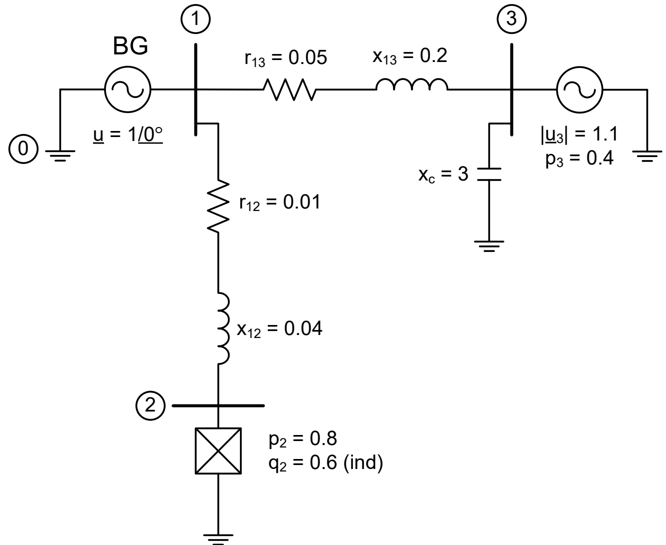
18. Na slici je prikazan jednostavan EES, sa parametrima datim u jediničnim vrijednostima. Naći prvu iteraciju napona (moduo i fazu) za čvor 2 i ugao napona za čvor 3 koristeći Gauss-Seidel-ov iteracioni metod $\mathbf{Y_B}$ koncept, i pri tome izvršiti jednu korekciju napona u prvoj iteraciji.



RJEŠENJE

$$\underline{U}_i^{(k+1)} = \frac{1}{\underline{Y}_{ii}}\left(\frac{P_i - jQ_i}{\underline{U}_i^{(k)*}} - \sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} \underline{Y}_{ij}\underline{U}_j^{(k)}\right)$$

$$Q_i^{(k)} = -\mathrm{Im}\left\{\underline{U}_i^{(k)*}\left(\sum_{j=1}^{n}\underline{Y}_{ij}\underline{U}_j^{(k)}\right)\right\}$$

$$Y_B = \begin{pmatrix} \underline{y}_{10}+\underline{y}_{12}+\underline{y}_{13} & -\underline{y}_{12} & -\underline{y}_{13} \\ -\underline{y}_{21} & \underline{y}_{20}+\underline{y}_{21}+\underline{y}_{23} & -\underline{y}_{23} \\ -\underline{y}_{31} & -\underline{y}_{32} & \underline{y}_{30}+\underline{y}_{31}+\underline{y}_{32} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (7.05 - j28.2) & (-5.88 + j23.5) & (-1.175 + j4.71) \\ (-5.88 + j23.5) & (5.88 - j23.5) & 0 \\ (-1.175 + j4.71) & 0 & (1.175 - j4.38) \end{pmatrix}$$

Početni uslovi:

$U_1^{(0)} = 1$
$\Theta_1^{(0)} = 0°$
$\underline{U}_1 = 1+j0$

$U_2^{(0)} = 1$
$\Theta_2^{(0)} = 0°$
$\underline{U}_2 = 1+j0$

$U_3^{(0)} = 1.1$

$\Theta_3^{(0)} = 0°$
$\underline{U}_3 = 1.1+j0$

čvor1

U pitanju je balansni čvor, pa nije potrebno posebno računati napon i fazni stav napona jer su poznati.

čvor 2

Ovo je potrošački čvor pa je potrebno obratiti pažnju na karakter reaktivne potrošnje (ovdje je induktivan).

$$\underline{U}_2^{(1)} = \frac{1}{\underline{Y}_{22}}\left(\frac{P_2\text{-j}Q_2}{\underline{U}_2^{(0)*}} - \underline{Y}_{21}\underline{U}_1^{(0)} - \underline{Y}_{23}\underline{U}_3^{(0)}\right) =$$
$$= \frac{1}{5.88\text{-j}23.5}\left[\frac{-(0.8-j0.6)}{1-j0} - (-5.88\text{+j}23.5)(1+j0) - 0(1.1+j0)\right] =$$
$$= 0.968 - j0.026$$

Treba primjetiti da su snage potrošača (aktivna i reaktivna) uzete sa negativnim znakom u osnovnoj jednačini, jer je tok snaga od čvora.

korekcija

$$\underline{U}_2^{(1)}{}_{korig} = \frac{1}{\underline{Y}_{22}}\left(\frac{P_2\text{-j}Q_2}{\underline{U}_2^{(1)*}} - \underline{Y}_{21}\underline{U}_1^{(0)} - \underline{Y}_{23}\underline{U}_3^{(0)}\right) =$$
$$= \frac{1}{5.88\text{-j}23.5}\left[\frac{-(0.8-j0.6)}{0.968+j0.026} - (-5.88\text{+j}23.5)(1+j0) - 0(1.1+j0)\right] =$$
$$= 0.966 - j0.026$$

čvor 3

Ovo je generatorski čvor, pa je potrebno procijeniti reaktivnu snagu prije nego što se primjeni osnovna jednačina.

$$Q_3^{(0)} = \text{-Im}\left\{\underline{U}_3^{(0)*}\left(\underline{Y}_{31}\underline{U}_1^{(0)} + \underline{Y}_{32}\underline{U}_2^{(1)}{}_{korig} + \underline{Y}_{33}\underline{U}_3^{(0)}\right)\right\} =$$
$$= -\text{Im}\left\{(1.1-j0)\left[\left(-1.175+j4.71\right)\left(1+j0\right)+\left(1.175-j4.38\right)\left(1.1+j0\right)\right]\right\} =$$
$$= 0.11$$

Sada postoje svi potrebni podaci za računanje napona,

$$\underline{U}_3^{(1)} = \frac{1}{\underline{Y}_{33}}\left(\frac{P_3\text{-}jQ_3^{(0)}}{\underline{U}_3^{(0)*}} - \underline{Y}_{31}\underline{U}_1^{(0)} - \underline{Y}_{32}\underline{U}_2^{(1)}{}_{\text{korig}}\right) =$$

$$= \frac{1}{1.175\text{-j}4.38}\left[\frac{0.4 - j0.11}{1.1 - j0} - (-1.175\text{-j}4.71)(1 + j0)\right] =$$

$$= 1.113 + j0.053 = 1.114\angle 2.7° \Rightarrow \text{Usvaja se } \underline{U}_3^{(1)} = 1.1\angle 2.7°$$

Ovdje je bitno naglasiti, da, iako je dobijena vrijednost modula napona 1.114, ona se ne usvaja, jer je napon generatorskog čvora konstantan i poznat na samom početku, a iteracije se računaju samo zbog dobijanja nepoznatog faznog stava tog napona.

korekcija

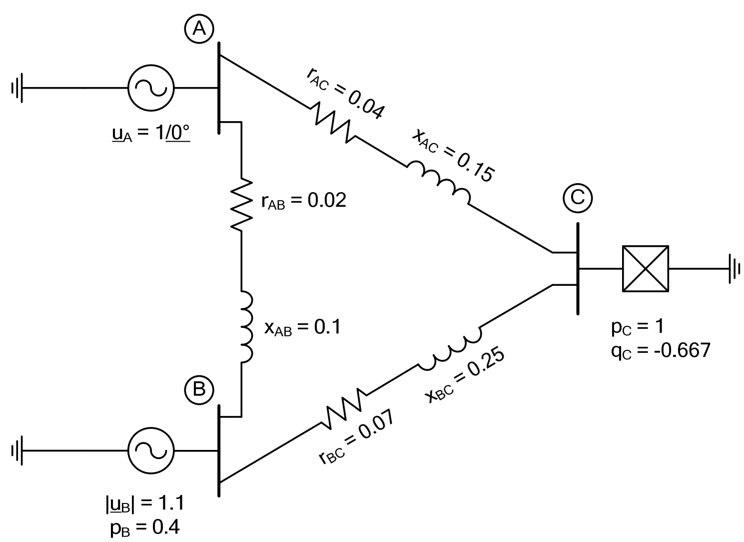
$$Q_3^{(0)}{}_{\text{korig}} = \text{-Im}\left\{\underline{U}_3^{(1)*}\left(\underline{Y}_{31}\underline{U}_1^{(0)} + \underline{Y}_{32}\underline{U}_2^{(1)}{}_{korig} + \underline{Y}_{33}\underline{U}_3^{(1)}\right)\right\} = 0.059$$

$$\underline{U}_3^{(1)}{}_{korig} = \frac{1}{\underline{Y}_{33}}\left(\frac{P_3\text{-}jQ_3^{(0)}{}_{korig}}{\underline{U}_3^{(1)*}} - \underline{Y}_{31}\underline{U}_1^{(0)} - \underline{Y}_{32}\underline{U}_2^{(1)}{}_{\text{korig}}\right) =$$

$$= \frac{1}{1.175\text{-j}4.38}\left[\frac{0.4 - j0.059}{1.1\angle -2.7°} - (-1.175\text{-j}4.71)(1 + j0)\right] =$$

$$= 1.1014\angle 2.95° \Rightarrow \text{Usvaja se } \underline{U}_3^{(1)}{}_{korig} = 1.1\angle 2.95°$$

19. Na slici je prikazan jednostavan EES, sa parametrima datim u jediničnim vrijednostima. Naći prvu iteraciju napona (moduo i fazu) za čvor C i ugao napona za čvor B koristeći Gauss-Seidel-ov iteracioni metod $\mathbf{Z_B}$ koncept.



RJEŠENJE

$$\underline{U}_i^{(k+1)} = \underline{U}_o + \sum_{j=1}^{n} \underline{Z}_{ij} \left(\frac{P_j \text{-} jQ_j}{\underline{U}_j^{(k)*}} \text{-} \underline{y}_j \underline{U}_j^{(k)} \right)$$

$$Q_i^{(k)} = \text{-Im} \left\{ \frac{\underline{U}_i^{(k)*}}{\underline{Z}_{ii}} \left[\underline{U}_i^{(k)} (1+\underline{Z}_{ii} \underline{y}_i) \text{-} \underline{U}_o \text{-} \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} \underline{Z}_{ij} \left(\frac{P_j \text{-} jQ_j}{\underline{U}_j^{(k)*}} \text{-} \underline{y}_j \underline{U}_j^{(k)} \right) \right] \right\}$$

Kao i u prethodnom zadatku, prvo se odredi $\mathbf{Y_B}$, ali u ovom slučaju se za referentni čvor uzima čvor A, pa je

$$Y_B = \begin{pmatrix} 2.96\text{-}j13.3 & \text{-}1.039\text{+}j3.71 \\ \text{-}1.039\text{+}j3.71 & 2.7\text{-}j9.9 \end{pmatrix}$$

Slijedi,

$$Z_B = Y_B^{-1} = \begin{pmatrix} 0.017\text{+}j0.08 & 0.006\text{+}j0.03 \\ 0.006\text{+}j0.03 & 0.028\text{+}j0.105 \end{pmatrix}.$$

Ovim je izvršen prelazak na „grabljastu“ ekvivalentnu mrežu. Sada je potrebno formirati početne uslove tj. nultu iteraciju. Ako se usvoje oznake za čvorove A, B i C kao 0, 1 i 2 respektivno.

Početni uslovi:
$U_o^{(0)} = 1$
$\Theta_o^{(0)} = 0°$
$\underline{U}_o = 1\text{+}j0$

$U_1^{(0)} = 1.1$
$\Theta_1^{(0)} = 0°$
$\underline{U}_1 = 1.1\text{+}j0$

$U_2^{(0)} = 1$
$\Theta_2^{(0)} = 0°$
$\underline{U}_2 = 1\text{+}j0$

Čvor 1

Pošto se radi o generatorskom čvoru, potrebno je prvo procijeniti Q:

$$Q_1^{(0)} = \text{-Im} \left\{ \frac{\underline{U}_1^{(0)*}}{\underline{Z}_{11}} \left[\underline{U}_1^{(0)} (1+\underline{Z}_{11} \underline{y}_1) \text{-} \underline{U}_o \text{-} Z_{12} \left(\frac{P_2 \text{-} jQ_2}{\underline{U}_2^{(0)*}} \text{-} \underline{y}_2 \underline{U}_2^{(0)} \right) \right] \right\} = 1.036$$

$$\underline{U}_1^{(1)} = \underline{U}_o + \underline{Z}_{11} \left(\frac{P_1 \text{-} jQ_1^{(0)}}{\underline{U}_1^{(0)*}} \text{-} \underline{y}_1 \underline{U}_1^{(0)} \right) + \underline{Z}_{12} \left(\frac{P_2 \text{-} jQ_2}{\underline{U}_2^{(0)*}} \text{-} \underline{y}_2 \underline{U}_2^{(0)} \right) =$$

$$= 1 + (0.017\text{+}j0.08) \left(\frac{0.04\text{-}j1.036}{1.1} \text{-}0 \right) + (0.006\text{+}j0.03) \left(\frac{\text{-}1\text{-}j0.667}{1} \text{-}0 \right) = 1.05\underline{/-2.13°}$$

Kako se radi o generatorskom čvoru usvaja se

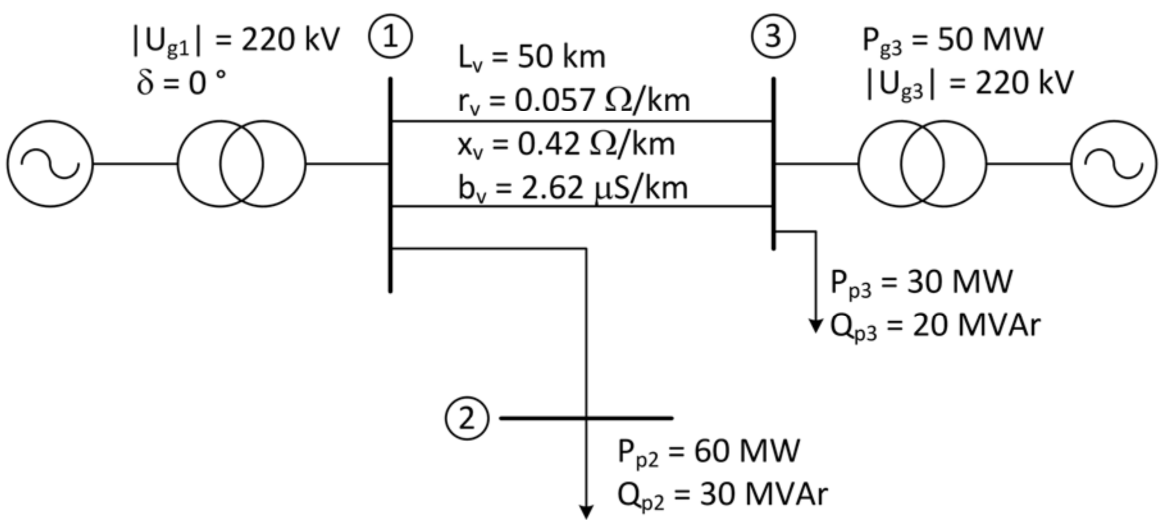
$\underline{U}_1 = 1.1\underline{/-2.13°}$.

čvor 2

$$\underline{U}_2^{(1)} = \underline{U}_o + \underline{Z}_{21}\left(\frac{P_1\text{-}jQ_1^{(0)}}{\underline{U}_1^{(1)*}} - \underline{y}_1\underline{U}_1^{(1)}\right) + \underline{Z}_{22}\left(\frac{P_2\text{-}jQ_2}{\underline{U}_2^{(0)*}} - \underline{y}_2\underline{U}_2^{(0)}\right) =$$

$$= 1 + (0.006\text{+}j0.03)\left(\frac{0.04\text{-}j1.039}{1.1\underline{/2.13}} - 0\right) + (0.028\text{+}j0.105)\left(\frac{-1\text{-}j0.667}{1} - 0\right) = 1.08\underline{/-6.89°}$$

20. Koristeći Gauss-ov metod za proračun tokova snaga proračunata je vrijednost napona potrošača nakon druge iteracije koja iznosi 216.534 $\underline{/-1.422°}$ kV, dok je fazni stav napona generatora u čvoru 3, 0°. Odrediti treću iteraciju napona u čvorovima. Kakav treba da bude uslov konvergencije da bi treća iteracija bila posljednja? Ukoliko je taj uslov zadovoljen, odrediti radnu snagu balansnog generatora. Svi vodovi na šemi sa slike su jednakih karakteristika.

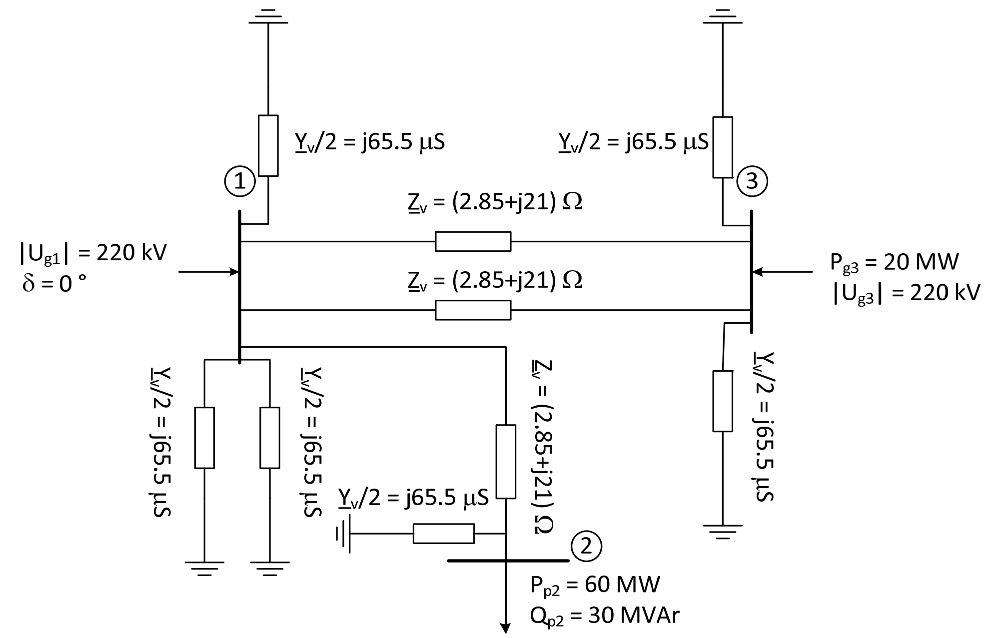


RJEŠENJE

S obzirom da se vodovi modeluju sa ∏ šemom uz parametre sa prethodne slike, zamjenska šema sistema se može formirati (slika koja slijedi).

Sada je matrica Y_b

$$Y_B = \begin{pmatrix} 3\frac{\underline{Y}_v}{2} + \frac{3}{\underline{Z}_v} & -\frac{1}{\underline{Z}_v} & -\left(\frac{1}{\underline{Z}_v} + \frac{1}{\underline{Z}_v}\right) \\ -\frac{1}{\underline{Z}_v} & \frac{\underline{Y}_v}{2} + \frac{1}{\underline{Z}_v} & 0 \\ -\left(\frac{1}{\underline{Z}_v} + \frac{1}{\underline{Z}_v}\right) & 0 & 2\frac{\underline{Y}_v}{2} + \frac{2}{\underline{Z}_v} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (19.037 - j140.077) & (-6.346 + j46.758) & (-12.691 + j93.516) \\ (-6.346 + j46.758) & (6.346 - j46.692) & 0 \\ (-12.691 + j93.516) & 0 & (12.691 - j93.385) \end{pmatrix} mS$$



S obzirom da su iz zadatka poznati rezultati iz prethodne (druge) iteracije:

$$\underline{U}_2^{(2)} = 216.534\angle -1.422 = \left(216.467 - j5.374\right) kV$$

$$\underline{U}_3^{(2)} = 220\angle 0 = 220\, kV$$

moguće je proračunati napone u trećoj iteraciji, tj. napon potrošača je

$$\underline{U}_2^{(3)} = \frac{1}{\underline{Y}_{22}}\left(\frac{P_2\text{-}jQ_2}{\underline{U}_2^{(2)*}} - \underline{Y}_{21}\underline{U}_1^{(0)} - \underline{Y}_{23}\underline{U}_3^{(2)}\right) =$$

$$= \frac{1}{(6.346 - j46.692)10^{-3}}\left[\frac{-(60 - j30)}{\left(216.467 + j5.374\right)} - (-6.346 + j46.758)(220 + j0) - 0(220 + j0)\right] =$$

$$= 216.464 - j5.378 = \boxed{216.531\angle -1.423°\, kV}.$$

Za proračunavanje napona generatorskog čvora, potrebno je prvo procijeniti reaktivnu snagu

$$Q_3^{(2)} = \text{-Im}\left\{\underline{U}_3^{(2)*}\left(\underline{Y}_{31}\underline{U}_1^{(0)} + \underline{Y}_{32}\underline{U}_2^{(2)} + \underline{Y}_{33}\underline{U}_3^{(2)}\right)\right\} =$$

$$= -\text{Im}\left\{(220 - j0)\left[(-12.691 + j93.516)10^{-3}\left(220 + j0\right) + 0\left(216.464 - j5.378\right) + (12.691 - j93.385)\left(220 + j0\right)\right]\right\} =$$

$$= -6.34$$

pa je napon generatorskog čvora

$$\underline{U}_3^{(3)} = \frac{1}{\underline{Y}_{33}}\left(\frac{P_3\text{-}jQ_3^{(2)}}{\underline{U}_3^{(2)*}} - \underline{Y}_{31}\underline{U}_1^{(0)} - \underline{Y}_{32}\underline{U}_2^{(2)}\right) =$$

$$= \frac{1}{(12.691 - j93.385)10^{-3}}\left[\frac{20 + j6.34}{\left(220 + j0\right)} - (-12.691 + j93.516)\cdot 10^{-3}(220 + j0) - 0(216.464 - j5.378)\cdot 10^{-3}\right] =$$

$$= 220.13 + j0.956 \rightarrow \underline{U}_3^{(3)} = \boxed{220\angle 0.249°\, kV}.$$

Uslov koji treba da je zadovoljen da bi treća iteracija bila i posljednja iteracija dobija se iz

$$\left|\underline{U}_2^{(3)} - \underline{U}_2^{(2)}\right| = 0.004$$

$$\left|\underline{U}_3^{(3)} - \underline{U}_3^{(2)}\right| = 0.956.$$

Zaključuje se da je potrebno usvojiti tačnost od ε=0.956 kV kako bi najveće odstupanje napona proračunatog u trećoj iteraciji bilo u granicama usvojene tačnosti.

Kako bi se odredila snaga koju balansni generator isporučuje mreži, potrebno je poznavati ulogu balansnog generatora. Naime, balansni generator održava ravnotežu između proizvodnje i potrošnje u sistemu, tj. on pokriva sve gubitke u mreži i ako je potrebno, dio potrošnje. U slučaju iz ovog zadatka gubici postoje samo u prenosu (vodovi), a usljed nedovoljne proizvodnje balansni generator će pokriti i dio potrošnje. Aktivna snaga balansnog generatora je:

$$P_{BG} = P_{p3} + P_{p2} + P_{gub} - P_{g3}$$

$$Q_2' = Q_2 - \frac{B_v}{2} U_2^2 = 30 - 3.071 = 26.929$$

$$Q_3' = Q_3 + 2\frac{B_v}{2} U_3^2 = -6.34 + 6.34 = 0$$

$$P_{gub} = \frac{P_3^2 + (Q_3')^2}{U_3^2}\frac{R_v}{2} + \frac{P_2^2 + (Q_2')^2}{U_2^2} R_v = \frac{20^2 + 0}{220^2}\frac{2.85}{2} + \frac{60^2 + 26.929^2}{216.531^2} R_v = 0.275\,\mathrm{MW}$$

$$P_{BG} = 60 + 30 + 0.275 - 50 = \boxed{40.275\,\mathrm{MW}},$$

a reaktivna

$$Q_{BG} = Q_{p3} + Q_{p2} + Q_{gub} - Q_{g3}$$

$$Q_{gub} = \frac{P_3^2 + (Q_3')^2}{U_3^2}\frac{X_v}{2} + \frac{P_2^2 + (Q_2')^2}{U_2^2} X_v - 3\frac{B_v}{2}U_1^2 - \frac{B_v}{2}U_2^2 - 2\frac{B_v}{2}U_3^2 =$$

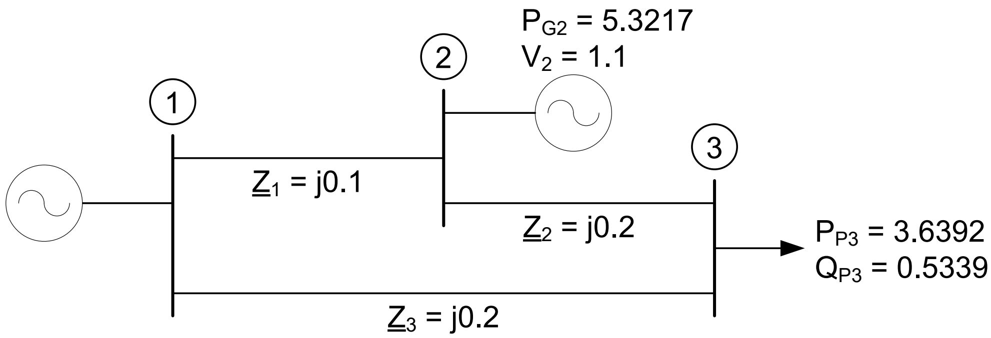
$$= 0.087 + 1.937 - 9.511 - 3.071 - 6.34 = -16.898\,\mathrm{MVAr}$$

$$Q_{g3} = Q_{p3} + Q_3 = 20 - 6.34 = 13.66\,\mathrm{MVAr}$$

$$Q_{BG} = 30 + 20 - 16.898 - 13.66 = \boxed{19.442\,\mathrm{MVAr}}.$$

21. Za mrežu prikazanu na slici, sa čvorom 1 kao balansnim čvorom i parametrima datim u relativnim jedinicama, odrediti napone i fazne stavove poslije prve iteracije koristeći **:**

(a) Newton-Raphson-ov iterativni metod sa Y_B
(b) N-R raspregnuti iterativni metod
(c) Brzi raspregnuti iterativni metod
(d) DC linearni metod



Rješenje:

(a)

Početne vrijednosti za napon i fazni stav se određuju na osnovu tipa čvora, pa je

$\underline{U}_1 = 1 + j0 = 1 \underline{/0°}$
$\underline{U}_2 = 1.1 + j0 = 1.1 \underline{/0°}$
$\underline{U}_3 = 1 + j0 = 1 \underline{/0°}$

Matrica $\mathbf{Y_B}$ je:

$$\mathbf{Y_B} = \begin{bmatrix} -j15 & j10 & j5 \\ j10 & -j15 & j5 \\ j5 & j5 & -j10 \end{bmatrix}.$$

Sada se određuju ΔP i ΔQ iz jednačina:

$\Delta P = P_i^{sp} - P_i^{(0)}$
$\Delta Q = Q_i^{sp} - Q_i^{(0)}$, gdje je i broj čvora.

P_i i Q_i se određuju iz jednačina:

$$P_i = U_i^2\ Y_{ii} \cos\varphi_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} U_i U_j Y_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j - \varphi_{ij})$$

$$Q_i = -U_i^2\ Y_{ii} \sin\varphi_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} U_i U_j Y_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j - \varphi_{ij})$$

Gdje su odgovarajući naponi i fazni stavovi iz određene iteracije koja odgovara snagama.

Model proračuna tokova snaga po Newton-Raphson metodi je sljedeći:

$$\left[\begin{array}{c} \mathbf{\Delta P} \\ \hline \mathbf{\Delta Q} \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{J_1} & \mathbf{J_2} \\ \hline \mathbf{J_3} & \mathbf{J_4} \end{array}\right] \left[\begin{array}{c} \mathbf{\Delta\theta} \\ \hline \mathbf{\Delta|V|} \end{array}\right]$$, u opštem slučaju.

Za dati problem, prethodna jednačina se formuliše kao:

$$\begin{bmatrix}\Delta P_2\\ \Delta P_3\\ \Delta Q_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{\partial P_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_2}{\partial U_3}\\ \frac{\partial P_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial U_3}\\ \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial U_3}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta \theta_2\\ \Delta \theta_3\\ \Delta U_3\end{bmatrix}.$$

Sada se može preći na proračun, prvo se odrede odgovarajuće ΔP i ΔQ prema ranije datim jednačinama i usvojenim početnim vrijednostima za fazne stavove i napone.

$\Delta P_2 = 5.3217$
$\Delta P_3 = -3.6392$
$\Delta Q_3 = - 0.0339$

Zatim se odrede elementi matrica $\mathbf{J_1}$, $\mathbf{J_2}$, $\mathbf{J_3}$ i $\mathbf{J_4}$ prema jednačinama **4.60** do **4.67** datim u predavanjima na str. 145-146.

$\frac{\partial P_2}{\partial \theta_2} = 16.5$ $\qquad \frac{\partial P_2}{\partial U_3} = 0$ $\qquad \frac{\partial Q_3}{\partial U_3} = 9.5$

$\frac{\partial P_2}{\partial \theta_3} = -5.5$ $\qquad \frac{\partial P_3}{\partial U_3} = 0$

$\frac{\partial P_3}{\partial \theta_2} = -5.5$ $\qquad \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_2} = 0$

$\frac{\partial P_3}{\partial \theta_3} = 10.5$ $\qquad \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_3} = 0$

Sada prethodna matrična jenačina ima oblik:

$$\begin{bmatrix}5.3217\\ -3.6392\\ -0.0339\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}16.5 & -5.5 & 0\\ -5.5 & 10.5 & 0\\ 0 & 0 & 9.5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta \theta_2\\ \Delta \theta_3\\ \Delta U_3\end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix}\Delta \theta_2\\ \Delta \theta_3\\ \Delta U_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.0734 & 0.0385 & 0\\ 0.0385 & 0.1154 & 0\\ 0 & 0 & 0.1053\end{bmatrix}\begin{bmatrix}5.3217\\ -3.6392\\ -0.0339\end{bmatrix}$$

$\begin{bmatrix}\Delta \theta_2^{(1)}\\ \Delta \theta_3^{(1)}\\ \Delta U_3^{(1)}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.2508\\ -0.2152\\ -0.0036\end{bmatrix}$, pa su odgovarajuće iteracije napona i faznih stavova sljedeće,

$\theta_2^{(2)} = \theta_2^{(1)} + \Delta\theta_2^{(1)} = 0.\ 2508$ $\qquad U_3^{(2)} = U_3^{(1)} + \Delta U_3^{(1)} = 0.9964.$
$\theta_3^{(2)} = \theta_3^{(1)} + \Delta\theta_3^{(1)} = -\ 0.\ 2152$
Time je završena prva iteracija proračuna tokova snaga po N-R metodu.

Sada se podaci dobijeni u ovoj iteraciji koriste za ponovno računanje ΔP i ΔQ, kao i svih elemenata matrice J, nakon čega se dobijaju rezultati nove iteracije itd. Postupak se ponavlja sve dok se ne zadovolji tražena tačnost (Na primjer, tačnost od 0.001 za ΔP i ΔQ).

Kod datog problema tačnost je zadovoljna poslije 4 iteracije, a dobijeni rezultati su:

$U_3 = 0.9$

θ_2 = 0.2618 rad
θ_3 = - 0.2618 rad

(b)

Za raspregnuti N-R metod je postupak analogan, samo je olakšan, jer su matrice J_2 i J_3 jednake 0.

(c)

Brzi raspregnuti model proračuna tokova snaga je zasnovan na raspregnutom modelu uz dodatne aproksimacije. Polazeći od raspregnutog modela:

$$\left[\frac{\mathbf{\Delta P}}{\mathbf{\Delta Q}}\right]=\left[\begin{array}{c|c}\mathbf{H} & \mathbf{0}\\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{L}\end{array}\right]\left[\frac{\mathbf{\Delta\theta}}{\mathbf{\Delta|V|/|V|}}\right]$$, gdje **H** i **L** matrice odgovaraju $\mathbf{J_1}$ i $\mathbf{J_4}$.

Elementi matrica **H** i **L** se određuju prema jednačinama (uz $G_{ij} = Y_{ij}\cos\varphi_{ij}$ i $B_{ij} = Y_{ij}\sin\varphi_{ij}$):

$$H_{ij} = \frac{\partial P_i}{\partial\theta_j} = U_i\, U_j\, Y_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j - \varphi_{ij}) = U_i\, U_j \left[G_{ij}\sin(\theta_i-\theta_j) - B_{ij}\cos(\theta_i-\theta_j)\right]$$

$$L_{ij} = \frac{\partial Q_i}{\partial U_j}U_j = U_i\, U_j\, Y_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j - \varphi_{ij}) = U_i\, U_j \left[G_{ij}\sin(\theta_i-\theta_j) - B_{ij}\cos(\theta_i-\theta_j)\right].$$

Dakle, važi $H_{ij} = L_{ij}$.

$$H_{ii} = \frac{\partial P_i}{\partial\theta_i} = -\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} U_i\, U_j\, Y_{ij}\sin(\theta_i-\theta_j-\varphi_{ij}) = -\sum_{j=1}^{n} U_i\, U_j\, Y_{ij}\sin(\theta_i-\theta_j-\varphi_{ij}) - U_i\, U_i\, Y_{ii}\sin\varphi_{ii} =$$

$$= -U_i^2 B_{ii} - Q_i$$

$$L_{ii} = \frac{\partial Q_i}{\partial U_i}U_i = -2U_i^2\, Y_{ii}\sin\varphi_{ii} + \sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} U_i\, U_j\, Y_{ij}\sin(\theta_i-\theta_j-\varphi_{ij})$$

$$= -2U_i^2\, Y_{ii}\sin\varphi_{ii} + Q_i + U_i^2\, Y_{ii}\sin\varphi_{ii} = -U_i^2 B_{ii} + Q_i\,.$$

Uz dodatne aproksimacije, ovi izrazi se pojednostavljuju,

$\cos(\theta_i - \theta_j) \approx 1$ $\quad G_{ij}\sin(\theta_i - \theta_j) << B_{ij}$ $\quad Q_i << B_{ii} U_{ii}^2$, pa je sada

$H_{ij} = L_{ij} = – U_i U_j B_{ij}$
$H_{ii} = L_{ii} = – U_i^2 B_{ij}$

Prethodna matrična jednačina se raspreže na dvije jednačine, i to

$\mathbf{\Delta P = H\, \Delta\theta = [V\, B'\, V]\, \Delta\theta}$
$\mathbf{\Delta Q = L}\ (\Delta\,|\mathbf{V}|/|\mathbf{V}|) = \mathbf{[V\, B''\, V]}\ (\Delta\,|\mathbf{V}|/|\mathbf{V}|)$

B_{ij}' i B_{ij}'' su elementi –B matrice susceptansi sistema.
Finalni oblik brzog raspregnutog modela se dobija kada se:

- ispusti iz **B'** predstavljanje onih mrežnih elemenata sa koji dominantno utiču na tokove reaktivnih snaga kao, na primjer, otočne reaktanse i transformatori sa nenominalnim prenosnim odnosom,
- ispusti iz **B''** uticaj zakretnih transformatora za promjenu faznog stava,
- podijeli svaka od jednačina (4.97) i (4.98) sa U_i, a u jednačinama postavi U_j = 1,0 u jediničnim vrijednostima i
- zanemari redna otpornost u određivanju elemenata matrice **B'** kada ona postaje matrica približnog jednosmjernog (DC) modela tokova snaga.

$$\mathbf{\Delta Q / |V| = B'' (\Delta |V| / |V|)}$$
$$\mathbf{\Delta P / |V| = B' \Delta\theta}$$

Za dati problem, postupak je sljedeći,

$$\begin{bmatrix} \dfrac{\Delta P_2}{V_2} \\ \dfrac{\Delta P_3}{V_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -B_{22} & -B_{23} \\ -B_{32} & -B_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta_2 \\ \Delta\theta_3 \end{bmatrix} \qquad \text{i} \qquad \begin{bmatrix} \dfrac{\Delta Q_3}{V_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -B_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dfrac{\Delta V_3}{V_3} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4.838 \\ -3.6392 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 & -5 \\ -5 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta_2 \\ \Delta\theta_3 \end{bmatrix}, \quad \text{odakle je} \quad \begin{bmatrix} \Delta\theta_2 \\ \Delta\theta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2414 \\ -0.2432 \end{bmatrix}.$$

$$\begin{bmatrix} -0.0339 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dfrac{\Delta V_3}{V_3} \end{bmatrix}, \text{ odakle je } \Delta V_3 = -0{,}00339$$

$\theta_2^{(2)} = 0{,}2414$
$\theta_3^{(2)} = -0{,}2432$
$U_3^{(2)} = 0{,}996$

Dalje se postupak ponavlja sve dok se ne postigne željena tačnost.

(d)

Linearni DC model proračuna tokova snaga (aktivnih) se koristi za brzo proračunavanje indeksa statičke stabilnosti.

Polazi se od matrične jednačine:
$\mathbf{P = - B' \Theta}$**,** gdje su elementi B'

$$b_{ij} = \begin{cases} -B_{ij}^{g} = 1/X_{ij}^{g} & i \neq j \\ \sum\limits_{j\in\alpha_i} B_{ij}^{g} = -\sum\limits_{j\in\alpha_i} (1/X_{ij}^{g}) & i = j \end{cases}$$

Da bi se dobilo jednoznačno rješenje za fazne stavove θ**,** potrebno je ugao jednog čvora deklarisati kao referentni (na primjer, i = 1 sa $\theta_1 = 0$), pri čemu se dobija matrična jednačina:

$\mathbf{P_r = - B'_r \, \Theta_r}$

gdje je

$\mathbf{B'_r} = \{b_{ij}\}$ - redukovana matrica susceptansi koja se dobija kada se iz matrice $\mathbf{B'}$ odstrane vrsta i kolona koje odgovaraju referentnom čvoru,

$\mathbf{P_r} = [P_2 \;\; P_2 \ldots P_n]^T$ - (n-1) redukovani vektor injektiranja u nezavisnim čvorovima mreže, sem referentnog,

$\mathbf{\Theta_r} = [\theta_2 \;\; \theta_2 \ldots \theta_n]^T$ - (n-1) dimenzioni vektor nepoznatih faznih stavova napona nezavisnih čvorova, sem referentnog.

Za dati problem se usvaja balansni čvor kao referentni, pa je

$$B' = \begin{bmatrix} -15 & 10 & 5 \\ 10 & -15 & 5 \\ 5 & 5 & -10 \end{bmatrix}, \text{a } B_r' = \begin{bmatrix} -15 & 5 \\ 5 & -10 \end{bmatrix}.$$

$P_i = P_{Gi} - P_{Pi}$

$P_2 = 5.3217 - 0 = 5.3217$

$P_3 = 0 - 3.6392 = -3.6392$

$$\begin{bmatrix} 5.3217 \\ -3.6392 \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} -15 & 5 \\ 5 & -10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix}$$, rješavanjem ove matrične jednačine dobija se

$\theta_2 = 0.2802$

$\theta_3 = - 0.2238$

Za potrebe brzog proračunavanja koeficijenata osjetljivosti, ovo je vrlo korisna metoda.
Tokovi snaga po vodovima određuju se prema jednačini

$$P_{ij} = \frac{\theta_i - \theta_j}{X_{ij}}$$, pa su tokovi snaga po vodovima

$$P_{12} = \frac{\theta_1 - \theta_2}{X_{12}} = \frac{0 - 0.2802}{0.1} = 2.802$$

$$P_{13} = \frac{\theta_1 - \theta_3}{X_{13}} = \frac{0 + 0.2238}{0.2} = 1.119$$

$$P_{23} = \frac{\theta_2 - \theta_3}{X_{23}} = \frac{0.2802 + 0.2238}{0.2} = 2.52$$