

Формирање дистрибуције фреквенција

II зједно
①

I Непитервалне серије

① На основу података о броју штабана воћа од 24 пољ. домаћинства треба формирати серију дистрибуције фрекв.

② др. штабана воћа

7 8 10 8 11 10 10 12
5 10 8 7 8 10 7 11
5 10 10 11 12 8 12 11

Уредимо податке по величини.

5 5 7 7 7 8 8 8 8 8
10 10 10 10 10 10 10 11 11 11 11 12
12 12

број штабана	број газдинстава
5	2
7	3
8	5
10	7
11	4
12	3
	Σ 24

II Интервалне серије

1) Три мерењу групе 48 онога јадука добијени су следећи резултати

5.9	4.0	6.0	6.1	4.0	5.8	5.0	5.2
4.7	4.9	6.7	6.9	7.0	5.0	5.8	5.6
6.1	6.3	6.6	4.8	4.6	4.2	5.8	6.7
4.9	5.0	4.9	5.3	5.2	4.0	5.5	6.0
7.1	4.0	5.1	5.9	6.2	6.7	5.8	7.0
6.0	6.6	6.3	6.0	6.8	6.0	6.2	5.9

Формирају интер. серију одређену са притним размаком $d=0.5$ (вештачка интервала)

Најмањи податак је 4.0, а највећи 7.1, па смо најповиши групе

$[4.0, 4.5)$, $[4.5, 5)$, ..., $[7, 7.5)$

група онога (интервали)	број јадука (фреквенција)
4.0 - 4.4	5
4.5 - 4.9	6
5 - 5.4	7
5.5 - 5.9	9
6.0 - 6.4	14
6.5 - 6.9	7
7.0 - 7.4	3

(3) Бројности неких парова на 20 испитива⁽⁹⁾
парова је

4.6 7.4 ~~0.6~~ ~~2.8~~ ~~1.5~~ ~~3.0~~ ~~0.5~~ ~~3.2~~ 3.9
~~2.5~~ ~~1.2~~ ~~1.8~~ ~~2.3~~ ~~3.3~~ 4.4 5.5 3.7 6.8
4.3 5.1

Формирајући интер. диспер. фреквенција
са другити размаком $d=1$

Најмањи податак је 0.5, а највећи
7.4.

$[0.5, 1.5)$, $[1.5, 2.5)$, $[2.5, 3.5)$, ..., $[6.5, 7.5)$

интервал	фрек.
0.5 - 1.4	3
1.5 - 2.4	3
2.5 - 3.4	5
3.5 - 4.4	4
4.5 - 5.4	2
5.5 - 6.4	1
6.5 - 7.4	2

$d=0.4$ групући размак $[4.0, 4.4) [4.4, 4.8)$ (3)

групућа група	број јабуча
4.0 - 4.30	
4.4 - 4.70	
4.8 - 5.10	
5.2 - 5.50	
5.6 - 5.90	
6.0 - 6.30	
6.4 - 6.70	
6.8 - 7.10	

→ за вјешту

(2) Број запослених радника се високом степ. стр. стреме у 30 пољ. ортањиз. једне општинне је:

~~7~~, ~~4~~, ~~5~~, ~~0~~, ~~8~~, ~~7~~, ~~3~~, ~~4~~, ~~9~~, ~~8~~, ~~7~~, ~~3~~, ~~0~~
~~8~~, ~~1~~, ~~5~~, ~~3~~, ~~4~~, ~~4~~, ~~6~~, ~~5~~, ~~7~~, ~~3~~, ~~2~~, ~~4~~, ~~1~~
~~2~~, ~~3~~, ~~8~~, ~~6~~

формирати итн. серију одреков. се групући размаком $d=2$, $[0,2) [2,4) [4,6)$

интервал	f
0 - 1	5
2 - 3	7
4 - 5	9
6 - 7	6
8 - 9	3
	Σ 30

$[6,8) [8,10)$

Аритметичка средина

(5)

Пр/ На основу података о приносу ~~о~~
~~о~~ кукуруза на 6 парцела, израчунајте
просјечан принос по парцели.

	1	2	3	4	5	6
Принос (x_i)	4.0	4.2	4.5	4.6	4.8	5.3

\bar{X} — аритметичка средина

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}, \quad N \text{ — број мјерених}$$

$$\sum_{i=1}^N x_i = x_1 + x_2 + \dots + x_N$$

$$N = 6$$

$$\sum_{i=1}^6 x_i = 4.0 + 4.2 + 4.5 + 4.6 + 4.8 + 5.3 = 27.4$$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^6 x_i}{6} = \frac{27.4}{6} = 4.56$$

Пр/ Подаци о др. трактора за 19 радних
организација дати су у следећем
Одредити просјечан број трактора
по формацији

др. израќивора (x _i)	др. општност (f _i)	f _i x _i
6	1	6
8	3	24
9	4	36
11	8	88
12	2	24
14	1	14

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum x_i \cdot f_i$$

N = 19, гомањина
n - др. разлик.

вршег. одвојува

$$\bar{X} = \frac{1}{19} (6 + 24 + 36 + 88 + 24 + 14) =$$

$$= \frac{192}{19} = 10.1$$

упрз Израчунајте аритм. средина на сите
податока из табела

аритм. вредност (x _i)	абр. вредност (f _i)	x _i f _i
3.2	2	6.4
3.4	5	12.0
3.5	6	21.0
3.9	4	15.6
4.3	3	12.9
4.7	1	4.7
Σ 21		$\Sigma x_i f_i$ 72.6

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n x_i f_i$$

⑦

$$N = \sum f_i = 21$$

$$\bar{X} = \frac{1}{21} 77.6 = 3.69$$

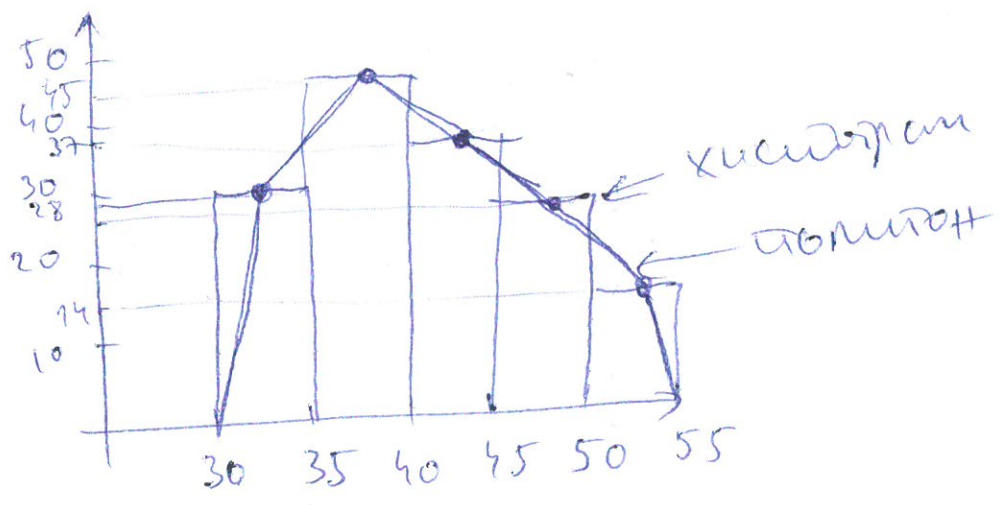
Пр4 На основу података из табеле одре-
дите аритм. средњу:

аритос кукуруза	бр. пољова орса#	средња интервала	$x_i f_i$
2.1 - 3 (2,3]	1	2.5	2.5
3.1 - 4	4	3.5	14.0
4.1 - 5	5	4.5	22.5
5.1 - 6	5	5.5	27.5
6.1 - 7	3	6.5	19.5
7.1 - 8	2	7.5	15.0
	$\Sigma 20$		$\Sigma 101$

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum x_i f_i = \frac{1}{20} \cdot 101 = 5.05$$

Зад
Завршите серију дистр. одређењуја
графички приказати помету квал-
града и допитана одревен. и наћи
аритм. средњу.

интервал	f_i	средина интер. (x_i)	$x_i f_i$
30.1-35	28	32.5	91.0
35.1-40	45	37.5	1687.5
40.1-45	37	42.5	1572.5
45.1-50	26	47.5	1235.0
50.1-55	14	52.5	735
	$\Sigma 150$		$\Sigma 6140$



$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum x_i f_i = \frac{1}{150} \cdot 6140 = 40.9$$

Број учесника 35 старана рунта при је
 глум мјерењу до је

5	0	1	2	8	10	12	12	7	
6	2	3	9	11	10	6	8	7	2
7	0	3	5	4	6	7	8	9	5
4	2	3	8						

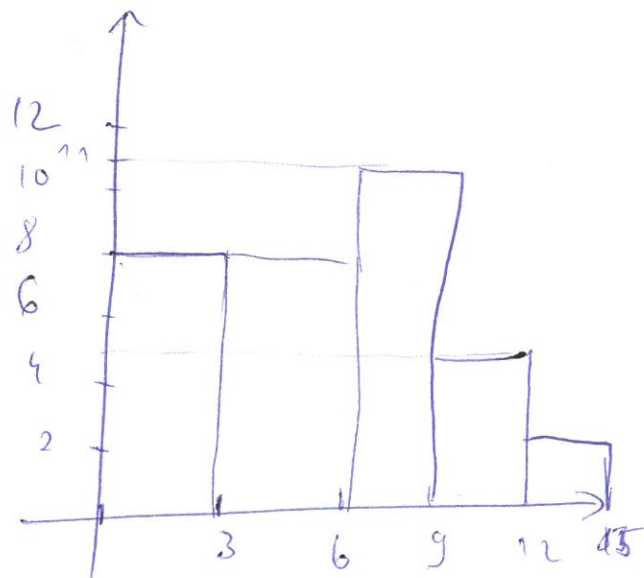
Формирали интервалну густу. одредуи
 статички. приказати густу хисторограма

са ризн.
 $d = d = 3$

$[0, 3)$, $[3, 6)$, $[6, 9)$, $[9, 12)$, $[12, 15)$

(9)

група интервала	f
0-2	8
3-5	8
6-8	11
9-11	5
12-14	2
Σ	34



Медијана

Медијана је она вриједност обименија која дијели ^{једнака} нумерички сретјету серију на два дијела, у којима податакама мање или једнако број а податакама веће или једнако број.

Пр Наћи медијану серије $x: 1, 0, 3, 7, 4, 2, 10$

$N=7$ $\frac{N+1}{2}$ — позиција медијане

$$\frac{7+1}{2} = 4 \Rightarrow \boxed{Me = 3}$$

чр2) Наћи медијану у серији

X: 6 8 0 2 11 3

в) ~~ко~~ Нумеричка срећена серија

X: 0 2 3 6 8 11

N=6 $\frac{N}{2} + 1, \frac{N}{2} = 4, 3$ -позиције

$Me = \frac{3+6}{2} = 4.5$

3аg) Наћи врш. медијане у даттој серији:

вр. вредности (X _i)	вр. пољ. (f _i)	кмулације
6	1	1
8	3	4
9	4	8
11	8	16
12	2	18
14	1	19
Σ 19		

N = 19

Позиција медијане

$\frac{N+1}{2} = 10$

$$M_e = 11$$

(11)

Заг) Определити врнуј. медијане за дању серију:

Српнтос интервал (x_i)	Фреквенција (f)	Српнтос интервал (x_i)
3.8	30	30
4.0	40	70
4.2	45	115
4.4	50	165
4.6	55	220
Σ 220		

$$N = 220$$

$$\frac{N}{2} \text{ и } \frac{N}{2} + 1 =$$

$$= 110, 111 \text{ и } 112$$

$$M_e = \frac{4.2 + 4.2}{2} = 4.2$$

Заг) За дању интервалну серију опред
а определити врнуј. медијане

Српнтос интервал група броја јединица	Фреквенција (f)	Српнтос интервал (x_i)
4.0-4.4	4	4
4.5-4.9	6	10
5.0-5.4	8	18
5.5-5.9	9	27
6.0-6.4	13	40
6.5-6.9	7	47
7.0-7.4	3	50
Σ 50		

$$N = 50$$

$$\frac{N}{2} = 25 \quad \frac{N}{2} + 1 = 25 + 1 = 26$$

Медијана се налази у интервалу
(5.5 - 5.9) \Rightarrow средина 5.7

$$Me = \frac{5.7 + 5.7}{2} = 5.7$$

Модус

* Модус је она вредност објекта која се најчешће јавља у нумеричкој серији (тј. вред. објекта са највећом фреквенцијом)

пр 1 | Одредити вредности модуса у датој серији

бр. трактора (x)	бр. пољ. газдинста (f)	
6	1	
8	3	$f_{max} = 8$
9	4	
11	8	$Mo = 11$
12	2	
14	1	
Σ	19	

пр 2

бр. учесника
(x_i)

бр. пољ. табл.

⋮
11
12
⋮
⋮

⋮
8
8
⋮
⋮

f_{max} Mo = $\frac{11+12}{2}$
= 11.5

пр 3

преп. ходи заједно

Mo = $\frac{6.0+6.4}{2}$ = 6.2

Распон податка,
Мјере варијансе

* Распон се као податка дефинише

$R = X_{max} - X_{min}$

Примјер Табула R за податке ~~о~~ и међујану

x	f	кумулација
2.5	10	10
3.0	20	30
3.5	40	70
4.0	20	90
4.5	10	100
		Me = $\frac{3.5+35}{2}$ = 3.5 ←

$R = 4.5 - 2.5 = 2$

$N = \sum f_i = 100$

$\frac{N}{2} = 50$

$\frac{N}{2} + 1 = 51$

↓
3.5

↓
3.5

Средње апсолутно одступање

$$SO = \frac{\sum_i |x_i - \bar{x}|}{N}$$

x_i - подаци

N - број подataka

\bar{x} - аритм. средина

Примјер На основу података дате серије одредити врну. средње апсол. одступ.

2 3 5 6 8 12

$$N=6 \Rightarrow \bar{x} = \frac{2+3+5+6+8+12}{6} = 6$$

x_i	$ x_i - \bar{x} $
2	4
3	3
5	1
6	0
8	2
12	6

$$SO = \frac{\sum_i |x_i - \bar{x}|}{N} = \frac{16}{6} = 2.67$$

⊗ Ако су дате групне дисперзије дани.

$$SO = \frac{\sum_i f_i |x_i - \bar{x}|}{\sum_i f_i}$$

Примјер За дату диспер. данима
наћи SO

аритметичке варијације за вегетацију
 подацима: 3, 7, 2, 1, 8.

X_i	X_i^2
3	9
7	49
2	4
1	1
8	64
Σ 21	127

$$\bar{X} = \frac{\Sigma X_i}{N} = \frac{21}{5} = 4.2$$

$$S^2 = \frac{\Sigma X_i^2 - n\bar{X}^2}{n-1} =$$

$$= \frac{127 - 5 \cdot 4.2^2}{4} = \frac{38.8}{4} = 9.7$$

⊗ Ако су подаци генералног карактера
 аритметичка варијација

X_i	f_i
X_1	f_1
\vdots	\vdots
X_N	f_N

$$S^2 = \frac{\Sigma f_i X_i^2 - n\bar{X}^2}{\Sigma f_i - 1}$$

~~Стандардно одступање (геометрија)~~

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{\Sigma X_i^2 - n\bar{X}^2}{n-1}}$$

За аритметички пример

$$S = \sqrt{9.7} = 3.1$$

3аg) Oдpeдиши aриѠ. cpeдицу, мeдијану и мoдуc.

x_i	f_i	cpeднe чифтep	$x_i f_i$	кyмyлaцијe
30.1-35	28	32.5	910	28
35.1-40	45	37.5	1687.5	73
40.1-45	37	42.5	1572.5	110
45.1-50	26	47.5	1235	136
50.1-55	14	52.5	735	150
Σ	150		6140	

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x_i f_i}{\Sigma f_i} = \frac{6140}{150} = 40.93$$

$$M_0 = 37.5 \text{ (за } f_{\max} = 45)$$

$$N = 150 \Rightarrow 75 \quad 76 \quad M_e = \frac{42.5 + 42.5}{2} = 42.5$$

$$R = x_{\max} - x_{\min} = 55 - 30.1 = 24.9$$

Варијанса (мјера расирш)

→ расирш тyје гoвoрaн за aтe pa cиpшeтoуи

$$s^2 = \frac{\Sigma (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{\Sigma x_i^2 - n\bar{x}^2}{n-1}$$

3аg) Упоптрфедрвете количине минерал. тудрива на 100 повоар. изражена даите су у табели. Одредити арши. средину, медијану и модус.

Количина мин. тудрива (x_i)	др. група (f_i)	f_i	$x_i f_i$
0.8	5	5	4
1.0	20	25	20
1.1	15	40	16.5
1.4	25	65	35
1.5	20	85	30
1.6	15	100	24
Σ	100		129.5

$$\bar{X} = \frac{\sum_i x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{129.5}{100} = 1.295$$

$$M_0 = 1.4 \quad (\text{за } f_{\max} = 25)$$

$$N = 100 \Rightarrow 50, 51$$

$$M_e = \frac{1.4 + 1.4}{2} = \underline{\underline{1.4}}$$

x_i	f_i	$x_i \cdot f_i$	$ x_i - \bar{x} $	$f_i x_i - \bar{x} $
2.5	10	25	1	10
3.0	20	60	0.5	10
3.5	40	140	0	0
4.0	20	80	0.5	10
4.5	10	45	1	10
Σ	100	350		40

$$\bar{x} = \frac{1}{\Sigma f_i} \Sigma f_i x_i = \frac{1}{100} \cdot 350 = 3.5$$

$$S_0 = \frac{\Sigma f_i |x_i - \bar{x}|}{\Sigma f_i} = \frac{40}{100} = 0.4$$

Зад. Производња пројекта на 5 парова гаси је у недељу

принос $[2.5 | 2.0 | 3.5 | 4.0 | 1.5]$, Наћи сред.

средити и медијану.

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x_i}{N} = \frac{2.5 + 2.0 + 3.5 + 4.0 + 1.5}{5} = \frac{13.5}{5} = 2.7$$

$N=5 \Rightarrow \frac{N+1}{2} = 3$ - место медијане

1.5 2.0 2.5 3.5 4.0



$$\boxed{Me = 2.5}$$

X_i	f_i	X средняя интер	$f_i \cdot X$	круп	$f_i \cdot X^2$
[5, 6)	3	5.5	16.5	3	90.75
[6, 7)	4	6.5	26	7	169
[7, 8)	4	7.5	30	11	225
[8, 9)	8	8.5	68	19	578
[9, 10)	7	9.5	66.5	26	631.75
[10, 11)	5	10.5	52.5	31	551.25
[11, 12)	1	11.5	11.5	32	132.25
Σ	32		271		2378



$$(к) \bar{X} = \frac{\sum X_i f_i}{\sum f_i} = \frac{271}{32} = 8.47$$

$$f_{\max} = 8 \Rightarrow M_0 = 8.5$$

$$N = 32 \Rightarrow \frac{N}{2} = 16 \text{ и } \frac{N}{2} + 1 = 17$$

$$Me = \frac{8.5 + 8.5}{2} = 8.5$$

Варування

$$s^2 = \frac{\sum f_i x_i^2 - n \bar{x}^2}{n-1}$$

$$s^2 = \frac{2378 - 32 \cdot (8.47)^2}{31} = 2.65$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{2.65} = 1.62$$

Копорвици (2019)

① У једном повторивредном издациоњу испитиван је принос трешње по једном стабу. При мерењу приноса трешње на 25 стабапа добијени су следећи подаци:

8.2, 11.4, 12.5, 10.3, 10.7, 10.3, 8.5, 11.3, 9.1, 10.9, 11.4, 12.6, 10.2, 9.6, 8.7, 10.3, 11.7, 12.5, 9.9, 10.7, 11.5, 9.5, 10.5, 10.8, 11.7.

(а) Формирали интервалну серију дескриптивне статистике са притним размаком $d=1$

(б) хистограма

(с) пројекат принос трешње, медијану, модус, варијансу и стандардну девиј.

(а) Најмањи податак је 8.2 а највећи 12.6

[8.2, 9.2], [9.2, 10.2], [10.2, 11.2], [11.2, 12.2]

[12.2, 13.2]

$M_0 = 10.7$

принос	фрекв.	\bar{x} средње	кумуляције	$M_0 = 10.7$	$x_i f_i$	x_i^2
8.2 - 9.2	4	8.7	4			
9.3 - 10.2	4	9.7	8			
10.3 - 11.2	8	10.7	16			
11.3 - 12.2	6	11.7	22			
12.3 - 13.2	3	12.7	25			
Σ 25						

$$S^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}{n-1}$$

$$S^2 = \frac{\sum f_i x_i^2 - n\bar{x}^2}{\sum f_i - 1}$$

$$S = \sqrt{s}$$

309) При измерењу висине стабове јабучке узаднат је узорак и годишња су вегетивна рез.

Висина стабове	3.4	3.6	3.8	3.9	4.5	5.2
број стабове	14	16	22	26	13	9

Одредити ○ Средње аутомунто
и разлику варијације. ^{10.3}
○ $\sqrt{5.15}$ ^{одељивост}

$$S_0 = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n} = \frac{\sum f_i |x_i - \bar{x}|}{\sum f_i}$$

$\left[\begin{array}{l} 4.9 \\ 5.4 \end{array} \right]$

Вјештаче за коровијуми

(3a) При мјерењу дужине плодова 32 крушке добијени су следећи резултати:

5.1 8.4 7.7 6.3 9.1 10.4 10.5

9.8 10.2 11.3 5.3 8.8 6.5

8.7 7.2 9.2 8.3 6.3 8.6 9.7

8.5 7.3 9.9 6.4 8.2 8.9 9.2

7.5 9.2 10.5 5.5 10.5

(a) формирати интервалну серију дужина плова са дужином размака $d=1$

(b) ~~како~~ Тражи се постојеће хи квадратне

(c) За ову серију одредити процес дужине плова, медијану, модус, варијансу и стандардну девијацију

Мјере положаја Перцентили

деф k -ти перцентил P_k је вредност са својством да је $k\%$ података \leq њему, а $(100-k)\%$ веће или једнако њему.

~~50~~-ти перцентил — медијан M
~~25~~ —||— доњи квартил Q_1
75 —||— горњи квартил Q_3

— није немо бити

Послијетак

- 1) пореткувати до величине ~~(распореда)~~ (распореда)
- 2) Наћи $\frac{k}{100}(n+1)$ и заокружити на најближу чланову вредности r (уколико је тачно између 2 узнедрова онда на мањи за $k > 50$ и $k < 50$)
- 3) Податак на r -том месту r је P_k .