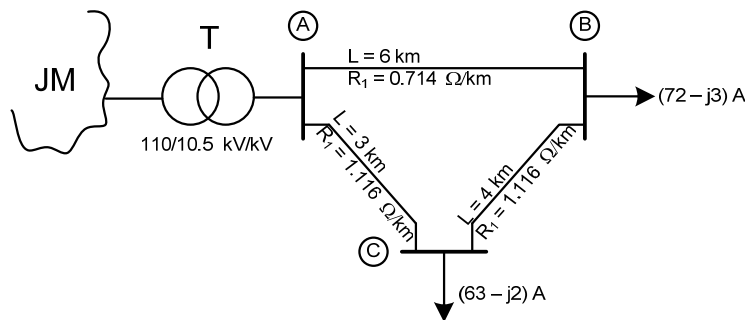
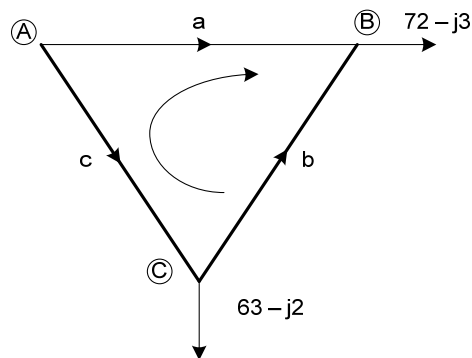


15. Na slici je data jednopolna šema 10 kV-ne kablovske mreže koja se napaja iz 110 kV-nog sistema preko transformatora T. Na sabirnicama A održava se napon od 10.5 kV. Za parametre mreže i opterećenja u čvorovima kao na slici odrediti struje i padove napona (po granama mreže) primjenom direktne metode proračuna struja i padova napona pri poznatim injektiranim strujama u čvorovima.



RJEŠENJE:

Ako se nacrtat graf,



Impedanse vodova su,

$$R_{AB} = R_{AB1} L_{AB} = 4.284 \Omega$$

$$R_{AC} = R_{AC1} L_{AC} = 3.342 \Omega$$

$$R_{BC} = R_{BC1} L_{BC} = 4.464 \Omega$$

Kirchhoff-ovi zakoni u matričnoj formi su

$$AI = J \rightarrow \text{Prvi Kirchhoff-ov zakon}$$

$$BZI = BE = V_L \rightarrow \text{Drugi Kirchhoff-ov zakon}$$

Lako je primjetiti da nije moguće pojedinačno riješiti gornje jednačine, jer su matrice A i BZ pravougaone, što ukazuje na nemogućnost inverzije tih matrica u cilju određivanja nepoznatih struja i napona. Međutim, ukoliko se gornje matrične jednačine objedine u jednu, dobija se

$$\begin{bmatrix} A \\ BZ \end{bmatrix} I = \begin{bmatrix} J \\ V_L \end{bmatrix} \rightarrow \text{DIREKTNI METOD proračuna struja pri zadatim opterećenjima u čvorovima}$$

čime je izbjegnuta problem pravougaonih matrica.

Ako se sada prvo odrede svi potrebni polazni podaci,

$$A = \begin{bmatrix} B & -1 & -1 & 1 \\ C & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$Z = \begin{bmatrix} 4.284 & 0 & 0 \\ 0 & 4.464 & 0 \\ 0 & 0 & 3.348 \end{bmatrix}$$

$$J = \begin{bmatrix} -(72 - j3) \\ -(63 - j2) \end{bmatrix}$$

sada je

$$BZ = \begin{bmatrix} 4.284 & -4.464 & -3.348 \end{bmatrix}$$

$$V_L = BE = B(U_g - ZI_g) = 0$$

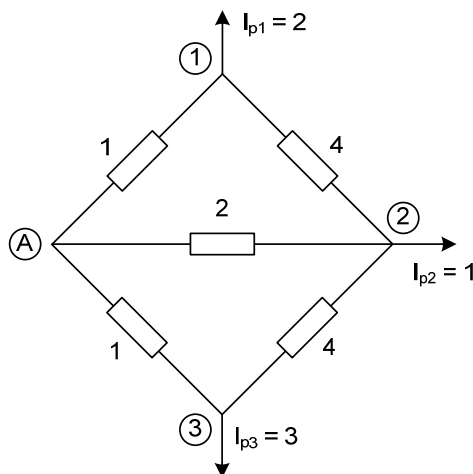
Sada je nepoznati vektor struja grana

$$I = \begin{bmatrix} A \\ BZ \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} J \\ V_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 4.284 & -4.464 & -3.348 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -72 + j3 \\ -63 + j2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 63.963 - j2.492 \\ 8.037 - j0.508 \\ 71.037 - 2.508 \end{bmatrix} [A]$$

dok su naponi grana,

$$U = Z(I + I_g) - U_g = ZI = \begin{bmatrix} 274 - j10.67 \\ 35.9 - j2.27 \\ 237.8 - j8.4 \end{bmatrix} [V].$$

16. Odrediti napone i struje grana, kao i napone čvorova za šemu dijela EES-a prikazanu na slici koristeći metod napona čvorova pri zadatim strujama injektiranja. Za balansni i referentni čvor uzeti čvor A pri čemu je $U_R = U_A = 10$. Svi parametri dati su u relativnim jedinicama.



RJEŠENJE:

Matematički model napona nezavisnih čvorova pri čemu su potrošači predstavljeni strujnim injektiranim opterećenjima ima oblik,

$$Y_B U_\Delta = J + A(I_g - Y U_g) \quad U_\Delta - n \times 1 \text{ vektor napona nezavisnih čvorova u odnosu na referentni čvor}$$

$$U_\Delta = V_B - U_r \quad U_r - n \times 1 \text{ vektor referentnog napona}$$

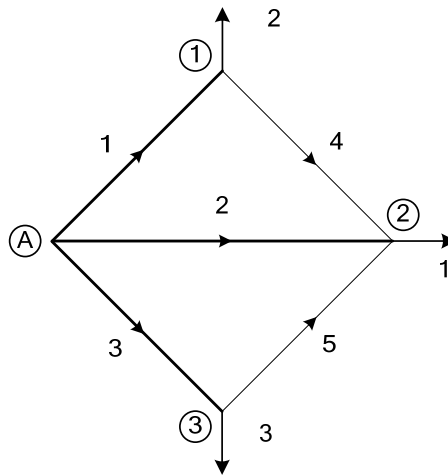
$$U = A^t U_\Delta \quad V_B - n \times 1 \text{ vektor napona nezavisnih čvorova}$$

$$U = Z(I + I_g) - U_g$$

$$I = Y(A^t U_\Delta + U_g) - I_g$$

Iz modela može se uočiti sličnost sa matematičkim modelom metoda napona nezavisnih čvorova od ranije.

Na početku potrebno je definisati graf ispitivane mreže



Definisanjem svih poznatih podataka

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad Y = Z^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.25 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 \end{bmatrix} \quad J = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$Y_B = AYA^t = \begin{bmatrix} 1.25 & -0.25 & 0 \\ -0.25 & 1 & -0.25 \\ 0 & -0.25 & 1.25 \end{bmatrix} \quad I_g = 0 \quad U_g = 0$$

Sada je vektor napona nezavisnih čvorova (u odnosu na referentni čvor)

$$U_\Delta = Y_B^{-1} J = \begin{bmatrix} -2.048 \\ -2.222 \\ -2.851 \end{bmatrix}$$

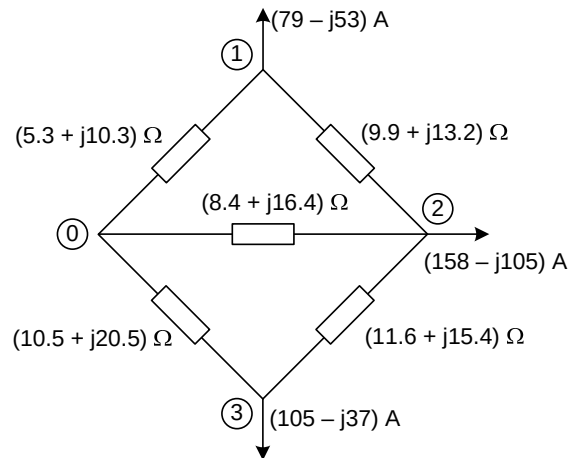
a vektor napona nezavisnih čvorova (u odnosu na zemlju kao referentni čvor)

$$V_B = U_\Delta + U_r = \begin{bmatrix} -2.048 \\ -2.222 \\ -2.851 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 10 \\ 10 \\ 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7.952 \\ 7.778 \\ 7.149 \end{bmatrix}$$

sada su naponi i struje grana

$$U = A^t U_\Delta = \begin{bmatrix} 2.048 \\ 2.222 \\ 2.851 \\ 0.174 \\ -0.829 \end{bmatrix} \quad I = YU = \begin{bmatrix} 2.048 \\ 1.111 \\ 2.851 \\ 0.0435 \\ -0.157 \end{bmatrix}.$$

17. Odrediti raspodjelu struja i napona po granama za mrežu prema šemi sa slike. Proračun izvesti metodom konturnih struja pri zadatim strujnim opterećenjima.



RJEŠENJE:

Matematički model metoda struja nezavisnih kontura

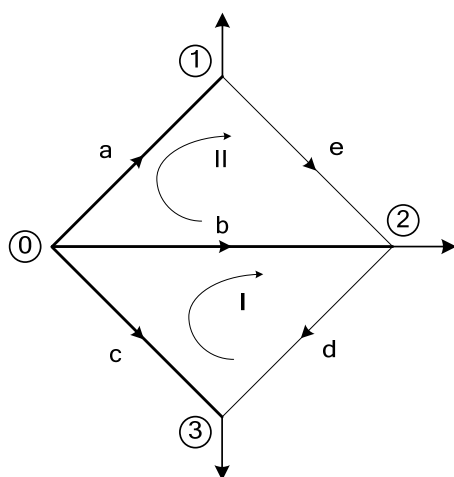
$$Z_L I_L = V_L - BZ \begin{bmatrix} A_s^{-1} \\ 0 \end{bmatrix} J$$

$$I = B^t I_L + \begin{bmatrix} A_s^{-1} \\ 0 \end{bmatrix} J$$

$$U = ZI - E = Z(I + I_g) - U_g$$

kao i u prethodnom slučaju, moguće je uočiti analogiju sa prethodno pomenutim metodom struja nezavisnih kontura (kada se potrošači modeluju impedansom).

Ako se definiše graf problema,



Sada je potrebno odrediti polazne veličine, potrebne kao ulazni podaci matematičkog modela.

Ovdje je potrebno voditi računa da prilikom definisanja matrice incidencije grana u čvorove, budu prvo numerisane (označene kao prve) grane stabla pa tek onda grane kostabla. Znači prve kolone matrice A su rezervisane za grane stabla. U ovom slučaju je to urađeno, pa je

$$A = 2 \begin{bmatrix} a & b & c & d & e \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} = [A_s \mid A_k] \quad A_s = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Ostale veličine su,

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad J = \begin{bmatrix} -(79 - j53) \\ -(158 - j105) \\ -(105 - j37) \end{bmatrix}$$

$$Z = \begin{bmatrix} 5.3 + j10.3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8.4 + j16.4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10.5 + j20.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 11.6 + j15.4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9.9 + j13.2 \end{bmatrix}$$

$$Z_L = BZB^t = \begin{bmatrix} 30.5 + j52.3 & -(8.4 + j16.4) \\ -(8.4 + j16.4) & 23.6 + j39.9 \end{bmatrix}$$

$$V_L = BE = B(U_g - ZI_g) = 0$$

Sada je vektor struja nezavisnih kontura

$$I_L = Z_L^{-1}V_L - Z_L^{-1}BZ \begin{bmatrix} A_s^{-1} \\ -\frac{1}{0} \end{bmatrix} J = \begin{bmatrix} 5.46 + j12 \\ 46.49 - j20.62 \end{bmatrix}.$$

a tražene struje grana,

$$I = B^t I_L + \begin{bmatrix} A_s^{-1} \\ -\frac{1}{s} \\ 0 \end{bmatrix} J = \begin{bmatrix} 125.49 - j73.52 \\ 116.97 - j72.48 \\ 99.54 - j49 \\ 5.46 + j120 \\ 16.49 - 20.52 \end{bmatrix} [A]$$

a naponi grana,

$$U = Z(I + I_g) - U_g = ZI = \begin{bmatrix} 1924 + j906 \\ 2162 + j1312 \\ 2050 + j1520 \\ -120 + j233 \\ 731 + j410 \end{bmatrix} [V].$$