vrijednosti onda je potrebno iz njih izvesti sve ostale potrebne bazne vrijednosti.

Uočava se da u posmatranom dijelu sistema postoje dva naponska nivoa, pa prema tome njima treba pridružiti odgovarajuće bazne napone.

$$U_{B1} = U_B = 15.75 \text{ kV}$$

$$U_{B2} = U_{B1} \frac{110}{15.75} = 110 \text{ kV}$$

$$Z_{B1} = \frac{U_{B1}^2}{S_B} = \frac{15.75^2}{220} = 1.128 \Omega$$

$$Z_{B2} = \frac{U_{B2}^2}{S_B} = \frac{110^2}{220} = 55 \Omega$$

Primjećuje se da su određene samo one bazne vrijednosti koje će se koristiti pri rješavanju zadatka.

Sada je potrebno sve parametre prevesti u jedinične vrijednosti.

$$x_g = \frac{X_g}{Z_{B1}} = \frac{110 \cdot 15.75^2}{100 \cdot 220} = 1.1$$

$$x_{T1} = \frac{X_{T1}}{Z_{B2}} = \frac{10 \cdot 110^2}{100 \cdot 220} = 0.1$$

$$x_{ve} = \frac{1}{2} \frac{0.38 \cdot 100}{55} = 0.345$$

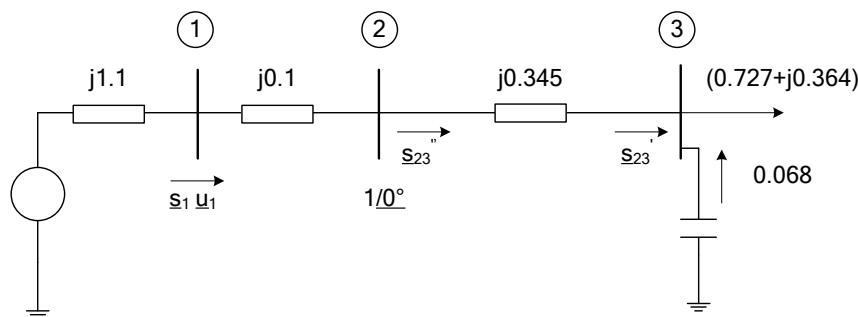
Ako se i režimski parametri prevedu u jedinične vrijednosti,

$$\underline{s}_p = \frac{\underline{S}_p}{S_B} = \frac{160 + j80}{220} = 0.727 + j0.364$$

$$\underline{u}_2 = \frac{U_2}{U_{B2}} = \frac{110}{110} = 1/0^\circ$$

$$q_{BK} = \frac{Q_{BK}}{S_B} = \frac{15}{220} = 0.068$$

Sada je šema dijela sistema,



Sa prethodne slike lako je uočiti da je snaga koja ulazi u čvor 3,

$$\underline{s}_{23} = \underline{s}_p - jq_{BK} = 0.727 + j0.296$$

Ako se postavi jednačina za određivanje nepoznatog napona u čvoru 2 na osnovu poznatih uslova u čvoru 3,

$$\begin{aligned}\underline{u}_2 &= \underline{u}_3 + \frac{p_{23}r_{23} + q_{23}x_{23}}{\underline{u}_3} + j \frac{p_{23}x_{23} - q_{23}r_{23}}{\underline{u}_3} = \underline{u}_3 + \frac{0.727 \cdot 0 + 0.296 \cdot 0.345}{\underline{u}_3} + j \frac{0.727 \cdot 0.345 - 0.296 \cdot 0}{\underline{u}_3} = \\ &= \underline{u}_3 + \frac{0.102}{\underline{u}_3} + j \frac{0.251}{\underline{u}_3}\end{aligned}$$

Kako je poznata efektivna vrijednost napona u čvoru 2, jednačina se transformiše u oblik

$$\underline{u}_2^2 = \left( \underline{u}_3 + \frac{0.102}{\underline{u}_3} \right)^2 + \left( \frac{0.251}{\underline{u}_3} \right)^2 = 1$$

$$\underline{u}_3^2 + 0.204 + \frac{0.085}{\underline{u}_3^2} = 1$$

$$\underline{u}_3^4 - 0.796\underline{u}_3^2 + 0.085 = 0$$

$$\underline{u}_3^2 = 0.669 \quad \underline{u}_3^2 = 0.127$$

$$\underline{u}_3 = \sqrt{0.669} = 0.818$$

Kako se dobijaju dva rješenja, usvaja se ono koje je prihvatljivije, a to je ona vrijednost napona koja je bliža 1.

Sada je potrebno proračunati tokove snaga,

$$\underline{s}_{23}'' = \underline{s}_{23}' + \Delta \underline{s}_{23} = 0.727 + j0.296 + j \frac{0.727^2 + 0.296^2}{0.818^2} 0.345 = 0.727 + j0.296 + j0.318 = 0.727 + j0.614$$

Sada je snaga u čvoru 1,

$$\underline{s}_1 = \underline{s}_{23}'' + \Delta \underline{s}_{12} = 0.727 + j0.614 + j \frac{0.727^2 + 0.614^2}{1^2} 0.1 = 0.727 + j0.614 + j0.091 = 0.727 + j0.705$$

A napon se dobija prema poznatom izrazu,

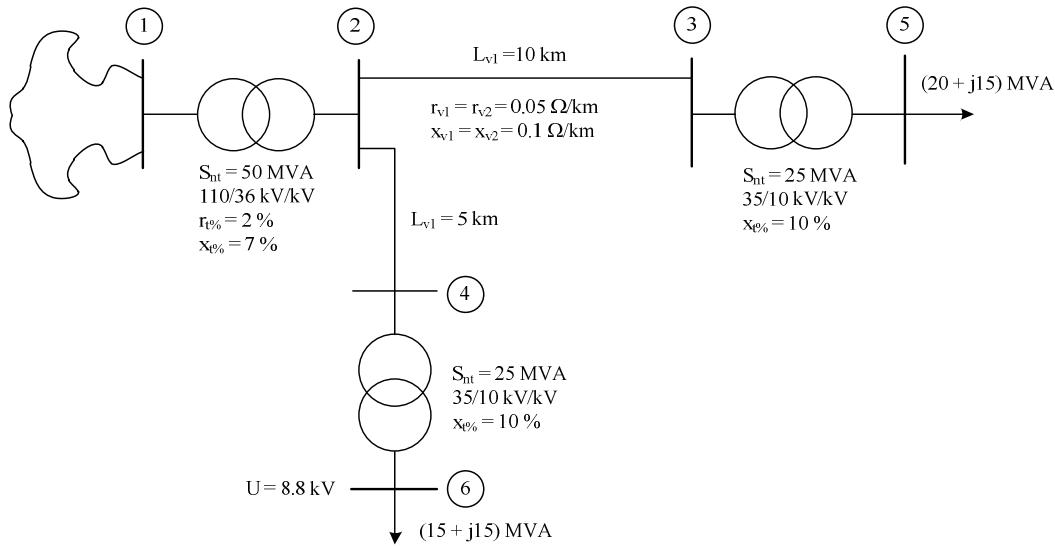
$$\begin{aligned}\underline{u}_1 &= \underline{u}_2 + \frac{p_{23}r_{12} + q_{23}x_{12}}{\underline{u}_2} + j \frac{p_{23}x_{12} - q_{23}r_{12}}{\underline{u}_2} = 1 + \frac{0.727 \cdot 0 + 0.614 \cdot 0.1}{1} + j \frac{0.727 \cdot 0.1 - 0.614 \cdot 0}{1} = \\ &= 1.061 + j0.073 = 1.063 \angle 3.88^\circ\end{aligned}$$

Na kraju, potrebno je veličine tražene zadatkom prevesti u absolutne vrijednosti,

$$\underline{S}_1 = \underline{s}_1 \cdot S_B = (0.727 + j0.705) \cdot 220 = (160 + j155.1) MVA$$

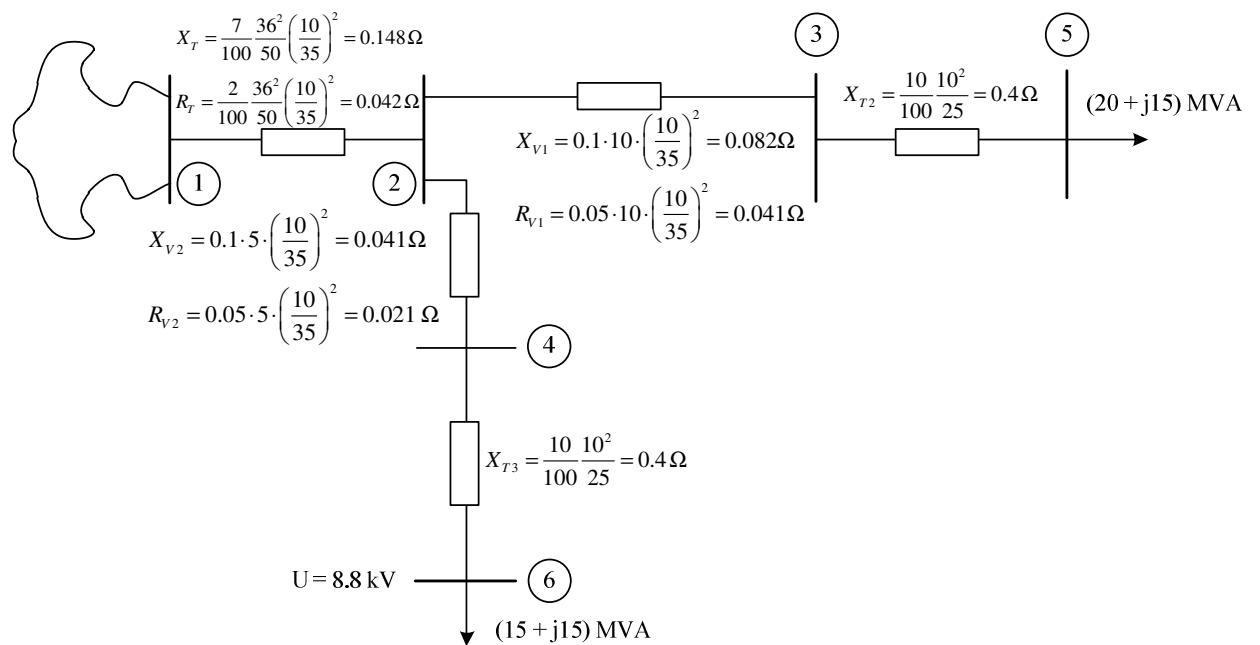
$$\underline{U}_1 = \underline{u}_1 \cdot U_B = (1.061 + j0.073) \cdot 15.75 = (16.711 + j1.15) = 16.75 \angle 3.88^\circ kV$$

**12.** Za dio elektroenergetskog sistema datog na slici, napon čvora 6 je 8.8 kV. Odrediti napon čvora 5. Odrediti u kom čvoru (5 ili 6) je bolje priključiti malu elektranu kako bi se na najbolji način popravili naponi u tim čvorovima ako se elektrana može ekvivalentirati injektiranjem snage  $(10+j10)$ MVA. Koliki su gubici snage u posmatranom dijelu sistema prije i poslije priključenja elektrane?

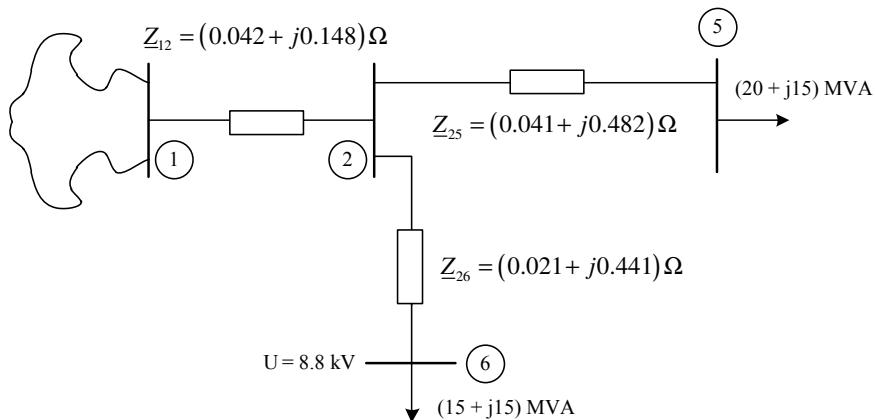


### RIJEŠENJE

S obzirom da se traže naponi na 10kV nivou, za potrebe riješavanja problema će svi parametri biti svedeni na taj naponski nivo. Tada zamjenska šema izgleda kao na slici koja slijedi.



S obzirom da se na početku traži napon čvora 5, a poznat je napon čvora 6, kao i snaga potrošača u tom čvoru, moguće je odrediti napon čvora 2 na sljedeći način. Ako se posmatrana ekvivalentna šema dodatno uprosti,



pa je napon čvora 2 prema relaciji za napone na krajevima kratkog voda:

$$\underline{U}_2 = 8.8 + \frac{15 \cdot 0.021 + 15 \cdot 0.441}{8.8} + j \frac{15 \cdot 0.441 - 15 \cdot 0.021}{8.8} = (9.588 + j0.716) \text{ kV} = 9.615 \angle 4.3^\circ \text{ kV}$$

Sada se na osnovu poznatog napona čvora 2 i snage potrošača u čvoru 5 može odrediti napon čvora 5 prema relaciji:

$$\underline{U}_2 = \underline{U}_5 + \frac{20 \cdot 0.041 + 15 \cdot 0.482}{\underline{U}_5} + j \frac{20 \cdot 0.482 - 15 \cdot 0.041}{\underline{U}_5}.$$

S obzirom da nije poznata vrijednost fazora napona čvora 2 (za faznu osu usvojenu kao  $\underline{U}_5$ ), potrebno je izjednačiti module kompleksnih brojeva sa lijeve i desna strane, i to

$$(\underline{U}_2)^2 = \left( \underline{U}_5 + \frac{20 \cdot 0.041 + 15 \cdot 0.482}{\underline{U}_5} \right)^2 + \left( \frac{20 \cdot 0.482 - 15 \cdot 0.041}{\underline{U}_5} \right)^2$$

$$92.448 = (\underline{U}_5)^2 + 2 \cdot \underline{U}_5 \frac{8.05}{\underline{U}_5} + \frac{64.802}{(\underline{U}_5)^2} + \frac{81.451}{(\underline{U}_5)^2}$$

$$0 = (\underline{U}_5)^2 - 76.348 + \frac{146.253}{(\underline{U}_5)^2} / \cdot (\underline{U}_5)^2$$

$$(\underline{U}_5)^4 - 76.348(\underline{U}_5)^2 + 146.253 = 0$$

Nakon smjene  $(\underline{U}_5)^2 = t$ , dobija se kvadratna jednačina  $t^2 - 76.348t + 146.253 = 0$  sa riješenjima  
 $t_1 = 74.382$

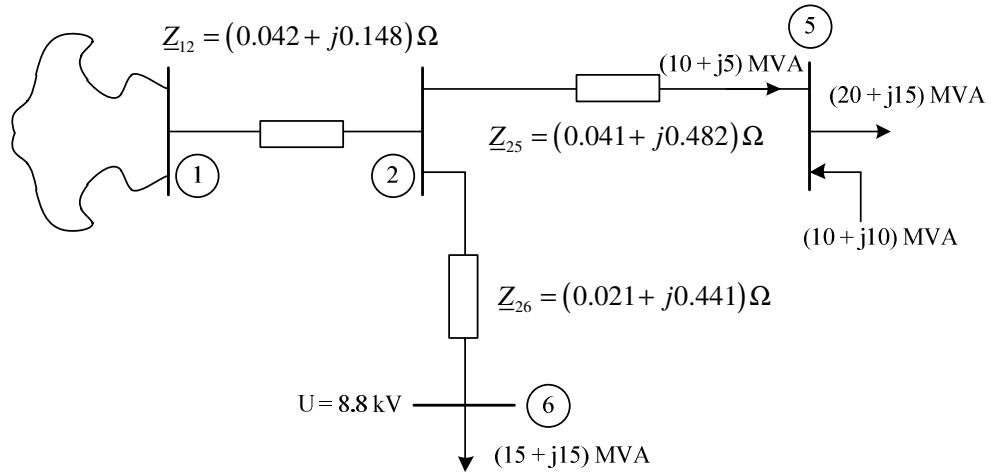
$$t_2 = 1.966$$

od kojih samo prvo ima smisla, pa je traženi napon čvor 5  $\underline{U}_5 = \sqrt{t_1} = \sqrt{74.382} = 8.624 \text{ kV}$ .

Odgovor na pitanje koji od čvorova 5 i 6 predstavlja bolje mjesto priključenja za malu elektranu, je čvor 5. A razlog je taj što trasu prenosa energije (snage) od napojne tačke (čvor 1) do čvora 5 karakteriše veća impedansa (duži je vod v1 od voda v2), što uz veću snagu potrošača u čvoru 5 (u odnosu na čvor 6) uzrokuje veće gubitke snage i veći pad napona na trasi. Nakon priključenja elektrane u tom čvoru benefiti su sljedeći: napon tog čvora je stalni i kontrolisan od strane generatora (u ovom slučaju 10kV), a i sama trasa je rasterećena prenosa pune vrijednosti snage koju zahtjeva potrošač što direktno smanjuje gubitke i poboljšava naponske prilike u ostatku mreže. Time se naponske prilike u čvoru 2 popravljaju što indirektno utiče i na naponske prilike u čvoru 5.

Pozitivan efekat bi se postigao i u slučaju priključenja elektrane u čvor 6, ali u manjoj mjeri nego u prethodno objašnjrenom slučaju.

Ako se elektrana priključi u čvor 6 tada je šema



pa je napon u čvoru 2 (pri nominalnom naponu čvora 5)

$$U_2 = 10 + \frac{10 \cdot 0.041 + 5 \cdot 0.482}{10} + j \frac{10 \cdot 0.482 - 5 \cdot 0.041}{10} = (10.282 + j0.462) \text{ kV} = 10.292 \angle 2.6^\circ \text{ kV}$$

S obzirom da se traži napon čvora 6 uz poznat napon čvora 2 i snagu potrošača u čvoru 6, slijedi

$$U_2 = U_6 + \frac{15 \cdot 0.021 + 15 \cdot 0.441}{U_5} + j \frac{15 \cdot 0.441 - 15 \cdot 0.021}{U_5}, \text{ a ako se izjednače moduli kompleksnih brojeva sa lijeve i desne strane:}$$

$$(U_2)^2 = \left( U_6 + \frac{15 \cdot 0.021 + 15 \cdot 0.441}{U_6} \right)^2 + \left( \frac{15 \cdot 0.441 - 15 \cdot 0.021}{U_6} \right)^2$$

$$105.925 = (U_6)^2 + 13.86 + \frac{48.025}{(U_6)^2} + \frac{39.69}{(U_6)^2} / (U_6)^2$$

$$(U_2)^4 - 92.065(U_2)^2 + 87.715 = 0$$

$$t^2 - 92.065t + 87.715 = 0$$

$$t_1 = 91.102$$

$$t_2 = 0.963$$

dakle, usvaja se prvo riješenje, tj. napon čvora 6 nakon priključivanja elektrane u čvoru 5 je 9.545 kV što je znatno bolje nego u prvom slučaju (8.8 kV).

Kada su gubici u sistemu u pitanju, prepoznaju se gubici u vodovima i transformatorima. Na zamjenskoj šemi razlikuju se sljedeće impedanse:  $Z_{12}$ ,  $Z_{25}$  i  $Z_{26}$  i za njih je potrebno odrediti odgovarajuće gubitke u oba slučaja.

- a) Nema priključenja elektrane

$$\Delta S_{25} = \frac{20^2 + 15^2}{8.624^2} Z_{25} = (0.345 + j4.051) \text{ MVA}$$

$$\Delta S_{26} = \frac{15^2 + 15^2}{8.8^2} Z_{26} = (0.122 + j2.563) \text{ MVA}$$

Gubitak u impedansi  $Z_{12}$  se može izračunati samo nakon određivanja snage koja se predaje iz čvora 2, a ona je jednaka zbiru snaga potrošača i prethodno određenih gubitaka.

$$\underline{S}_2 = 20 + j15 + 15 + j15 + 0.345 + j4.051 + 0.122 + j2.563 = (35.467 + j36.614) \text{ MVA},$$

pa je

$$\Delta S_{12} = \frac{35.467^2 + 36.614^2}{9.615^2} Z_{12} = (1.181 + j4.16) MVA .$$

Dakle, ukupni gubici u sistemu kada nije priključena elektrana su

$$\Delta S = \Delta S_{12} + \Delta S_{25} + \Delta S_{26} = (1.648 + j10.774) MVA$$

- b) Elektrana priključena u čvor 5.

$$\Delta S_{25} = \frac{20^2 + 15^2}{10^2} Z_{25} = (0.256 + j3.013) MVA$$

$$\Delta S_{26} = \frac{15^2 + 15^2}{9.545^2} Z_{26} = (0.104 + j2.178) MVA$$

Gubitak u impedansi  $Z_{12}$  se može izračunati samo nakon određivanja snage koja se predaje iz čvora 2, a ona je jednaka zbiru snaga potrošača i prethodno određenih gubitaka.

$S_2 = 20 + j15 + 15 + j15 + 0.256 + j3.013 + 0.104 + j2.178 = (35.36 + j35.191) MVA$ , pa je

$$\Delta S_{12} = \frac{35.36^2 + 36.191^2}{10.292^2} Z_{12} = (1.015 + j3.577) MVA .$$

Dakle, ukupni gubici u sistemu kada nije priključena elektrana su

$$\Delta S = \Delta S_{12} + \Delta S_{25} + \Delta S_{26} = (1.375 + j8.768) MVA .$$

Očekivano, gubici su niži u drugom slučaju, zato što je trasa između čvorova 2 i 5 znatno manje opterećena nakon priključivanja elektrane u čvoru 5.