

Kolokvijum 2, I grupa

27. maj 2022.

1. Na osnovu mjerenja iz 1980., prosječna dioptriya kod 35-godišnjaka je 0.5 sa standardnom devijacijom 1. Ispitivanje je ponovo vršeno 2020. i na uzorku od 20 ljudi, dobijene su sljedeće vrijednosti

1.5, 0.7, 0.5, 0.0, 0.2, 1.6, 4.7, 3.9, 2.2, 2.1, 2.5, 1.7, 2.5, 1.0, 0.1, 0.6, 0.7, 2.9, 1.2, 1.1

S pragom značajnosti 0.04 provjeriti da li je dioptriya povećana.

2. Ispituje se efekat lijeka na crncima i bijelcima. Na 15 crnih (C) i 14 bijelih (B) pacijenata registrovane su sljedeće fužine oporavka

B 36, 35, 31, 29, 30, 36, 27, 28, 30, 37, 33, 25, 32, 26, 31

C 26, 25, 21, 39, 20, 26, 25, 26, 32, 32, 31, 26, 30, 25

Testirajte hipotezu da lijek bolje dijeluje na crnce.

3. U jednoj fabrici provedena je anketa medju 23 radnika i 26 radnica te je ispitivan stav prema doktoru u ambulanti. Iz dobijenih odgovora moglo se zaključiti je li stav prema doktoru u cjelini pozitivan ili negativan. Budući da je doktor u toj ambulanti bila žena, postavljeno je pitanje razlikuju li se muškarci od žena u stavu prema toj doktorici. Dobijeni su ovi rezultati

	muškarci	žene	Σ	
negativan	9	17	26	k_1
pozitivan	14	9	23	k_2
Σ	23	26	49	n

g_1 g_2

Uz prag značajnosti $\alpha = 0.2$ testirajte da li je muškarci i žene imaju isti stav prema doktorici.



$$T = 0,23 \cdot \frac{7,69}{\cancel{49}} = \frac{1,76}{13/15} \quad \chi_{0,05} = \frac{1,64}{\leftarrow \text{prilivata se}} \quad \pi \mid \leftarrow \text{prilivata se } H_0 ?$$

3.

$$f_{11}' = \frac{f_{1 \cdot} \cdot g_{1 \cdot}}{n} = \frac{\cancel{9} \cdot \cancel{23}}{49} = \frac{26 \cdot 23}{49} = 12,2$$

$$f_{12}' = \frac{f_{1 \cdot} \cdot g_{2 \cdot}}{n} = \frac{\cancel{17} \cdot \cancel{26}}{49} = 13,7$$

$$f_{21}' = \frac{f_{2 \cdot} \cdot g_{1 \cdot}}{n} = \frac{23 \cdot 23}{49} = 10,7$$

$$f_{22}' = \frac{f_{2 \cdot} \cdot g_{2 \cdot}}{n} = \frac{23 \cdot 26}{49} = 12,2$$

$$H = \frac{(f_{11} - f_{11}')^2}{f_{11}'} + \frac{(f_{12} - f_{12}')^2}{f_{12}'} + \frac{(f_{21} - f_{21}')^2}{f_{21}'} + \frac{(f_{22} - f_{22}')^2}{f_{22}'}$$

$$\frac{(9 - 12,2)^2}{12,2} + \frac{(17 - 13,7)^2}{13,7} +$$

$$\chi^2 = 0,8 + 0,7 + 1,0 + 0,8 = \frac{3,3}{13/15}$$

$$\chi = 2 \cdot 0,2(2) = \frac{3,3}{2} = 1,65 \leftarrow \text{PRILIVATA SE } H_0$$

$\delta = 2$
 2

13/15

① $\mu = 0,5$

$\sigma = 1$

$n = 20$

$$\bar{X}_n = \bar{X}_{20} = \frac{1,5 + 0,7 + 0,5 + 0,0 + 0,2 + 1,6 + 1,7 + 3,9 + 2,2 + 2,1 + 2,5 + 1,7 + 2,5 + 1,0 + 0,1 + 0,6 + 0,7 + 2,9 + 1,2 + 1,1}{20}$$

0,7 + 2,9 + 1,2 + 1,1

$\frac{31,7}{20} \quad ? \quad ?$

$H_0: \mu = 0,5$

5 / 15

Test statistika

$$T = \frac{\bar{X}_n - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

$$T = \frac{31,7 - 0,5}{\frac{1}{\sqrt{20}}} = \frac{31,2}{0,22} = 141,8$$

↙
4,47

Tablična vrijednost

$\alpha = 0,05$ - ne prihvaća se H_0

$\mu = 0,5$
 $S = 1$
 $n = 20$

Test Statistic

$\bar{X}_n = 31,7$

$$\overline{S_n^2} = \frac{(1,5 - 31,7)^2 + (0,7 - 31,7)^2 + (0,5 - 31,7)^2}{20 - 1}$$

$$\overline{S_n^2} = \frac{912,04 + 961 + 973,44 + 992,25 + 906,01 + 729 + 772,84 + 870,25 + 876,16 + 44,89 + 900 + 44,89 + 942,49 + 998,56 + 967,21 + 961 + 829,44 + 930,25 + 936,36}{19}$$

$$\overline{S_n^2} = \frac{15548,08}{19} = 818,32$$

$$\overline{S_n} = \sqrt{818,32} = 28,6$$

$$T = \frac{(31,7 - 0,5)}{28,6} \cdot \sqrt{20} = 1,09 \cdot \sqrt{20} = 1,09 \cdot 4,47 = 4,87$$

Temperatura
23/21

Kolokvijum 2, I grupa

27. maj 2022.

1. Vlasnik tvrdi da je količina CO₂ u vazduhu u blizini fabrike X jednaka 3.0 μg po m³ sa standardnom devijacijom 0.5 μg po m³. Mjesenjem 18 dana zaredom, dobijeni su rezultati:

3.8, 3.6, 3.5, 3.8, 3.1, 3.4, 3.2, 3.3, 3.4, 3.8, 3.6, 3.9, 3.8, 3.8, 3.0, 2.5

S pragom značajnosti 0.03 provjerite tvrdnju proizvođača.

2. Ispitivane su ocjene iz matematike dvije grupe studenata i rezultati su zabilježeni u tabeli

G1	7	8	9	9	9	10	10
G2	6	7	7	8	8	10	

Testirajte hipotezu da je prva grupa bila bolja iz matematike od druge grupe.

3. U jednoj fabrici provedena je anketa medju 30 radnika i 20 radnica te je ispitivan stav prema doktoru u ambulanti. Iz dobijenih odgovora moglo se zaključiti je li stav prema doktoru u cjelini pozitivan ili negativan. Budući da je doktor u toj ambulanti bila žena, postavljeno je pitanje razlikuju li se muškarci od žena u stavu prema toj doktorici. Dobijeni su ovi rezultati

	muškarci	žene	Σ
negativan	9	17	26
pozitivan	21	3	24
Σ	30	20	50

Uz prag značajnosti $\alpha = 0.2$ testirajte da li je muškarci i žene imaju isti stav prema doktorici.

Tempo: 23/21

1. $\mu = 3,0 \text{ mg/m}^3$

$\sigma = 0,5 \text{ mg/m}^3$

~~n=16~~ $n = 16$

$\alpha = 0.03 \sim \underline{\underline{2 \cdot 0.05 = 1.645}}$

3.8, 3.6, 3.5, 3.8, 3.1, 3.4, 3.2, 3.3, 3.4, 3.8, 3.6, 3.9, 3.8, 3.8, 3.0, 2.5

$T = \frac{\bar{x}_n - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

$\bar{x}_n = \frac{3.8 + 3.6 + 3.5 + 3.8 + 3.1 + 3.4 + 3.2 + 3.3 + 3.4 + 3.8 + 3.6 + 3.9 + 3.8 + 3.8 + 3.0 + 2.5}{16}$

$\bar{x}_n = \frac{55,5}{16} \Rightarrow \bar{x}_n = 3,47$

$T = \frac{3,47 - 3,0}{\frac{0,5}{\sqrt{16}}} = \frac{0,47}{\frac{0,5}{4}} = \frac{0,47}{0,125}$

$T = 3,76$ ✓ 15

$H_0: \mu = \mu_0 \Rightarrow P(\frac{-Z_{\alpha/2} \leq Z \leq Z_{\alpha/2}) = 1 - \alpha$

$H_1: \mu \neq \mu_0$
 ~~$-Z_{0.015} < 3.76 < Z_{0.015}$~~

$Z_{\frac{\alpha}{2}} = Z_{0.015} = 1.96$ ✓ $Z > Z_{\frac{\alpha}{2}} \Rightarrow \text{odbacujemo } H_0$

②

G1	7	8	9	9	9	10	10
G2	6	7	7	8	8	10	

$G1 > G2$, hipoteza

③

	muškarci	žene	Σ
negativan	9 f_{11}	17 f_{12}	$f_{1.} = 26$
pozitivan	21 f_{21}	3 f_{22}	$f_{2.} = 24$
Σ	30 n_1	20 n_2	50 n

$\alpha = 0.2$

$$H = \sum_{i=1}^d \sum_{j=1}^d \frac{(f_{ij} - f_{ij}')^2}{f_{ij}'}$$

$$f_{ij}' = \frac{f_{i.} \cdot g_j}{n}$$

$$f_{11}' = \frac{f_{1.} \cdot g_1}{n} = \frac{26 \cdot 30}{50} = 15,6$$

$$f_{12}' = \frac{f_{1.} \cdot g_2}{n} = \frac{26 \cdot 20}{50} = 10,4$$

$$f_{21}' = \frac{f_{2.} \cdot g_1}{n} = \frac{24 \cdot 30}{50} = 14,4$$

$$f_{22}' = \frac{f_{2.} \cdot g_2}{n} = \frac{24 \cdot 20}{50} = 9,6$$

$$H = \frac{(f_{11} - f_{11}')^2}{f_{11}'} + \frac{(f_{12} - f_{12}')^2}{f_{12}'} + \frac{(f_{21} - f_{21}')^2}{f_{21}'} + \frac{(f_{22} - f_{22}')^2}{f_{22}'}$$

$$H = \frac{(9 - 15,6)^2}{15,6} + \frac{(17 - 10,4)^2}{10,4} + \frac{(21 - 14,4)^2}{14,4} + \frac{(3 - 9,6)^2}{9,6}$$

$$H = \frac{43,56}{15,6} + \frac{43,56}{10,4} + \frac{43,56}{14,4} + \frac{43,56}{9,6} \Rightarrow$$

$$H = 2,792 + 4,188 + 3,025 + 4,537$$

$$H = 14,542$$

$$H_0: \chi^2 \leq ((r-1)(s-1))$$

$$\chi^2_{0.2} ((2-1) \cdot (2-1))$$

$$= \chi^2_{0.2}(1) = 2,71$$

$$H > \chi^2_{0.2}(1) \Rightarrow \text{отбрасываем } H_0$$

✓ 15

2.

G1	7	8	9	9	9	10	10
G2	6	7	7	8	8	10	

91792)

$$n_1 = 7$$

$$n_2 = 6$$

$$T = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{S} \cdot \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

$$S^2 = \frac{1}{n_1 + n_2 - 2} \cdot ((n_1 - 1) \cdot S_1^2 + (n_2 - 1) \cdot S_2^2)$$

$$\bar{x}_1 = \frac{7+8+9+9+9+10+10}{7} = \frac{62}{7} = 8,86$$

$$\bar{x}_2 = \frac{6+7+7+8+8+10}{6} = \frac{46}{6} = 7,66$$

$$S_1^2 = \frac{(7-8,86)^2 + (8-8,86)^2 + (9-8,86)^2 + (9-8,86)^2 + (9-8,86)^2 + (10-8,86)^2 + (10-8,86)^2}{7-1}$$

$$S_1^2 = \frac{3,46 + 0,74 + 0,02 + 0,02 + 0,02 + 1,29 + 1,29}{6}$$

$$S_1^2 = \frac{6,84}{6} = s_1^2 = 1,14$$

$$S_2^2 = \frac{(6-7,66)^2 + (7-7,66)^2 + (7-7,66)^2 + (8-7,66)^2 + (8-7,66)^2 + (10-7,66)^2}{6-1}$$

$$S_2^2 = \frac{2,75 + 0,44 + 0,44 + 0,12 + 0,12 + 5,47}{5}$$

$$S_2^2 = \frac{9,34}{5} = s_2^2 = 1,87$$

$$T = 8,86 - 7,66$$

$$S^2 = \frac{1}{7+6-2} \cdot ((7-1) \cdot 1,14 + (6-1) \cdot 1,87)$$

$$S^2 = \frac{1}{11} \cdot (6,84 + 9,35)$$

$$S^2 = \frac{11}{11} \cdot 16,19$$

$$S^2 = 0,09 \cdot 16,19 \Rightarrow S^2 = 0,457 \Rightarrow S = 1,207$$

$$T = \frac{8,86 - 7,66}{1,207} \cdot \sqrt{\frac{1}{\frac{1 \cdot 6}{7 \cdot 6} + \frac{1 \cdot 2}{6 \cdot 7}}} = 0,95 \cdot \sqrt{\frac{1}{0,309}} = 0,95 \cdot 1,81 = 1,72$$

10/15

Kolokvijum 2, I grupa

27. maj 2022.

1. Na osnovu mjerenja iz 1980., prosječna dioptrija kod 35-godišnjaka je 0.5 sa standardnom devijacijom 1. Ispitivanje je ponovo vršeno 2020. i na uzorku od 20 ljudi, dobijene su sljedeće vrijednosti

1.5, 0.7, 0.5, 0.0, 0.2, 1.6, 4.7, 3.9, 2.2, 2.1, 2.5, 1.7, 2.5, 1.0, 0.1, 0.6, 0.7, 2.9, 1.2, 1.1

S pragom značajnosti 0.04 provjeriti da li je dioptrija povećana.

2. Ispituje se efekat lijeka na crncima i bijelcima. Na 15 crnih (C) i 14 bijelih (B) pacijenata registrovane su sljedeće fužine oporavka

B 36, 35, 31, 29, 30, 36, 27, 28, 30, 37, 33, 25, 32, 26, 31

C 26, 25, 21, 39, 20, 26, 25, 26, 32, 32, 31, 26, 30, 25

Testirajte hipotezu da lijek bolje djeluje na crnce.

3. U jednoj fabrici provedena je anketa medju 23 radnika i 26 radnica te je ispitivan stav prema doktoru u ambulanti. Iz dobijenih odgovora moglo se zaključiti je li stav prema doktoru u cjelini pozitivan ili negativan. Budući da je doktor u toj ambulanti bila žena, postavljeno je pitanje razlikuju li se muškarci od žena u stavu prema toj doktorici. Dobijeni su ovi rezultati

	muškarci	žene	Σ
negativan	9	17	26
pozitivan	14	9	23
Σ	23	26	49

Uz prag značajnosti $\alpha = 0.2$ testirajte da li je muškarci i žene imaju isti stav prema doktorici.

1. ~~testi: st. devijacija poznata: χ^2~~
~~testi: st. devijacija nepoznata: F~~
 ~~$T = \frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}}$~~
 $M = 0,5$
 $G = 1$

testi: st. devijacija poznata: ~~χ^2~~ ~~testi: st. devijacija nepoznata: F~~

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}}$$

$$\bar{X}_{20} = \frac{4,5 + 0,7 + 0,5 + 0,0 + \dots + 1,1}{20} = \frac{34}{20} = 1,7 \quad \checkmark$$

Uoi: $M = 0,5$

15

$$T = \frac{1,7 - 0,5}{1/\sqrt{20}} = \frac{1,2}{1/4,47} = \frac{4,2}{0,2237} = 18,78$$

$$z_{0,05} = 1,96$$

$T > z_{\alpha} \Rightarrow$ odbacimo H_0 .

2. Uporedenje 2 odn. var. normaln. distribucija populacija
 Uoi: μ_1, μ_2 ~~testi: st. devijacija poznata: χ^2~~ ~~testi: st. devijacija nepoznata: F~~

$$T = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{s_L} \cdot \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

$$s_L^2 = \frac{1}{n_1 + n_2 - 2} \cdot ((n_1 - 1) s_1^2 + (n_2 - 1) s_2^2)$$

165

~~$\bar{X}_1 = \frac{165}{36} = 4,5$~~
 $\bar{X}_1 = \frac{76 + 35 + \dots + 21}{36} = \frac{465}{36} = 12,9$

$$\bar{X}_2 = \frac{25 + 25 + \dots + 25}{14} = \frac{284}{14} = 20,28$$

$$s_L^2 = \frac{(36 - 1) \cdot 2^2 + (35 - 1) \cdot 4^2 + \dots + (31 - 1) \cdot 15^2}{36 + 35 - 2} = \frac{447 + 400 + 256 + 196 + 225 + 441 + 744 + 169 + 225 + 444 + 324 + 100 + 49 + 14 + 36}{68} = 258,9$$

$$s_L^2 = \frac{(26 - 23)^2 + \dots + (8 - 24)^2}{13} = \frac{4,96 + 5,76 + 40,96 + 134,56 + 54,76 + 4,96 + 8,76 + 4,96 + 21,16 + 21,16 + 14,26 + 4,96 + 6,76 + 5,76}{13} = 24,4$$

13

$$= 24,4$$

$$s^2 = \frac{1}{n_1 + n_2 - 2} \cdot ((n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2)$$

$$s^2 = \frac{1}{15 + 14 - 2} \cdot (14 \cdot 258 + 13 \cdot 244) = \frac{1}{27} \cdot (3612 + 3172) = \frac{3929,2}{27} = 145,52 \Rightarrow s = \sqrt{145,52} = 12,06 \approx 12$$

$$T = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s} \cdot \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} = \frac{15 - 27,4}{12} \cdot \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{15} + \frac{1}{14}}} = -1,03 \cdot \sqrt{\frac{1}{0,066 + 0,07}} = -1 \cdot \sqrt{\frac{1}{0,136}} = -2,7$$

T = -2,7

$t_{\alpha/2}(n_1+n_2-2) = t_{0,05}(27) = 1,7$

$|T| > t_{\alpha/2} \Rightarrow$ ~~reject~~ H_0

3. Nesvojna dva variable

~~Gledamo da li su isti ili nisu isti (u relativci)~~
 (da li zeliše, odob ili ne (kri star))

	n_1	n_2	Σ
mytikon	9	17	26
pozitivna	14	9	23
Σ	23	26	49

$$H = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(F_{ij} - P_{ij})^2}{P_{ij}}$$

- $P_1 = 26$
- $P_2 = 23$
- $G_1 = 23$
- $G_2 = 26$
- $n = 49$

~~$H = \sum \frac{(F_{ij} - P_{ij})^2}{P_{ij}}$~~

$H = 3,154$

$\chi^2_{0,1}(1) = 1,6642$
 $H > \chi^2_{0,1} \Rightarrow$ variable su nesvojne

$$F_{11}' = \frac{P_{11} \cdot G_1}{n} = \frac{9 \cdot 23}{49} = 12,22$$

$$F_{12}' = \frac{P_{12} \cdot G_2}{n} = \frac{17 \cdot 26}{49} = 13,79$$

$$F_{21}' = \frac{P_{21} \cdot G_1}{n} = \frac{14 \cdot 23}{49} = 19,79$$

$$F_{22}' = \frac{P_{22} \cdot G_2}{n} = \frac{9 \cdot 26}{49} = 12,22$$

15

$$H = \frac{(P_{11} - P_{11}')^2}{P_{11}'} + \frac{(P_{12} - P_{12}')^2}{P_{12}'} + \frac{(P_{21} - P_{21}')^2}{P_{21}'} + \frac{(P_{22} - P_{22}')^2}{P_{22}'}$$

$$= \frac{(9 - 12,22)^2}{12,22} + \frac{(17 - 13,79)^2}{13,79} + \frac{(14 - 19,79)^2}{19,79} + \frac{(9 - 12,22)^2}{12,22}$$

$$= 9,83 + 0,747 + 0,747 + 9,83 = 3,154$$

Kolokvijum 2, I grupa

27. maj 2022.

1. Vlasnik tvrdi da je količina CO₂ u vazduhu u blizini fabrike X jednaka 3.0 μg po m³ sa standardnom devijacijom 0.5 μg po m³. Mjesenjem 18 dana zaredom, dobijeni su rezultati:

3.8, 3.6, 3.5, 3.8, 3.1, 3.4, 3.2, 3.3, 3.4, 3.8, 3.6, 3.9, 3.8, 3.8, 3.0, 2.5

S pragom značajnosti 0.03 provjerite tvrdnju proizvođača.

2. Ispitivane su ocjene iz matematike dvije grupe studenata i rezultati su zabilježeni u tabeli

G1	7	8	9	9	9	10	10
G2	6	7	7	8	8	10	

Testirajte hipotezu da je prva grupa bila bolja iz matematike od druge grupe.

3. U jednoj fabrici provedena je anketa medju 30 radnika i 20 radnica te je ispitivan stav prema doktoru u ambulanti. Iz dobijenih odgovora moglo se zaključiti je li stav prema doktoru u cjelini pozitivan ili negativan. Budući da je doktor u toj ambulanti bila žena, postavljeno je pitanje razlikuju li se muškarci od žena u stavu prema toj doktorici. Dobijeni su ovi rezultati

	muškarci	žene	Σ
negativan	9	17	26
pozitivan	21	3	24
Σ	30	20	50

Uz prag značajnosti $\alpha = 0.2$ testirajte da li je muškarci i žene imaju isti stav prema doktorici.

$$\textcircled{3} f_{11}' = \frac{26 \cdot 30}{50} = \frac{780}{50} = 15,6$$

$$f_{12}' = \frac{26 \cdot 20}{50} = \frac{520}{50} = 10,4$$

$$f_{21}' = \frac{24 \cdot 30}{50} = \frac{720}{50} = 14,4$$

$$f_{22}' = \frac{24 \cdot 20}{50} = \frac{480}{50} = 9,6$$

Alwa

~~H =~~

$$H = \frac{(9 - 15,6)^2}{15,6} + \frac{(17 - 10,4)^2}{10,4} +$$

$$+ \frac{(21 - 14,4)^2}{14,4} + \frac{(3 - 9,6)^2}{9,6} =$$

$$H = \frac{43,56}{15,6} + \frac{43,56}{10,4} + \frac{43,56}{14,4} + \frac{43,56}{9,6}$$

$$H = 2,79 + 4,18 + 3,02 + 4,53$$

$$H = 14,52$$

$$\chi^2_{0,2} ((2-1) \cdot (2-1)) = \chi^2_{0,2}(1) = 1,64$$

15

$H > \chi^2_{0,2}(1) \Rightarrow$ Variable su
nezavisne

$$\textcircled{2} \quad \bar{X}_1 = \frac{7+8+9+9+9+10+10}{7} = \frac{62}{7} = 8,85$$

$$\bar{X}_2 = \frac{6+7+7+8+8+10}{6} = \frac{46}{6} = 7,66$$

$$S_1^2 = \frac{(7-8,85)^2 + (8-8,85)^2 + (9-8,85)^2 + (9-8,85)^2 + (9-8,85)^2 + (10-8,85)^2 + (10-8,85)^2}{7-1}$$

$$= \frac{(10-8,85)^2 + (10-8,85)^2}{7-1}$$

$$S_1^2 = \frac{1,85^2 + (-0,85)^2 + (0,15)^2 + (0,15)^2 + (0,15)^2 + (1,15)^2 + (1,15)^2}{6}$$

$$S_1^2 = \frac{3,42 + 0,72 + 0,02 + 0,02 + 0,02 + 1,32 + 1,32}{6}$$

$$S_1^2 = \frac{6,84}{6} = 1,14$$

$$S_2^2 = \frac{(6-7,66)^2 + (7-7,66)^2 + (7-7,66)^2 + (8-7,66)^2 + (8-7,66)^2 + (10-7,66)^2}{6-1}$$

$$S_2^2 = \frac{(-1,66)^2 + 0,66^2 + 0,66^2 + 0,34^2 + 0,34^2 + 2,34^2}{6-1}$$

$$S_2^2 = \frac{2,75 + 0,43 + 0,43 + 0,11 + 0,11 + 5,46}{5}$$

$$S_2^2 = \frac{9,28}{5} = 1,85$$

popros

$$T = \frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{1,14}{1,85} = 0,61 \quad \alpha = 0,05 \quad \text{Ho se odbacuje}$$

$$F_{0,05}(6,5) = 2,44 \quad T < 2,44$$

$$T < 4,99$$

$$f(1-0,05) = f(0,95) = \frac{1}{2,44} = 4,09$$

Prasčević Anastasija 25/21

①

$$\sigma = 0,5$$

$$n = 18 \quad n = 16 \quad \cancel{18}$$

$$d = 0,03$$

$$\mu = 3,0$$

$$T = \frac{\bar{X}_n - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} =$$

$$\bar{X}_{16} = \frac{3,8 + 3,6 + 3,5 + 3,8 + 3,1 + 3,4 + 3,2 + 3,3 + 3,4 + 3,8 + 3,6 + 3,9 + 3,8 + 3,8 + 3,0 + 2,5}{16} = \frac{55,5}{16} = 3,46$$

$$\bar{X}_{16} = 3,46$$

$$T = \frac{\bar{X}_n - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{3,46 - 3,0}{\frac{0,5}{\sqrt{16}}} =$$

$$T = \frac{0,46}{\frac{0,5}{4}} = \frac{0,46 \cdot 4}{0,5} = \frac{1,84}{0,5} = 3,68$$

$$Z_{0,03} = 0,51 \quad ? \quad 14/15$$

$T > Z_{0,03}$ - Odbacujemo slučaj

~~Proiziv~~ Vlasnik nije u pravu

Kolokvijum 2, I grupa

27. maj 2022.

1. Vlasnik tvrdi da je količina CO₂ u vazduhu u blizini fabrike X jednaka 3.0 μg po m³ sa standardnom devijacijom 0.5 μg po m³. Mjesenjem 18 dana zaredom, dobijeni su rezultati:

~~3.8~~, ~~3.6~~, ~~3.5~~, ~~3.8~~, ~~3.1~~, ~~3.4~~, ~~3.2~~, ~~3.3~~, ~~3.4~~, ~~3.8~~, ~~3.6~~, ~~3.9~~, ~~3.8~~, ~~3.8~~, 3.0, 2.5

S pragom značajnosti 0.03 provjerite tvrdnju proizvođača.

2. Ispitivane su ocjene iz matematike dvije grupe studenata i rezultati su zabilježeni u tabeli

G1	7	8	9	9	9	10	10
G2	6	7	7	8	8	10	

Testirajte hipotezu da je prva grupa bila bolja iz matematike od druge grupe.

3. U jednoj fabrici provedena je anketa medju 30 radnika i 20 radnica te je ispitivan stav prema doktoru u ambulanti. Iz dobijenih odgovora moglo se zaključiti je li stav prema doktoru u cjelini pozitivan ili negativan. Budući da je doktor u toj ambulanti bila žena, postavljeno je pitanje razlikuju li se muškarci od žena u stavu prema toj doktorici. Dobijeni su ovi rezultati

	muškarci	žene	Σ
negativan	9	17	26
pozitivan	21	3	24
Σ	30	20	50

Uz prag značajnosti $\alpha = 0.2$ testirajte da li je muškarci i žene imaju isti stav prema doktorici.

grupa Ivona Marković 17/21

$$\sigma = 0,5 \quad n = 16$$

$$\mu = 3,0$$

~~all~~

$$\alpha = 0,03$$

$$T = \frac{\bar{x}_n - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

$$\bar{x}_{16} = \frac{3,8 + 3,6 + 3,5 + \dots + 2,5}{16} = \frac{55,5}{16} = 3,46$$

test statistic

$$t = \frac{3,46 - 3}{(0,5 / \sqrt{16})} = \frac{0,46}{0,125} = 3,68$$

$$z_{0,03} = \approx z_{0,025} = 1,960 \quad 12/15$$

$$T > z_{0,03}$$

~~odbacujemo H0~~

primavamo!

$$\textcircled{2} \bar{x}_1 = \frac{7 + 8 + 9 + 9 + 9 + 10 + 10}{7} = 8,85$$

$$\bar{x}_2 = \frac{6 + 7 + 7 + 8 + 8 + 10}{6} = 7,66$$

progresan test!

$$S_1^2 = \frac{(7 - 8,85)^2 + (8 - 8,85)^2 + \dots + (10 - 8,85)^2}{7 - 1} = 1,13$$

3/15

$$S_2^2 = \frac{(6 - 7,66)^2 + (7 - 7,66)^2 + \dots + (10 - 7,66)^2}{6 - 1} = 2,185$$

$$T = \frac{s_1^2}{s_2^2} = \frac{1,13}{1,25} = 0,91 \quad \Gamma p$$

$$\alpha = 0,05$$

tablična vrijednost

$$f\left(\frac{\alpha}{2}\right)(n_1-1, n_2-1) = f_{0,025}(6,5) \rightarrow \frac{1}{f_{0,025}(6,5)}$$

$$f_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1-1, n_2-1) = f_{0,975}(6,5)$$

$$f_{0,99} < T < f_{0,025}$$

~~$f_{0,99} < T < f_{0,025}$~~ \Rightarrow H_0 se prihvata

3	f_{11}	f_{12}	
	9	17	26
	f_{21}	f_{22}	
	24	3	24
	30	20	50

$$f_{11}' = \frac{f_{1 \cdot} \cdot g_{1 \cdot}}{50} = \frac{9 \cdot 30}{50} = 5,4$$

$$f_{12}' = \frac{f_{1 \cdot} \cdot g_{2 \cdot}}{50} = \frac{17 \cdot 20}{50} = 6,8$$

$$f_{21}' = \frac{f_{2 \cdot} \cdot g_{1 \cdot}}{50} = 12,6$$

$$f_{22}' = \frac{f_{2 \cdot} \cdot g_{2 \cdot}}{50} = 1,2$$

$$H = \frac{(f_{11} - f_{11}')^2}{f_{11}'} + \frac{(f_{12} - f_{12}')^2}{f_{12}'} + \dots + \frac{(f_{22} - f_{22}')^2}{f_{22}'}$$

$$H = 1,44 + 6,12 + 3,36 + 1,08 = 12$$

$$\chi_{0,2}^2((2-1)(2-1)) = \chi_{0,2}^2(1) = 1,64$$

$H < \chi_{0,2}^2 \Rightarrow$ ne možemo odbaciti H_0
 \Rightarrow variable su zavisne

$H > \chi_{0,2}^2 \Rightarrow$ odbacujemo H_0 tj. variable su nezavisne

15

Kolokvijum 2, I grupa

27. maj 2022.

1. Poznato je da napon u električnoj mreži od 210 volti ima normalnu distribuciju sa standardnom devijacijom od 8 volti. Ako je 20 nezavisnih mjerenja dalo rezultate:

¹208, ²216, ³215, ⁴228, ⁵210, ⁶224, ⁷212, ⁸213, ⁹224, ¹⁰218, ¹¹206, ¹²209, ¹³208, ¹⁴218, ¹⁵220, ¹⁶206,
¹⁷209, ¹⁸210, ¹⁹212, ²⁰200

s pragom značajnosti 0.02 provjerite pretpostavku da je došlo do pada srednjeg napona u električnoj mreži.

2. Prinos na poljoprivrednom gazdinstvu je 5 tona pšenice po hektaru sa standardnom devijacijom 0.5 tona po hektaru. 10 nezavisnih mjerenja dalo je sljedeće rezultate

5, 4.7, 5.1, 3.9, 4.2, 4.6, 4.7, 4.9, 5.2, 5.1.

S pragom značajnosti 0.04 provjeriti da li je pretpostavljeni prinos tačan ili se smanjio.

3. Ispitivan je broj fabrika u nekoliko gradova iste veličine u dvije države i rezultati su zabilježeni u tabeli

	1	2	3	4	5	6	7
D1	4	6	7	9	6	7	8
D2	6	7	7	8	8	10	

Testirajte hipotezu da je broj fabrika u gradovima prve države manji od broja fabrika druge države.

4. U jednoj fabrici provedena je anketa medju 23 radnika i 26 radnica te je ispitivan stav prema doktoru u ambulanti. Iz dobijenih odgovora moglo se zaključiti je li stav prema doktoru u cjelini pozitivan ili negativan. Budući da je doktor u toj ambulanti bila žena, postavljeno je pitanje razlikuju li se muškarci od žena u stavu prema toj doktorici. Dobijeni su ovi rezultati

	muškarci	žene	Σ
negativan	9	17	26
pozitivan	14	9	23
Σ	23	26	49

Uz prag značajnosti $\alpha = 0.2$ testirajte da li je muškarci i žene imaju isti stav prema doktorici.

5. U jednoj fabrici provedena je anketa među 26 radnika i 23 radnice te je ispitivan stav prema doktoru u ambulanti. Iz dobijenih odgovora moglo se zaključiti je li stav prema doktoru u cjelini pozitivan ili negativan. Budući da je doktor u toj ambulanti bila žena, postavljeno je pitanje razlikuju li se muškarci od žena u stavu prema toj doktorici. Dobijeni su ovi rezultati

	muškarci	žene	Σ
negativan	9	17	26
pozitivan	17	6	23
Σ	26	23	49

Uz prag značajnosti $\alpha = 0.2$ testirajte da li je muškarci i žene imaju isti stav prema doktorici.

1) $\mu = 210V$

$\sigma = 8V$

$n = 20$

$\alpha = 0,02$

208 216 215 228 210 224 212 213 224

218 206 209 208 218 220 206 209 210 212 200

 ~~$\bar{X}_{20} = \frac{208 + 216 + 215 + 228 + 210 + 224 + 212 + 213 + 224 + 218 + 206 + \dots}{20}$~~

$$\bar{X}_{20} = \frac{208 + 216 + 215 + 228 + 210 + 224 + 212 + 213 + 224 + 218 + 206 + \dots}{20}$$

$$\bar{X}_{20} = \frac{4266}{20}$$

$$\bar{X}_{20} = 213,3$$

$H_0: \mu = 210$

test statistike $T = \frac{\bar{X}_n - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$

$$T = \frac{213,3 - 210}{\frac{8}{\sqrt{20}}} = \frac{213,3 - 210}{1,78} = \frac{3,3}{1,78}$$

$$T = 1,85$$

$z_{0,02} = 2,326$

12 / 15

prihvataemo!

 $T < z_{0,02}$ - odbacujemo H_0

2) D_1 4 6 7 9 6 7 8 $\alpha = 0,05$

D_2 6 7 7 8 8 10

$H_0: \mu_1 = \mu_2$

država 1 < država 2

$$\bar{X}_1 = \frac{4 + 6 + 7 + 9 + 6 + 7 + 8}{7} = \frac{47}{7} = 6,7$$

$n_1 = 7$

$$\bar{X}_2 = \frac{6 + 7 + 7 + 8 + 8 + 10}{6} = \frac{46}{6} = 7,6$$

$n_2 = 6$

$$s_1^2 = \frac{(4-6,7)^2 + (6-6,7)^2 + (7-6,7)^2 + (9-6,7)^2 + (6-6,7)^2 + (7-6,7)^2 + (8-6,7)^2}{7-1}$$

$$s_1^2 = \frac{7,29 + 0,49 + 0,09 + 5,29 + 0,49 + 0,09 + 1,69}{7-1}$$

$$s_1^2 = 2,57 \rightarrow 2,6$$

$$s_2^2 = \frac{(6-7,6)^2 + (7-7,6)^2 + (7-7,6)^2 + (8-7,6)^2 + (8-7,6)^2 + (10-7,6)^2}{6-1}$$

$$s_2^2 = \frac{2,56 + 0,36 + 0,36 + 0,16 + 5,76}{6-1} \quad +0,16$$

$$s_2^2 = 1,87 \rightarrow 1,9$$

$$T = \frac{2,6 - 1,9}{\sqrt{\frac{1}{11} (6 \cdot 2,6^2 + 5 \cdot 1,9^2)}} \cdot \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{7} + \frac{1}{6}}} =$$

$$T = \frac{2,6 - 1,9}{\sqrt{\frac{1}{11} (40,56 + 18,05)}} \cdot \sqrt{\frac{1}{\frac{6+7}{42}}} =$$

$$T = \frac{2,6 - 1,9}{\sqrt{\frac{58,61}{11}}} \cdot \sqrt{\frac{1}{\frac{13}{42}}} = \frac{2,6 - 1,9}{2,3} \cdot 1,78 = -0,34$$

tabeľnica
urjednost $t_{0,025}(11) = 2,201$

$$|T| < t_{0,025}(11) -$$

prilivatauro

H_0

15



9)

	muškarci	žene	Σ
negativan	9 f_{11}	17 f_{12}	26 F_1
pozitivan	14 f_{21}	9 f_{22}	23 F_2
Σ	23 g_1	26 g_2	49 n

$$f_{11}' = \frac{f_1 \cdot g_1}{49} = \frac{26 \cdot 23}{49} = 12,2$$

$$f_{12}' = \frac{f_1 \cdot g_2}{49} = \frac{26 \cdot 26}{49} = 13,7$$

$$f_{21}' = \frac{f_2 \cdot g_1}{49} = \frac{23 \cdot 23}{49} = 10,7$$

$$f_{22}' = \frac{f_2 \cdot g_2}{49} = \frac{23 \cdot 26}{49} = 12,2$$

$$H = \frac{(f_{11} - f_{11}')^2}{f_{11}'} + \frac{(f_{12} - f_{12}')^2}{f_{12}'} + \frac{(f_{21} - f_{21}')^2}{f_{21}'} + \frac{(f_{22} - f_{22}')^2}{f_{22}'}$$

$$H = \frac{10,24}{12,2} + \frac{10,89}{13,7} + \frac{10,89}{10,7} + \frac{10,24}{12,2}$$

$$H =$$

10,15

$$\chi^2_{(r-1)(s-1)} \quad \chi^2_{0,05 (2-1)(2-1)}$$

Mina Božović
31/21

Kolokvijum 2, I grupa

27. maj 2022.

1. Poznato je da napon u električnoj mreži od 210 volti ima normalnu distribuciju sa standardnom devijacijom od 8 volti. Ako je 20 nezavisnih mjerenja dalo rezultate:

208, 216, 215, 228, 210, 224, 212, 213, 224, 218, 206, 209, 208, 218, 220, 206, 209, 210, 212, 200

s pragom značajnosti 0.02 provjerite pretpostavku da je došlo do pada srednjeg napona u električnoj mreži.

2. Prinos na poljoprivrednom gazdinstvu je 5 tona pšenice po hektaru sa standardnom devijacijom 0.5 tona po hektaru. 10 nezavisnih mjerenja dalo je sljedeće rezultate

5, 4.7, 5.1, 3.9, 4.2, 4.6, 4.7, 4.9, 5.2, 5.1.

S pragom značajnosti 0.04 provjeriti da li je pretpostavljeni prinos tačan ili se smanjio.

3. Ispitivan je broj fabrika u nekoliko gradova iste veličine u dvije države i rezultati su zabilježeni u tabeli

$\alpha = 0,05$

D1	4	6	7	9	6	7	8
D2	6	7	7	8	8	10	

Testirajte hipotezu da je broj fabrika u gradovima prve države manji od broja fabrika druge države.

4. U jednoj fabrici provedena je anketa među 23 radnika i 26 radnica te je ispitivan stav prema doktoru u ambulanti. Iz dobijenih odgovora moglo se zaključiti je li stav prema doktoru u cjelini pozitivan ili negativan. Budući da je doktor u toj ambulanti bila žena, postavljeno je pitanje razlikuju li se muškarci od žena u stavu prema toj doktorici. Dobijeni su ovi rezultati

	muškarci	žene	Σ
negativan	9	17	26
pozitivan	14	9	23
Σ	23	26	49

Uz prag značajnosti $\alpha = 0.2$ testirajte da li je muškarci i žene imaju isti stav prema doktorici.

5. U jednoj fabrici provedena je anketa medju 26 radnika i 23 radnice te je ispitivan stav prema doktoru u ambulanti. Iz dobijenih odgovora moglo se zaključiti je li stav prema doktoru u cjelini pozitivan ili negativan. Budući da je doktor u toj ambulanti bila žena, postavljeno je pitanje razlikuju li se muškarci od žena u stavu prema toj doktorici. Dobijeni su ovi rezultati

	muškarci	žene	Σ
negativan	9	17	26
pozitivan	17	6	23
Σ	26	23	49

Uz prag značajnosti $\alpha = 0.2$ testirajte da li je muškarci i žene imaju isti stav prema doktorici.

Radi mo pomoću testa (Varijansa poznata)

1. $\mu = 210V$

$$\bar{X}_{20} = \frac{208+216+215+228+210+224+210+213+224+218...}{20}$$

$\sigma = 8V$

$n = 20$

~~$\bar{X}_{20} = 210$~~

$Z_{\alpha} = 0,102$

$$T = \frac{\bar{X}_n - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{4266 - 210}{8 / \sqrt{20}} = \frac{4266 - 210}{8 / 4,47} =$$

5/15

$$= \frac{4056}{1,78} = 2278,65 \text{ } \text{manje??}$$

$Z_{\alpha} = 0,102$

$Z_{0,102} (n-1)$

$Z_{0,102} (19) = 2,539$

$T > Z_{\alpha}$

~~$T > Z_{0,102} (19)$~~

Ne odbacujemo H_0

2.

D_1	4	6	7	9	6	7	8
D_2	6	7	7	8	8	10	

$$T = \frac{2}{2,66} = 0,75$$

$\alpha = 0,05$

$T = \frac{S_1^2}{S_2^2} \Rightarrow$ *manje gore stavljamo manje broj*

Radi mo test: Uprorjedivnost varijansi

$$\bar{X}_1 = \frac{4+6+7+9+6+7+8}{7} = \frac{47}{7} = 6,71 \sim 7$$

$$\bar{X}_2 = \frac{6+7+7+8+8+10}{6} = \frac{46}{6} = 7,66 \sim 8$$

3/15

$$S_1^2 = \frac{(4-7)^2 + (6-7)^2 + (7-7)^2 + (9-7)^2 + (6-7)^2 + (7-7)^2 + (8-7)^2}{7-1} =$$

$$= \frac{9+1+0+4+1+0+1}{6} = \frac{16}{6} = 2,66$$

$$S_2^2 = \frac{(6-8)^2 + (7-8)^2 + (7-8)^2 + (8-8)^2 + (8-8)^2 + (10-8)^2}{6-1} = \frac{4+1+1+0+0+4}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

test!

$$f_{\frac{\alpha}{2}}(n_1-1, n_2-2) = \text{progresan}$$

nisam mogla da ~~naizmam~~ na kraju za f_{α} nisam imala tabelu (odgovorajuću) tj. nije bila na sahtu.

$$f_{0,025}(7-1, 6-1)$$

$$f_{0,025}(6,5) =$$

$$f_{1-0,025} = f_{0,99}$$

Ne prihvatamo ~~A~~ ~~u slučaju da je~~ hipotezu $T < f_{0,025}$

$$f_{0,99} < T < f_{0,025}$$

	mušic.	žene	Σ	Test nezavisnosti 2 varijabli
negativan	pozitivan 9 F_{11}	17 F_{12}	26 F_1	
pozitivan	17 F_{21}	9 F_{22}	23 F_2	
Σ	26 (g_1)	23 (g_2)	49 n	

$$\alpha = 0,2$$

$$H = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^l \frac{(f_{ij} - f_{ij}^e)^2}{f_{ij}^e}$$

$$H = \frac{(f_{11} - f_{11}^e)^2}{f_{11}^e} + \dots$$

$$H = \frac{(9-5)^2}{5} + \frac{(17-7)^2}{7}$$

$$F_{11}^e = \frac{F_{11} \cdot g_1}{n} = \frac{9 \cdot 26}{49} = 4,77 \sim 5$$

$$F_{12}^e = \frac{17 \cdot 26}{49} = 7,42 \sim 7$$

$$F_{17}^e = \frac{17 \cdot 23}{49} = 7,97 \sim 8$$

$$F_{9}^e = \frac{9 \cdot 23}{49} = 4,22 \sim 4$$

$$+ \frac{(17-8)^2}{8} + \frac{(9-4)^2}{9}$$

$$= \frac{16}{5} + \frac{79}{7} + \frac{81}{8} + \frac{25}{9}$$

$$= \left(\frac{16 \cdot 7}{5 \cdot 7} + \frac{49 \cdot 5}{7 \cdot 5} \right) + \left(\frac{81 \cdot 8}{8 \cdot 8} + \frac{25 \cdot 8}{9 \cdot 8} \right)$$

$$= \frac{112 + 245}{35} + \frac{729 + 200}{72} \Rightarrow$$

$$\frac{3572}{35 \cdot 72} + \frac{929 \cdot 35}{72 \cdot 35} = \frac{25704}{2520} + \frac{32515}{2520} = \frac{58219}{2520} \approx 23,1$$

$$H = 23,1$$

$$L = 0,2$$

$$H > X_{0,2}(2-1)(2-1)$$

$$H > X_{0,2}(1,1)$$

15



$$X_{0,2}(1) = 1,64$$

$$H > X_{0,2}(1,64) = \text{variable sy nezavisny}$$

↑
Nastava 3. zadatky

Kolokvijum 2, I grupa

27. maj 2022.

1. Vlasnik tvrdi da je količina CO₂ u vazduhu u blizini fabrike X jednaka 3.0 μg po m³ sa standardnom devijacijom 0.5 μg po m³. Mjesenjem 18 dana zaredom, dobijeni su rezultati:

3.8, 3.6, 3.5, 3.8, 3.1, 3.4, 3.2, 3.3, 3.4, 3.8, 3.6, 3.9, 3.8, 3.8, 3.0, 2.5 $\Rightarrow 16$

S pragom značajnosti 0.03 provjerite tvrdnju proizvođača.

2. Ispitivane su ocjene iz matematike dvije grupe studenata i rezultati su zabilježeni u tabeli

G1	7	8	9	9	9	10	10
G2	6	7	7	8	8	10	

Testirajte hipotezu da je prva grupa bila bolja iz matematike od druge grupe.

3. U jednoj fabrici provedena je anketa među 30 radnika i 20 radnica te je ispitivan stav prema doktoru u ambulanti. Iz dobijenih odgovora moglo se zaključiti je li stav prema doktoru u cjelini pozitivan ili negativan. Budući da je doktor u toj ambulanti bila žena, postavljeno je pitanje razlikuju li se muškarci od žena u stavu prema toj doktorici. Dobijeni su ovi rezultati

	muškarci	žene	Σ
negativan	9	17	26
pozitivan	21	3	24
Σ	30	20	50

Uz prag značajnosti $\alpha = 0.2$ testirajte da li je muškarci i žene imaju isti stav prema doktorici.

$$\mu = 3.0 \mu\text{g}/\text{m}^3$$

$$\sigma = 0.5 \mu\text{g}/\text{m}^3$$

$$n = 16$$

$$\bar{X}_{16} = \frac{3.8 + 3.6 + 3.5 + \dots}{16} = \frac{55.5}{16} = 3.46$$

$$T = \frac{\bar{X}_n - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{3.46 - 3.0}{0.5/\sqrt{16}} = \frac{0.46}{1.25} = 0.3$$

$$Z_{0.03} = 1.88$$

$$0.3 < 1.88$$

$$T < -Z_{0.03} \rightarrow \text{odbacujemo } H_0$$

$$5/1 \leq$$

potvrđujemo

$$h_1 = 7$$

$$h_2 = 6$$

$$\bar{X}_1 = \frac{7+8+\dots+10}{7} = \frac{62}{7} = 8.85 \rightarrow 8.9$$

$$\bar{X}_2 = \frac{6+7+\dots+10}{6} = 7.66 \rightarrow 7.7$$

$$S_1^2 = \frac{(7-8.9)^2 + (8-8.9)^2 + \dots}{7-1} = 0.94 \rightarrow 0.9$$

$$S_2^2 = \frac{(6-7.7)^2 + (7-7.7)^2 + \dots}{6-1} = \frac{9.34}{5} = 1.86 \rightarrow 1.7$$

$$T = \frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{0.9}{1.7} = 0.52$$

$$F_{0.05} \leq T \quad H_0 \text{ se prihvata}$$

progresan
test

~~90~~

	9	17	26
1.	21	3	24
2.	30	20	50
	50		50

H

$$i = 1, 2$$

$$j = 1, 2$$

$$n_1 = 30 \Rightarrow 50$$

$$n_2 = 20$$

$$H = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^k \left(\frac{f_{ij} - f_{ij}'}{f_{ij}} \right)^2$$

2

$$f_{11}' = \frac{30 \cdot 26}{50} = 15.6$$

$$f_{21}' = \frac{20 \cdot 24}{50} = 9.6$$

$$H = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \left(\frac{f_{ij} - f_{ij}'}{f_{ij}} \right)^2 = \frac{f}{\quad}$$

$$\chi_{0.2}^2 ((2-1)(2-1)) = 1.282$$

Kolokvijum 2, I grupa

27. maj 2022.

1. Poznato je da napon u električnoj mreži od 210 volti ima normalnu distribuciju sa standardnom devijacijom od 8 volti. Ako je 20 nezavisnih mjerenja dalo rezultate:

208, 216, 215, 228, 210, 224, 212, 213, 224, 218, 206, 209, 208, 218, 220, 206, 209, 210, 212, 200

s pragom značajnosti 0.02 provjerite pretpostavku da je došlo do pada srednjeg napona u električnoj mreži.

2. Prinos na poljoprivrednom gazdinstvu je 5 tona pšenice po hektaru sa standardnom devijacijom 0.5 tona po hektaru. 10 nezavisnih mjerenja dalo je sljedeće rezultate

5, 4.7, 5.1, 3.9, 4.2, 4.6, 4.7, 4.9, 5.2, 5.1.

S pragom značajnosti 0.04 provjeriti da li je pretpostavljeni prinos tačan ili se smanjio.

3. Ispitivan je broj fabrika u nekoliko gradova iste veličine u dvije države i rezultati su zabilježeni u tabeli

D1	4	6	7	9	6	7	8
D2	6	7	7	8	8	10	

 $\alpha = 0,05$

Testirajte hipotezu da je broj fabrika u gradovima prve države manji od broja fabrika druge države.

4. U jednoj fabrici provedena je anketa medju 23 radnika i 26 radnica te je ispitivan stav prema doktoru u ambulanti. Iz dobijenih odgovora moglo se zaključiti je li stav prema doktoru u cjelini pozitivan ili negativan. Budući da je doktor u toj ambulanti bila žena, postavljeno je pitanje razlikuju li se muškarci od žena u stavu prema toj doktorici. Dobijeni su ovi rezultati

	muškarci	žene	Σ
negativan	9	17	26
pozitivan	14	9	23
Σ	23	26	49

Uz prag značajnosti $\alpha = 0.2$ testirajte da li je muškarci i žene imaju isti stav prema doktorici.

5. U jednoj fabrici provedena je anketa medju 26 radnika i 23 radnice te je ispiti-
van stav prema doktoru u ambulanti. Iz dobijenih odgovora moglo se zaključiti
je li stav prema doktoru u cjelini pozitivan ili negativan. Budući da je doktor
u toj ambulanti bila žena, postavljeno je pitanje razlikuju li se muškarci od
žena u stavu prema toj doktorici. Dobijeni su ovi rezultati

	muškarci	žene	Σ
negativan	9	17	26
pozitivan	17	6	23
Σ	26	23	49

Uz prag značajnosti $\alpha = 0.2$ testirajte da li je muškarci i žene imaju isti stav prema doktorici.

$\mu = 210V$

$\sigma = 8V$

$n = 20, \alpha = 0,02$

~~0,02~~
~~0,05~~

$H_0: \mu = \mu_0 = 210$

$H_1: \mu < 210$

$\bar{x}_{20} = \frac{208 + 216 + 215 + \dots + 200}{20} = \frac{4266}{20} = 213,3$

test statistics: $T = \frac{\bar{x}_n - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{213,3 - 210}{8/\sqrt{20}} = \frac{3,3}{1,81} = 1,82$

$z_{0,02} = 0,96$



$T > z_{\alpha} \rightarrow$ odbacujemo H_0

✓

~~⊗~~ $T < -z_{\alpha}$

$T < -z_{\alpha/2}$,

odbacujemo H_0 , tj. dosta je do pacih nepora.

~~28~~

15

4.

	1.	2.	
-	9 f_{11}	17 f_{12}	26 $f_{1.}$
+	14 f_{21}	9 f_{22}	23 $f_{2.}$
Σ	23 g_1	26 g_2	49 $(n=49)$

$d = 0,2$

$$f_{11}' = \frac{f_{1.} \cdot g_1}{n} = \frac{26 \cdot 23}{49} = 12,2$$

$$f_{12}' = \frac{f_{1.} \cdot g_2}{n} = \frac{26 \cdot 26}{49} = 13,7$$

$$f_{21}' = \frac{f_{2.} \cdot g_1}{n} = \frac{23 \cdot 23}{49} = 10,7$$

$$f_{22}' = \frac{f_{2.} \cdot g_2}{n} = \frac{23 \cdot 26}{49} = 12,2$$

$$\begin{aligned}
 H &= \frac{(f_{11} - f_{11}')^2}{f_{11}'} + \frac{(f_{12} - f_{12}')^2}{f_{12}'} + \frac{(f_{21} - f_{21}')^2}{f_{21}'} + \frac{(f_{22} - f_{22}')^2}{f_{22}'} = \\
 &= \frac{(9 - 12,2)^2}{12,2} + \frac{(17 - 13,7)^2}{13,7} + \frac{(14 - 10,7)^2}{10,7} + \frac{(9 - 12,2)^2}{12,2} = \\
 &= \frac{10,24}{12,2} + \frac{10,89}{13,7} + \frac{10,89}{10,7} + \frac{10,24}{12,2} = \\
 &= 0,83 + 0,79 + 1,01 + 0,83 = 3,46
 \end{aligned}$$

$$\chi^2_{0,2} (2-1) \cdot (2-1) = \chi^2_{0,2} (1) = 5,421$$

✓ 14/15

$H < \chi^2_{0,2}(1)$ — ne možemo odbaciti H_0
 (isto je H_0 ?)

$\alpha = 0,05$

$H_0: \mu_1 = \mu_2$

$H_1: \mu_1 < \mu_2$

D_1	4	6	7	9	6	7	8
D_2	6	7	7	8	8	10	

$\bar{X}_1 = \frac{4+6+7+9+6+7+8}{7} = 6,71$

$\bar{X}_2 = \frac{6+7+7+8+8+10}{6} = 7,66$

$S_1^2 = \frac{(4-6,71)^2 + (6-6,71)^2 + (7-6,71)^2 + (9-6,71)^2 + (6-6,71)^2 + (7-6,71)^2 + (8-6,71)^2}{7-1}$
 $= \frac{7,34 + 0,504 + 0,084 + 5,24 + 0,504 + 0,084 + 1,66}{6} = \frac{15,41}{6} = 2,56$ 15

$S_2^2 = \frac{(6-7,66)^2 + (7-7,66)^2 + (7-7,66)^2 + (8-7,66)^2 + (8-7,66)^2 + (10-7,66)^2}{6-1}$
 $= \frac{2,75 + 0,86 + 0,86 + 0,23 + 0,23 + 5,47}{5} = \frac{9,31}{5} = 1,86$

Test statistics:

$T = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{S_2} \cdot \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$
 $= \frac{6,71 - 7,66}{1,49} \cdot \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{7} + \frac{1}{6}}}$
 $= -\frac{0,95}{1,49} \cdot 0,55 = -0,35$

$\alpha_{0,05}(11) = 19,675$ $|T| < z_{0,05}(11) \rightarrow$ prihvatamo H_0 (ne možemo odbaciti)

$$S_{2y}^2 = \frac{1}{7+6-2} \cdot ((7-1) \cdot S_1^2 + (6-1) \cdot S_2^2) =$$

$$= \frac{1}{11} \cdot (6 \cdot S_1^2 + 5 \cdot S_2^2) =$$

$$= \frac{1}{11} \cdot ((6 \cdot 2,56) + (5 \cdot 1,86)) =$$

$$= \frac{1}{11} \cdot (15,36 + 2,3) = \frac{1}{11} \cdot 24,66 = 2,24$$

$$\Rightarrow \text{~~2,24~~} \quad S = \sqrt{S^2} = \sqrt{2,24} = 1,49$$

Baranović Ksenija 47/29

Kolokvijum 2, I grupa

27. maj 2022.

1. Na osnovu mjerenja iz 1980., prosječna dioptrija kod 35-godišnjaka je 0.5 sa standardnom devijacijom 1. Ispitivanje je ponovo vršeno 2020. i na uzorku od 20 ljudi, dobijene su sljedeće vrijednosti

1.5, 0.7, 0.5, 0.0, 0.2, 1.6, 4.7, 3.9, 2.2, 2.1, 2.5, 1.7, 2.5, 1.0, 0.1, 0.6, 0.7, 2.9, 1.2, 1.1

S pragom značajnosti 0.04 provjeriti da li je dioptrija povećana.

2. Ispituje se efekat lijeka na crncima i bijelcima. Na 15 crnih (C) i 14 bijelih (B) pacijenata registrovane su sljedeće fužine oporavka

B 36, 35, 31, 29, 30, 36, 27, 28, 30, 37, 33, 25, 32, 26, 31

C 26, 25, 21, 39, 20, 26, 25, 26, 32, 32, 31, 26, 30, 25

Testirajte hipotezu da lijek bolje djeluje na crnce.

3. U jednoj fabrici provedena je anketa medju 23 radnika i 26 radnica te je ispitivan stav prema doktoru u ambulanti. Iz dobijenih odgovora moglo se zaključiti je li stav prema doktoru u cjelini pozitivan ili negativan. Budući da je doktor u toj ambulanti bila žena, postavljeno je pitanje razlikuju li se muškarci od žena u stavu prema toj doktorici. Dobijeni su ovi rezultati

	muškarci	žene	Σ
negativan	9	17	26
pozitivan	14	9	23
Σ	23	26	49

Uz prag značajnosti $\alpha = 0.2$ testirajte da li je muškarci i žene imaju isti stav prema doktorici.

① $\mu = 0,5$ 1,5, 0,7, 0,5, 0,0, 0,2, 1,6, 4,7, 3,9, 2,2, 2,1,
 $S = 1$ 2,5, 1,7, 2,5, 1,0, 0,1, 0,6, 0,7, 2,9, 1,2, 1,1
 $n = 20$
 $\alpha = 0,04$

$$\bar{X}_{20} = \frac{1,5 + 0,7 + 0,5 + \dots + 1,1}{20} = \frac{31,7}{20} = 1,585$$

$$H_0: \mu = 0,5$$

- Test statistica:

$$T = \frac{\bar{X}_n - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{1,585 - 0,5}{\left(\frac{1}{\sqrt{20}}\right)} = \frac{1,085}{\frac{1}{4,47}} = \frac{1,085}{0,22} = 4,93$$

* Tablica vrijednosti

15

$$Z_{0,04} = 1,645$$

$T > Z_{0,04}$ - odbacujemo H_0

② 15 crnih (B) i 14 bijelih (E)

B - 36, 35, 31, 29, 30, 36, 27, 28, 30, 37, 33, 25, 32, 26, 31

E - 26, 25, 21, 39, 20, 26, 25, 26, 32, 32, 31, 26, 30, 25

$$\bar{X}_1 = \frac{36 + 35 + 31 + \dots + 31}{15} = \frac{466}{15} = 31,06$$

$$\bar{X}_2 = \frac{26 + 25 + 21 + \dots + 25}{14} = \frac{384}{14} = 27,42$$

$$S_1^2 = \frac{(36 - \bar{X}_1)^2 + (35 - \bar{X}_1)^2 + \dots + (31 - \bar{X}_1)^2}{15 - 1} = 198,88$$

$$S_2^2 = 24,46 + 15,52 + 0,0036 + 4,24 + 1,12 + 24,40 + 16,48 + 9,36 + 1,12 + 35,28 + 3,76 + 36,72 + 0,88 + 25,60 + 0,0036$$

$$S_2^2 = 14,20$$

$$S_2^2 = \frac{(26 - 27,42)^2 + (25 - 27,42)^2 + \dots + (25 - 27,42)^2}{44 - 1}$$

$$S_2^2 = 2,01 + 5,85 + 41,21 + 134,09 + 55,05 + 2,01 + 5,85 + 2,01 + 20,97 + 20,97 + 12,81 + 2,01 + 6,65 + 5,85$$

$$S_2^2 = \frac{317,34}{13} = 24,41 \quad 3/15$$

$$T = \frac{S_1^2}{S_2^2} = 0,58$$

progresam test!

~~...~~ $H_0: \mu_1 > \mu_2$

3

	muicuri	Zene	Σ
neg.	9 f_{11}	17 f_{12}	26 f_1
poz.	14 f_{21}	9 f_{22}	23 f_2
Σ	$g_1 = 23$	$g_2 = 26$	$n = 49$

$\alpha = 0,2$

$$f_{11}' = \frac{f_1 \cdot g_1}{n} = \frac{26 \cdot 23}{49} = 12,20$$

$$f_{12}' = \frac{f_1 \cdot g_2}{n} = \frac{26 \cdot 26}{49} = 13,7$$

$$f_{21}' = \frac{f_2 \cdot g_1}{n} = \frac{23 \cdot 23}{49} = 10,7 \quad 5/15$$

$$f_{22}' = \frac{f_2 \cdot g_2}{n} = \frac{23 \cdot 26}{49} = 12,2$$

$$H = \frac{(f_{11} - f_{11}')^2}{f_{11}'} + \frac{(f_{12} - f_{12}')^2}{f_{12}'} + \frac{(f_{21} - f_{21}')^2}{f_{21}'} + \frac{(f_{22} - f_{22}')^2}{f_{22}'}$$

$$H = 0,83 + 0,79 + 1,00 + 0,83 = 3,46$$

Kolokvijum 2, I grupa

27. maj 2022.

1. Poznato je da napon u električnoj mreži od 210 volti ima normalnu distribuciju sa standardnom devijacijom od 8 volti. Ako je 20 nezavisnih mjerenja dalo rezultate:

208, 216, 215, 228, 210, 224, 212, 213, 224, 218, 206, 209, 208, 218, 220, 206, 209, 210, 212, 200

s pragom značajnosti 0.02 provjerite pretpostavku da je došlo do pada srednjeg napona u električnoj mreži.

2. Prinos na poljoprivrednom gazdinstvu je 5 tona pšenice po hektaru sa standardnom devijacijom 0.5 tona po hektaru. 10 nezavisnih mjerenja dalo je sljedeće rezultate

5, 4.7, 5.1, 3.9, 4.2, 4.6, 4.7, 4.9, 5.2, 5.1.

S pragom značajnosti 0.04 provjeriti da li je pretpostavljeni prinos tačan ili se smanjio.

3. Ispitivan je broj fabrika u nekoliko gradova iste veličine u dvije države i rezultati su zabilježeni u tabeli

D1	4	6	7	9	6	7	8
D2	6	7	7	8	8	10	

Testirajte hipotezu da je broj fabrika u gradovima prve države manji od broja fabrika druge države.

4. U jednoj fabrici provedena je anketa medju 23 radnika i 26 radnica te je ispitivan stav prema doktoru u ambulanti. Iz dobijenih odgovora moglo se zaključiti je li stav prema doktoru u cjelini pozitivan ili negativan. Budući da je doktor u toj ambulanti bila žena, postavljeno je pitanje razlikuju li se muškarci od žena u stavu prema toj doktorici. Dobijeni su ovi rezultati

	muškarci	žene	Σ
negativan	9	17	26
pozitivan	14	9	23
Σ	23	26	49

Uz prag značajnosti $\alpha = 0.2$ testirajte da li je muškarci i žene imaju isti stav prema doktorici.

5. U jednoj fabrici provedena je anketa među 26 radnika i 23 radnice te je ispiti-
van stav prema doktoru u ambulanti. Iz dobijenih odgovora moglo se zaključiti
je li stav prema doktoru u cjelini pozitivan ili negativan. Budući da je doktor
u toj ambulanti bila žena, postavljeno je pitanje razlikuju li se muškarci od
žena u stavu prema toj doktorici. Dobijeni su ovi rezultati

	muškarci	žene	Σ
negativan	9	17	26
pozitivan	17	6	23
Σ	26	23	49

Uz prag značajnosti $\alpha = 0.2$ testirajte da li je muškarci i žene imaju isti stav prema doktorici.

$$\mu = 8 \quad \mu_0 = 210 \quad n = 20$$

Aras Varijety 21/11

$$1) H_0: \mu = 210$$

$$Z = \frac{\bar{X}_n - \mu_0}{s} \cdot \sqrt{n}$$

$$\bar{X}_{20} = \frac{208 + 210 + 215 + \dots + 212 + 200}{20} = \frac{4260}{20} = 213,3$$

$$Z = \frac{213,3 - 210}{8} \sqrt{20} = \frac{3,3}{8} \cdot 4,472 = 0,4125 \cdot 4,472 = 1,8467$$

$$Z = 1,8467$$

$$Z_0 = \underline{Z_{0,02}} = 2,5758 \quad 0,9656$$

nama? 14/15

~~Revisi~~ ~~Ke-normalean data~~

$Z > Z_{0,02}$ H_0 ditolak. Dosis je do pada u elektricnoj mrezi

3)

$$\bar{X}_1 = \frac{4+6+7+9+6+7+8}{7} = \frac{47}{7} = 6,7142$$

$$\bar{X}_2 = \frac{6+7+7+8+8+10}{6} = \frac{46}{6} = 7,6667$$

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$T = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{s} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

$$s^2 = \frac{1}{n_1 + n_2 - 2} \cdot ((n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2)$$

$$S_1^2 = \frac{(4-6,7142)^2 + (6-6,7142)^2 + (7-6,7142)^2 + (9-6,7142)^2 + (6-6,7142)^2 + (7-6,7142)^2 + (8-6,7142)^2}{7-1=6}$$

$$S_1^2 = \frac{7,966 + 0,51 + 0,082 + 5,125 + 0,51 + 0,082 + 1,653}{6} = \frac{14,918}{6} = 2,486$$

$$S_2^2 = \frac{(6-7,6667)^2 + (7-7,6667)^2 + (7-7,6667)^2 + (8-7,6667)^2 + (8-7,6667)^2 + (10-7,6667)^2}{6-1=5}$$

$$S_2^2 = \frac{2,779 + 0,445 + 0,445 + 0,111 + 0,111 + 5,443}{5} = \frac{9,333}{5} = 1,8666$$

$$S^2 = \frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2} = \frac{7 \cdot 2,486 + 5 \cdot 1,8666}{7+6-2} = \frac{14,396 + 9,333}{11} = \frac{24,729}{11}$$

$$S^2 = 2,204 \quad s = 1,485$$

$$T = \frac{6,7742 - 7,6667}{1,485} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{7} + \frac{1}{6}}}$$

~~$$T = \frac{6,7742 - 7,6667}{1,485} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{7} + \frac{1}{6}}} = 0,6446$$~~

~~$$T = 0,6446$$~~

$$T = \frac{-0,9525}{1,485 \cdot \sqrt{1,81} = 1,345} = \frac{-0,9525}{1,397} = -0,477$$

$$t_{\alpha}(n_1+n_2-2) = t_{0,05}(11) = 2,201$$

15

~~$$T < t_{0,05}$$~~
$$T < t_{0,05} \quad \checkmark$$

H_0 - ne moicinas velbuciti, H_1 - Ne pastety mačājns
 parolksn u brojā fabrika u gredovims

	muškarci	žene	Σ
negativan	9	17	26
pozitivan	16	9	25
Σ	25	26	49

$H_0: X \text{ i } Y$ - nezavisne varijable

$H_1: X \text{ i } Y$ - zavisne varijable

$$d_{11}' = \frac{f_{11}}{n} = \frac{26 \cdot 25}{49} = 12,204$$

$$d_{12}' = \frac{f_{12}}{n} = \frac{26 \cdot 26}{49} = 13,79$$

$$d_{21}' = \frac{f_{21}}{n} = \frac{25 \cdot 25}{49} = 10,795$$

$$d_{22}' = \frac{f_{22}}{n} = \frac{25 \cdot 26}{49} = 12,204$$

	muškarci	žene	Σ
negativan	9 / 12,204	17 / 13,79	26
pozitivan	16 / 10,795	9 / 12,204	25
Σ	25	26	49

$$H = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{(f_{ij} - d_{ij}')^2}{f_{ij}} = \frac{(9 - 12,204)^2}{12,204} + \frac{(17 - 13,79)^2}{13,79} + \frac{(16 - 10,795)^2}{10,795} + \frac{(9 - 12,204)^2}{12,204}$$

$$= \frac{60,778}{12,204} + \frac{10,272}{13,79} + \frac{10,30}{10,795} + \frac{10,265}{12,204} = 4,98 + 0,744 + 0,954$$

$$+ 0,841 = 6,719$$

$$\chi^2_{(r-1)(s-1)} = \chi_{0,2}^2((2-1)(2-1)) = \chi_{0,2}^2(1) = 1,642$$

$$H_0 > 1,642$$

H_0 ~~odbačujemo~~

Ne možemo sa sigurnošću reći da muškarci i žene imaju isti stav prema udžbeniku. Postoji manja razlika.

Kolokvijum 2, I grupa

27. maj 2022.

1. Poznato je da napon u električnoj mreži od 210 volti ima normalnu distribuciju sa standardnom devijacijom od 8 volti. Ako je 20 nezavisnih mjerenja dalo rezultate:
208, 216, 215, 228, 210, 224, 212, 213, 224, 218, 206, 209, 208, 218, 220, 206, 209, 210, 212, 200
s pragom značajnosti 0.02 provjerite pretpostavku da je došlo do pada srednjeg napona u električnoj mreži.
2. Prinos na poljoprivrednom gazdinstvu je 5 tona pšenice po hektaru sa standardnom devijacijom 0.5 tona po hektaru. 10 nezavisnih mjerenja dalo je sljedeće rezultate
5, 4.7, 5.1, 3.9, 4.2, 4.6, 4.7, 4.9, 5.2, 5.1.
S pragom značajnosti 0.04 provjeriti da li je pretpostavljeni prinos tačan ili se smanjio.
3. Ispitivan je broj fabrika u nekoliko gradova iste veličine u dvije države i rezultati su zabilježeni u tabeli

D1	4	6	7	9	6	7	8
D2	6	7	7	8	8	10	

Testirajte hipotezu da je broj fabrika u gradovima prve države manji od broja fabrika druge države.

4. U jednoj fabrici provedena je anketa medju 23 radnika i 26 radnica te je ispitivan stav prema doktoru u ambulanti. Iz dobijenih odgovora moglo se zaključiti je li stav prema doktoru u cjelini pozitivan ili negativan. Budući da je doktor u toj ambulanti bila žena, postavljeno je pitanje razlikuju li se muškarci od žena u stavu prema toj doktorici. Dobijeni su ovi rezultati

	muškarci	žene	Σ	f
negativan	9 F_{11}	17 F_{21}	26	f_1
pozitivan	14 F_{21}	9 F_{22}	23	f_2
Σ	g_1 23	g_2 26	49	n

Uz prag značajnosti $\alpha = 0.2$ testirajte da li je muškarci i žene imaju isti stav prema doktorici.

5. U jednoj fabrici provedena je anketa medju 26 radnika i 23 radnice te je ispiti-
van stav prema doktoru u ambulanti. Iz dobijenih odgovora moglo se zaključiti
je li stav prema doktoru u cjelini pozitivan ili negativan. Budući da je doktor
u toj ambulanti bila žena, postavljeno je pitanje razlikuju li se muškarci od
žena u stavu prema toj doktorici. Dobijeni su ovi rezultati

	muškarci	žene	Σ
negativan	9	17	26
pozitivan	17	6	23
Σ	26	23	49

Uz prag značajnosti $\alpha = 0.2$ testirajte da li je muškarci i žene imaju isti stav prema doktorici.

POZNATA VARIJANSA

$\mu = 210V$
 $\sigma = 8V$

$\bar{X}_{20} = \frac{208 + 216 + 215 + \dots + 200}{20} = 213.3$

$L = 20$
 $\alpha = 0.01$

$= \frac{213.3 - 210}{\left(\frac{8}{\sqrt{20}}\right)} = \frac{3.3}{1.78} = 1.85$

✓ 14/15

~~$Z_{0.01} = 2.325$~~

PRIHVATAMO H_0

56 je

~~H_0~~

srednjih vrijednosti!

(zašto?)

regresan test!

UPOREĐIVANJE VARIJANSI

$\bar{X}_1 = 6.71$

$\bar{X}_2 = 7.66$

$S_1^2 = \frac{(4 - 6.71)^2 + (6 - 6.71)^2 + \dots + (8 - 6.71)^2}{6} = \frac{7.34 + 0.5 + 0.08 + 5.24 + 0.57008}{6} = \frac{15.4}{6} = 2.56$

← VEĆI BROJ

3/15

$S_2^2 = \frac{(6 - 7.66)^2 + (7 - 7.66)^2 + \dots + (10 - 7.66)^2}{5} = \frac{2.75 + 0.43 + 0.43 + 0.11 + 0.11 + 5.47}{5} = \frac{9.3}{5} = 1.86$

← MANJI BROJ

$T = \frac{S_2^2}{S_1^2} = 0.7265$

$= (n_1 - 1, n_2 - 1) = (6, 5)$

~~$f_{0.01}(6, 5)$~~ $= f_{\frac{0.05}{2}}(6, 5) = f_{0.025}(6, 5) =$

③ TEST NEZAVISNOSTI DVIJE VARIJABLE

$$f'_{11} = \frac{f_{11} g_{11}}{49} = \frac{26 \cdot 23}{49} = 12.2$$

$$f'_{12} = \frac{f_{12} g_{21}}{49} = \frac{26 \cdot 26}{49} = 13.7$$

$$f'_{21} = \frac{f_{21} g_{11}}{49} = \frac{23 \cdot 23}{49} = 10.8$$

$$f'_{22} = \frac{f_{22} g_{22}}{49} = \frac{26 \cdot 23}{49} = 12.2$$

$$H = \frac{(f_{11} - f'_{11})^2}{f'_{11}} + \frac{(f_{12} - f'_{12})^2}{f'_{12}} + \frac{(f_{21} - f'_{21})^2}{f'_{21}} + \frac{(f_{22} - f'_{22})^2}{f'_{22}} =$$

$$= \frac{(9 - 12.2)^2}{12.2} + \frac{(17 - 13.7)^2}{13.7} + \frac{(14 - 10.8)^2}{10.8} + \frac{(9 - 12.2)^2}{12.2} =$$

$$= 0.83 + 0.79 + 0.94 + 0.83 = \underline{3.39}$$

$$\chi^2_{0.2} ((2-1)(2-1)) = \chi^2_{0.2}(1) = \underline{1.64}$$

✓ 15

$H > \chi^2_{0.2}(1)$ - odbacujemo hipotezu, muškarci i žene rade isti stvar

Kolokvijum 2, I grupa

27. maj 2022.

1. Na osnovu mjerenja iz 1980., prosječna dioptrija kod 35-godišnjaka je 0.5 sa standardnom devijacijom 1. Ispitivanje je ponovo vršeno 2020. i na uzorku od 20 ljudi, dobijene su sljedeće vrijednosti

1.5, 0.7, 0.5, 0.0, 0.2, 1.6, 4.7, 3.9, 2.2, 2.1, 2.5, 1.7, 2.5, 1.0, 0.1, 0.6, 0.7, 2.9, 1.2, 1.1

S pragom značajnosti 0.04 provjeriti da li je dioptrija povećana.

2. Ispituje se efekat lijeka na crncima i bijelcima. Na 15 crnih (C) i 14 bijelih (B) pacijenata registrovane su sljedeće fužine oporavka

B 36, 35, 31, 29, 30, 36, 27, 28, 30, 37, 33, 25, 32, 26, 31

C 26, 25, 21, 39, 20, 26, 25, 26, 32, 32, 31, 26, 30, 25

Testirajte hipotezu da lijek bolje djeluje na crnce.

3. U jednoj fabrici provedena je anketa medju 23 radnika i 26 radnica te je ispitivan stav prema doktoru u ambulanti. Iz dobijenih odgovora moglo se zaključiti je li stav prema doktoru u cjelini pozitivan ili negativan. Budući da je doktor u toj ambulanti bila žena, postavljeno je pitanje razlikuju li se muškarci od žena u stavu prema toj doktorici. Dobijeni su ovi rezultati

	muškarci	žene	Σ
negativan	9	17	26
pozitivan	14	9	23
Σ	23	26	49

$f_1 = 26$
 $f_2 = 23$
 $n = 49$

Uz prag značajnosti $\alpha = 0.2$ testirajte da li je muškarci i žene imaju isti stav prema doktorici.

$\alpha = 0.2$

$$f_{11}' = \frac{f_1 \cdot g_1}{n} = \frac{26 \cdot 23}{49} = 12,2$$

$$f_{12}' = \frac{f_1 \cdot g_2}{n} = \frac{26 \cdot 26}{49} = 13,7$$

$$f_{21}' = \frac{f_2 \cdot g_1}{n} = \frac{23 \cdot 23}{49} = 10,7$$

$$f_{22}' = \frac{f_2 \cdot g_2}{n} = \frac{23 \cdot 26}{49} = 12,2$$

~~2/4~~

$$H = \frac{(f_{11} - f_{11}')^2}{f_{11}'} + \frac{(f_{12} - f_{12}')^2}{f_{12}'} + \frac{(f_{21} - f_{21}')^2}{f_{21}'} + \frac{(f_{22} - f_{22}')^2}{f_{22}'}$$

$$H = \frac{(5 - 12,2)^2}{12,2} + \frac{(17 - 13,7)^2}{13,7} + \frac{(14 - 10,7)^2}{10,7} + \frac{(5 - 12,2)^2}{12,2}$$

$$H = \frac{10,24}{12,2} + \frac{10,89}{13,7} + \frac{10,89}{10,7} + \frac{10,24}{12,2}$$

$$H = 0,8 + 0,7 + 1,0 + 0,8$$

$$H = 3,3$$

$$\alpha = 0,2$$

$$\chi_{0,2}^2 ((4-1)(3-1)) = \chi_{0,2}^2 (6) = \underline{\underline{12,6}}$$

is it correct?

$\mu = 1$
 $n = 20$

~~1,5, 0,7, 0,5, 0,0, ..., 1,1~~

$$\bar{X}_n = \frac{1,5 + 0,7 + 0,5 + 0,0 + \dots + 1,1}{20}$$

$$\bar{X}_n = \frac{31,7}{20}$$

$$\mu = 0,5$$

povećala se
dioptrija

$$\bar{X}_n = 1,58$$

$$T = \frac{\bar{X}_n - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{1,58 - 0,5}{\left(\frac{1}{\sqrt{20}}\right)} = \frac{1,08}{\frac{1}{4,47}} = \frac{1,08}{0,22} = \underline{\underline{4,90}}$$

zaključiti?

$$\underline{\underline{T = 4,90}}$$

$$Z_{0,04} =$$



2) B - podaci
C - podaci

$$n_1 = 15$$

$$n_2 = 14$$

$$\bar{X}_1 = \frac{36 + 35 + 31 + 29 + \dots + 31}{15}$$

$$\bar{X}_1 = \frac{466}{15}$$

$$\bar{X}_1 = \underline{\underline{31,07}}$$

$$\bar{X}_2 = \frac{26 + 25 + 21 + 39 + \dots + 25}{14}$$

$$\bar{X}_2 = \frac{384}{14}$$

$$\bar{X}_2 = \underline{\underline{27,43}}$$

$$S_1^2 = \frac{(36-31)^2 + (35-31)^2 + (31-31)^2 + (29-31)^2 + (30-31)^2 + (36-31)^2 + (27-31)^2 + (28-31)^2}{15-1}$$

$$+ (35-31)^2 + (37-31)^2 + (33-31)^2 + (25-31)^2 + (32-31)^2 + (26-31)^2 + (31-31)^2$$
$$\underline{\underline{15-1}}$$

$$S_1^2 = \frac{25 + 16 + 0 + 4 + 1 + 25 + 16 + 9 + 1 + 36 + 4 + 36 + 1 + 25 + 0}{14}$$

$$S_1^2 = \frac{195}{14} = \underline{\underline{14,2}}$$

$$s_2^2 = \frac{(26-27,4)^2 + (25-27,4)^2 + (21-27,4)^2 + (39-27,4)^2 + (20-27,4)^2 + (26-27,4)^2 + (25-27,4)^2}{14-1}$$

Maejka
Babovic
3/21

$$\frac{(26-27,4)^2 + (32-27,4)^2 + (32-27,4)^2 + (31-27,4)^2 + (26-27,4)^2 + (30-27,4)^2 + (15-27,4)^2}{14-1}$$

$$s_2^2 = \frac{1,96 + 5,76 + 40,96 + 134,56 + 54,76 + 1,96 + 5,76 + 1,96 + 21,16 + 21,16 + 12,96 + 1,96 + 6,76 + 5,76}{13}$$

$$\frac{+ 21,16 + 12,96 + 1,96 + 6,76 + 5,76}{13}$$

$$s_2^2 = \frac{317,44}{13} = \underline{\underline{24,4}}$$

$$s^2 = \frac{1}{n_1+n_2-2} \cdot ((n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2)$$

$$=$$

$$T = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{S} \cdot \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} = \frac{31 - 27,4}{\sqrt{\frac{1}{27} \cdot ((14 \cdot 14,2) + (13 \cdot 24,4))}} \cdot \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{15} + \frac{1}{14}}}$$

$$T = \frac{3,6}{\sqrt{\frac{1}{27} \cdot (201,6 + 317,2)}} \cdot \sqrt{\frac{1}{0,06 + 0,07}} = \frac{3,6}{\sqrt{0,03 \cdot (518,8)}} \cdot \sqrt{\frac{1}{0,13}}$$

$$T = \frac{3,6}{\sqrt{15,564}} \cdot \sqrt{7,69} = \frac{3,6}{3,9} \cdot 2,7 = 0,9 \cdot 2,7 = \underline{\underline{2,43}}$$

! ? ?

3.)

Bulatović Nava
37/21

Kolokvijum 2, I grupa

27. maj 2022.

1. Poznato je da napon u električnoj mreži od 210 volti ima normalnu distribuciju sa standardnom devijacijom od 8 volti. Ako je 20 nezavisnih mjerenja dalo rezultate: 839, 662, 649, 1950, 633, 904, 646, 208, 216, 215, 228, 210, 224, 212, 213, 224, 218, 206, 209, 208, 218, 220, 206, 209, 210, 212, 200, 625, 412, 4286
- s pragom značajnosti 0.02 provjerite pretpostavku da je došlo do pada srednjeg napona u električnoj mreži.
2. Prinos na poljoprivrednom gazdinstvu je 5 tona pšenice po hektaru sa standardnom devijacijom 0.5 tona po hektaru. 10 nezavisnih mjerenja dalo je sljedeće rezultate
- 5, 4.7, 5.1, 3.9, 4.2, 4.6, 4.7, 4.9, 5.2, 5.1.
- S pragom značajnosti 0.04 provjeriti da li je pretpostavljeni prinos tačan ili se smanjio.
3. Ispitivan je broj fabrika u nekoliko gradova iste veličine u dvije države i rezultati su zabilježeni u tabeli

D1	4	6	7	9	6	7	8
D2	6	7	7	8	8	10	

Testirajte hipotezu da je broj fabrika u gradovima prve države manji od broja fabrika druge države.

4. U jednoj fabrici provedena je anketa medju 23 radnika i 26 radnica te je ispitan stav prema doktoru u ambulanti. Iz dobijenih odgovora moglo se zaključiti je li stav prema doktoru u cjelini pozitivan ili negativan. Budući da je doktor u toj ambulanti bila žena, postavljeno je pitanje razlikuju li se muškarci od žena u stavu prema toj doktorici. Dobijeni su ovi rezultati

	muškarci	žene	Σ
negativan	9	17	26
pozitivan	14	9	23
Σ	23	26	49

Uz prag značajnosti $\alpha = 0.2$ testirajte da li je muškarci i žene imaju isti stav prema doktorici.

5. U jednoj fabrici provedena je anketa medju 26 radnika i 23 radnice te je ispiti-
van stav prema doktoru u ambulanti. Iz dobijenih odgovora moglo se zaključiti
je li stav prema doktoru u cjelini pozitivan ili negativan. Budući da je doktor
u toj ambulanti bila žena, postavljeno je pitanje razlikuju li se muškarci od
žena u stavu prema toj doktorici. Dobijeni su ovi rezultati.

	muškarci	žene	Σ
negativan	9	17	26
pozitivan	17	6	23
Σ	26	23	49

Uz prag značajnosti $\alpha = 0.2$ testirajte da li je muškarci i žene imaju isti stav prema doktorici.

1.) Test između varijansi

Pulefović Ivan
33/21

$D_1 < D_2$ - donja grupa

↓
prva grupa

D1	4	6	7	9	6	7	8	$n=7$
D2	6	7	7	8	8	10		

$$\bar{x}_1 = \frac{4+6+7+9+6+7+8}{7} = \frac{47}{7} = 6,71$$

$$\bar{x}_2 = \frac{6+7+7+8+8+10}{6} = \frac{46}{6} = 7,66$$

$$s_1^2 < s_2^2$$

$$F < F_{1-\alpha}(n_1-1, n_2-1)$$

2.) Test između varijansi

$D_1 < D_2$

D1	4	6	7	9	6	7	8	$n=7$
D2	6	7	7	8	8	10		$n=6$

$$T = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s} \cdot \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} = -3,2$$

$$\bar{x}_1 = \frac{47}{7} = 6,71$$

$$\bar{x}_2 = \frac{46}{6} = 7,66$$

$$s_1^2 = (x_1^1 - \bar{x}_1)^2 + (x_2^1 - \bar{x}_1)^2 + (x_3^1 - \bar{x}_1)^2 + (x_4^1 - \bar{x}_1)^2 + (x_5^1 - \bar{x}_1)^2 + (x_6^1 - \bar{x}_1)^2 + (x_7^1 - \bar{x}_1)^2 = \dots$$

$$n_1 - 1 = 6$$

Bulatović Ivana 37121

1. $\sigma = 8 \text{ volti}$ $\mu_0 = 210 \text{ V}$

μereja:

208, 216, 215, 228, 210, 224, 212, 213, 224, 218, 206, 209, 208, 210,
220, 206, 209, 210, 212, 200

$n = 20$ (μereja)

$\alpha = 0,02$

$$T = \frac{(\bar{x}_n - \mu_0)}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

$$\bar{x}_n = \frac{208 + 216 + 215 + 228 + 210 + 224 + 212 + 213 + 224 + 218 + 206 + 209 + 208 + 210 + 220 + 206 + 209 + 210 + 212 + 200}{20(n)}$$

210 + 218 + 220 + 206 + 209 + 212 + 200

$$\bar{x}_n = \frac{4266}{20} = 213,3$$

$$T = \frac{(213,3 - 210)}{\frac{8}{\sqrt{20}}} = \frac{3,3}{\frac{8}{4,47}} = \frac{3,3}{8} \cdot 4,47 = \frac{14,751}{8} = 1,84$$

prag značajnosti $0,02 = \alpha$

$$Z_{\alpha/2} = 2,326$$

~~$T < Z_{\alpha/2}$ - odbacujemo H_0 .~~

12/15
pr. hvalama.

$$s_1^2 = \frac{(4-6,71)^2 + (6-6,71)^2 + (7-6,71)^2 + (9-6,71)^2 + (6-6,71)^2 + (7-6,71)^2 + (8-6,71)^2}{6}$$

Buletović
1. Vred
= 37/6

$$\frac{7,34 + 0,504 + 0,08 + 5,24 + 0,504 + 0,08 + 1,66}{6} = \frac{15,4}{6} = 2,56$$

$$s_2^2 = \frac{(x_1^2 - \bar{x}_2)^2 + (x_2^2 - \bar{x}_2)^2 + (x_3^2 - \bar{x}_2)^2 + (x_4^2 - \bar{x}_2)^2 + (x_5^2 - \bar{x}_2)^2 + (x_6^2 - \bar{x}_2)^2}{u_2 - 1 = (5)}$$

$$\frac{(6-7,66)^2 + (7-7,66)^2 + (7-7,66)^2 + (8-7,66)^2 + (8-7,66)^2 + (10-7,66)^2}{5}$$

$$\frac{3,32 + 0,43 + 0,43 + 0,11 + 0,11 + 5,47}{5}$$

$$\frac{9,87}{5} = 1,97$$

$$T = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s} \cdot \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2}}}$$

$$s^2 = \frac{1}{u_1 + u_2 - 2} \cdot ((u_1 - 1)s_1^2 + (u_2 - 1)s_2^2) =$$

$$\frac{1}{7+6-2} \cdot ((7-1) \cdot 2,56 + (6-1) \cdot 1,97) =$$

$$\frac{1}{11} \cdot (6 \cdot 2,56 + 5 \cdot 1,97) = \rightarrow$$

$$\frac{1}{11} \cdot (15,36 + 9,85) = \frac{1}{11} \cdot 25,21 = \frac{25,21}{11} =$$

$$\boxed{2,29}$$

$$T = \frac{6,71 - 7,66}{2,29} \cdot \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{7} + \frac{1}{6}}} =$$

$$T = \frac{-0,95}{2,29} \cdot \sqrt{\frac{1}{6+7}} =$$

$$-0,41 \cdot \sqrt{\frac{1}{\frac{42}{13}}}$$

$$-0,41 \cdot \sqrt{\frac{42}{13}} = -0,41 \cdot 1,79 =$$

$$\checkmark T = \boxed{-0,73}$$

$$\mu_1 < \mu_2 \Rightarrow$$

$$\alpha = 0,05$$

$$T < -t_{\alpha}(n_1 + n_2 - 2)$$

$$T < -t_{\alpha}(7 + 6 - 2)$$

$$T < -t_{\alpha}(11)$$

$$\alpha = 0,05(11) = 1,645$$

$$T < -0,05(11) \quad 15 / 15$$

$$|T| < 1,645 - \text{uije terno}$$

$$-0,73 > -1,645 - \text{ne odbacujemo } H_0$$

3.

	muškarci	žene	Σ
reg.	9 fm	17 fm	26 f1
poz.	14 žm	9 žm	23 f2
Σ	$\frac{23}{u_{12}}$	$\frac{26}{u_2}$	$(49) = u$

$$f_{ij}' = \frac{(f_{ij} - f_{ij}')^2}{f_{ij}'}$$

$$f_{12}' = \frac{u_2 \cdot f_1}{u} = \frac{26 \cdot 23}{49} = 12,2$$

$$f_{21}' = \frac{u_1 \cdot f_2}{u} = \frac{23 \cdot 26}{49} = 12,2$$

$$f_{22}' = \frac{u_2 \cdot f_2}{u} = \frac{26 \cdot 23}{49} = 12,2$$

$$f_{ij}' = \frac{u_i \cdot f_j}{n}$$

$$f_{11}' = \frac{23 \cdot 26}{49} = 12,2$$

~~$$f_{12}' = \frac{u_1 \cdot f_2}{u} = \frac{23 \cdot 23}{49} = 10,7$$~~

~~$$f_{21}' = \frac{u_2 \cdot f_1}{u} = \frac{26 \cdot 26}{49} = 13,7$$~~

~~$$f_{22}' = \frac{u_2 \cdot f_2}{u} = \frac{26 \cdot 23}{49} = 12,2$$~~

~~$$H = \frac{(f_{ij} - f_{ij}')^2}{f_{ij}'}$$~~

$$H = \frac{(9 - 12,2)^2}{12,2} + \frac{(17 - 13,75)^2}{13,75} +$$

$$\frac{(14 - 10,7)^2}{10,7} + \frac{(9 - 12,2)^2}{12,2} = \frac{10,24}{12,2} + \frac{10,3}{13,75} +$$

$$\frac{10,85}{10,7} + \frac{10,24}{12,2} = 0,83 + 0,74 + 1,01 + 0,83 = 3,41$$

$$\alpha = 0,2$$

$$F_1 \approx \chi^2((u-1)(k-1))$$

u - broj populacija = 2, k = 2

$$F_1 \approx \chi^2((2-1)(2-1))$$

$$F_1 \approx \chi^2(1)$$

$$F_1 \approx \chi(0,2)^2(1)$$

$$F_1 \approx \chi 0,04(1)$$

$$\chi_{0,04}(1) = 3,841$$

$$F_1 = 3,41 \quad \text{to} \quad 3,41 > 3,841 \rightarrow \text{nije}$$

od prihvatskog

od ali 5 to je Ho?

14 | 15

Vojinović Dorija 3/21

Kolokvijum 2, I grupa

27. maj 2022.

1. Vlasnik tvrdi da je količina CO₂ u vazduhu u blizini fabrike X jednaka $3.0 \mu\text{g}$ po m³ sa standardnom devijacijom $0.5 \mu\text{g}$ po m³. Mjesenjem 18 dana zaredom, dobijeni su rezultati:

3.8, 3.6, 3.5, 3.8, 3.1, 3.4, 3.2, 3.3, 3.4, 3.8, 3.6, 3.9, 3.8, 3.8, 3.0, 2.5

S pragom značajnosti 0.03 provjerite tvrdnju proizvođača.

2. Ispitivane su ocjene iz matematike dvije grupe studenata i rezultati su zabilježeni u tabeli

G1	7	8	9	9	9	10	10
G2	6	7	7	8	8	10	

Testirajte hipotezu da je prva grupa bila bolja iz matematike od druge grupe.

3. U jednoj fabrici provedena je anketa medju 30 radnika i 20 radnica te je ispitivan stav prema doktoru u ambulanti. Iz dobijenih odgovora moglo se zaključiti je li stav prema doktoru u cjelini pozitivan ili negativan. Budući da je doktor u toj ambulanti bila žena, postavljeno je pitanje razlikuju li se muškarci od žena u stavu prema toj doktorici. Dobijeni su ovi rezultati

	muškarci	žene	Σ
negativan	9	17	26
pozitivan	21	3	24
Σ	30	20	50

Uz prag značajnosti $\alpha = 0.2$ testirajte da li je muškarci i žene imaju isti stav prema doktorici.



Vojinović Danijela 3/21

$$\mu = 3.0 \text{ Mg}$$

$$\sigma = 0.5 \text{ Mg}$$

$$\alpha = 0.03$$

$$H_0: \mu = 3.0 \text{ Mg}$$

$$H_1: \mu \neq 3.0 \text{ Mg}$$

3.8 3.6 3.5 3.8 3.1 3.4 3.2 3.3 3.4 3.8
3.6 3.9 3.8 3.8 3.0 2.5

$$Z = \frac{\bar{X}_n - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

$$\bar{X}_{16} = \frac{\sum (3.8 + 3.6, \dots + 2.5)}{16}$$

$$\bar{X}_{16} = 3.4 \quad \checkmark$$

$$Z = \frac{3.4 - 3.0}{\frac{0.5}{\sqrt{16}}} = \frac{0.4}{\frac{0.5}{4}} = \frac{0.4}{\frac{1}{8}} = 0.2 \quad \checkmark$$

$Z_{\frac{\alpha}{2}} = Z_{0.01} = \underline{0.5837}$? , *nerazumno je da je ova vrednost mala.*

$-Z_{\frac{\alpha}{2}} \leq Z \leq Z_{\frac{\alpha}{2}} \rightarrow$ ne možemo odbaciti H_0 \checkmark

14 | 15

2

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$$

$$T = \frac{s_1^2}{s_2^2}$$

$$\bar{X}_1 = \frac{7+8+9+9+9+10+10}{7} = \frac{53}{7} = \boxed{7,6}$$

$$\bar{X}_2 = \frac{6+7+7+8+8+10}{6} = \boxed{6}$$

$$s_1^2 = \frac{\text{suma kvadrata} - n \cdot \bar{X}^2}{n} = \frac{(7-7,6)^2 + (8-7,6)^2 + (9-7,6)^2 + (9-7,6)^2 + (9-7,6)^2 + (10-7,6)^2 + (10-7,6)^2}{9} = \frac{12 + 0,4 + 2,8 + 2,8 + 2,8 + 4,8 + 4,8}{9} =$$

$$s_2^2 = \frac{(6-6)^2 + (7-6)^2 + (7-6)^2 + (8-6)^2 + (8-6)^2 + (10-6)^2}{6} = \frac{0 + 1 + 1 + 4 + 4 + 16}{6} = \frac{26}{6} = \boxed{4,33}$$

$$s_2^2 = \frac{0 + 1 + 4 + 4 + 4 + 16}{6} = \frac{29}{6} = 4,83 = \sqrt{5,8} = \boxed{2,4}$$

$$T = \frac{s_1^2}{s_2^2} = \frac{3,38}{5,8} = 0,6$$

Vojinović Danija 3/21

2) $F > F_{\alpha}(n_1-1, n_2-1)$

$F > f_{\alpha, 0.05}^2(7, 5)$ - ne odbacujemo H_0

3)

	muškarci	žene	Σ
negativan	9	17	26
pozitivan	21	3	24
Σ	30	20	50

χ^2 $\alpha = 0.2$ (2 → (2-1))
 $H > \chi_{0.02}^2(6)$ (6) (2-1)
 H_0 odbacujemo

$f_{11}' = \frac{f_{11} \cdot g_1}{n} = \frac{26 \cdot 30}{50} = 15,6$

$f_{12}' = \frac{26 \cdot 20}{50} = 10,4$

$f_{21}' = \frac{24 \cdot 30}{50} = 14,4$

$f_{22}' = \frac{24 \cdot 20}{50} = 9,6$

10/15 ; koliko je
 20 to 6?

$$H = \frac{(f_{ij} - f_{ij}')^2}{f_{ij}'}$$

$$\frac{(f_{11} - f_{11}')^2}{f_{11}'} + \frac{(f_{12} - f_{12}')^2}{f_{12}'} + \frac{(f_{21} - f_{21}')^2}{f_{21}'} + \frac{(f_{22} - f_{22}')^2}{f_{22}'} = 12,2$$



Kolokvijum 2, I grupa

27. maj 2022.

1. Vlasnik tvrdi da je količina CO₂ u vazduhu u blizini fabrike X jednaka 3.0 μg po m³ sa standardnom devijacijom 0.5 μg po m³. Mjesenjem 18 dana zaredom, dobijeni su rezultati:

3.8, 3.6, 3.5, 3.8, 3.1, 3.4, 3.2, 3.3, 3.4, 3.8, 3.6, 3.9, 3.8, 3.8, 3.0, 2.5

S pragom značajnosti 0.03 provjerite tvrdnju proizvođača.

2. Ispitivane su ocjene iz matematike dvije grupe studenata i rezultati su zabilježeni u tabeli

G1	7	8	9	9	9	10	10
G2	6	7	7	8	8	10	

Testirajte hipotezu da je prva grupa bila bolja iz matematike od druge grupe.

3. U jednoj fabrici provedena je anketa medju 30 radnika i 20 radnica te je ispitivan stav prema doktoru u ambulanti. Iz dobijenih odgovora moglo se zaključiti je li stav prema doktoru u cjelini pozitivan ili negativan. Budući da je doktor u toj ambulanti bila žena, postavljeno je pitanje razlikuju li se muškarci od žena u stavu prema toj doktorici. Dobijeni su ovi rezultati

	muškarci	žene	Σ
negativan	9	17	26
pozitivan	21	3	24
Σ	30	20	50

Uz prag značajnosti $\alpha = 0.2$ testirajte da li je muškarci i žene imaju isti stav prema doktorici.

① $\mu = 3.0 \mu\text{g po m}^3$
 $\sigma = 0.5 \mu\text{g po m}^3$
 $\bar{X}_{16} = \frac{51.7}{16} = 3.23 \mu\text{g po m}^3$

$H_0: \mu = 3.0 \mu\text{g po m}^3$
 -test statistika:

$$T = \frac{3.23 - 3}{0.5/\sqrt{16}} = \frac{0.23}{0.125} = 1.84 \mu\text{g po m}^3$$

45/15

$$Z = 0.03 = 1.645$$

~~Pravilno~~

prag značajnosti $Z_{0.05}$,
 pošto 0,03 nema u tablici
ako nema?

$T > Z_{0.03} \rightarrow$ odbacujemo H_0

② $\bar{X}_1 = \frac{62}{7} = 8.85$
 $\bar{X}_2 = \frac{46}{6} = 7.66$

$$S_1^2 = \frac{(7-8.85)^2 + (8-8.85)^2 + \dots + 3.42 + 0.72 + 0.02 + 0.02 + 0.02 + 1.32 + 1.32}{7-1} = \frac{6.84}{6} = 1.14$$

$$S_2^2 = \frac{2.75 + 0.43 + 0.43 + 0.11 + 0.11 + 5.47}{6-1} = \frac{9.3}{5} = 1.86$$

$$T = \frac{S_1^2}{S_2^2} = 0.75 \quad \left. \begin{array}{l} F_{0.05} = 1.64 \\ F_{0.95} = \frac{1}{1.64} = 0.6 \end{array} \right\} \Rightarrow f_{0.95} < T < f_{0.05} \Rightarrow$$

\Rightarrow prihvatamo H_0 (prva grupa je bolja iz matematike)

pravoan TEST!

	muškarci	žene	Σ
3 negativan	9 F_{11}	17 F_{12}	26
pozitivan	21 F_{21}	3 F_{22}	24
Σ	30	20	50

Pangobuh Maksim 27/21

$$F_{11}^1 = \frac{F_{11} \cdot g_1}{n} = \frac{26 \cdot 30}{50} = 15.6$$

$$F_{12}^1 = \frac{26 \cdot 20}{50} = 10.4$$

$$F_{21}^1 = \frac{24 \cdot 30}{50} = 14.4$$

$$F_{22}^1 = \frac{24 \cdot 20}{50} = 9.6$$

$$H = \frac{(9 - 15.6)^2}{15.6} + \frac{(17 - 10.4)^2}{10.4} + \frac{(21 - 14.4)^2}{14.4} + \frac{(3 - 9.6)^2}{9.6} =$$

$$= 2.79 + 4.18 + 3.02 + 4.53 = 14.52$$

$$\chi_{0,2}^2((2-1)(2-1)) = \chi_{0,2}^2(1) = 1.64$$

$H > \chi_{0,2}^2(1) \Rightarrow$ varijabile su nezavisne

15 / 15

Борато Аукачеву
43/21

Kolokvijum 2, I grupa

27. maj 2022.

1. Na osnovu mjerenja iz 1980., prosječna dioptriya kod 35-godišnjaka je 0.5 sa standardnom devijacijom 1. Ispitivanje je ponovo vršeno 2020. i na uzorku od 20 ljudi, dobijene su sljedeće vrijednosti

1.5, 0.7, 0.5, 0.0, 0.2, 1.6, 4.7, 3.9, 2.2, 2.1, 2.5, 1.7, 2.5, 1.0, 0.1, 0.6, 0.7, 2.9, 1.2, 1.1

S pragom značajnosti 0.04 provjeriti da li je dioptriya povećana.

2. Ispituje se efekat lijeka na crncima i bijelcima. Na 14 crnih (C) i 15 bijelih (B) pacijenata registrovane su sljedeće fužine oporavka

B 36, 35, 31, 29, 30, 36, 27, 28, 30, 37, 33, 25, 32, 26, 31 *Skupina 15*

C 26, 25, 21, 39, 20, 26, 25, 26, 32, 32, 31, 26, 30, 25 *Skupina 14*

Testirajte hipotezu da lijek bolje djeluje na crnce.

3. U jednoj fabrici provedena je anketa medju 23 radnika i 26 radnica te je ispitivan stav prema doktoru u ambulanti. Iz dobijenih odgovora moglo se zaključiti je li stav prema doktoru u cjelini pozitivan ili negativan. Budući da je doktor u toj ambulanti bila žena, postavljeno je pitanje razlikuju li se muškarci od žena u stavu prema toj doktorici. Dobijeni su ovi rezultati

	muškarci	žene	Σ
negativan	9	17	26
pozitivan	14	9	23
Σ	23	26	49

Uz prag značajnosti $\alpha = 0.2$ testirajte da li je muškarci i žene imaju isti stav prema doktorici.

1

2

1. $\mu = 0,5$

$G = 1$

$n = 20$

$Z_d = 0,04$

$$\bar{X}_n = \frac{1,5 + 0,7 + 0,5 + 0,0 + 0,2 \dots}{20}$$

$$\bar{X}_n = \frac{31,7}{20}$$

$$\bar{X}_n = \underline{\underline{1,585}}$$

$$T = \frac{1,585 - 0,5}{1/\sqrt{20}} = \frac{1,085}{1/4,47} = \frac{1,085}{0,22}$$

$= 4,93$

$H_0: \mu = 0,5$

$Z_d = 0,04 \rightarrow y$ у таблицу $\rightarrow 1,725$

но можемо одлучити.

$4,93 > 1,725$ прихваћамо H_0 (забавља се)

(замисли се јакан)

2. $n_1 = 15$
 $n_2 = 14$

$$\bar{X}_1 = \frac{36 + 35 + 31 \dots}{15}$$

$$\bar{X}_1 = 31$$

$$\bar{X}_2 = \frac{26 + 25 + 20 \dots}{14}$$

$$\bar{X}_2 = 27$$

$$S_1^2 = \frac{(36-31) + (35-31) + (31-31) \dots}{15-1} = \frac{5+4+0+(-2)+(-1) \dots}{14}$$

$S_1^2 = 0,143$

$$s^2 = \frac{(28-27) + (25-27) \dots}{14-1} = \frac{6}{13} = 0,46$$

$$s^2 = \frac{1}{15+14-2} \left((15-1) \cdot 0,43 + (14-1) \cdot 0,46 \right)$$

$$s^2 = \frac{1}{27} \cdot (2 + 6) \quad s = 0,5$$

$$s^2 = 0,032 \cdot 8 \quad T = \frac{31-27}{0,5} \cdot \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{15} + \frac{1}{14}}}$$

$$s^2 = 0,30$$

$$s = \sqrt{0,30}$$

$$T = \frac{4}{0,5} \cdot \sqrt{\frac{1}{0,06+0,07}}$$

$H_0: \mu_1 = \mu_2$

$$Z_d = 0,05$$

$$T = 8 \cdot 7,7 \text{ od bacimo}$$

$$T = 61,6$$

$H_0: \mu_1 \neq \mu_2$
 crni 608
 reaguje...

12/15

$$Z_d(27) = 2,052$$

$$|T| > Z_d(27)$$

~~Ho možemo od baciti i to znači da nije sve isto na kraju.~~

Lejak Andrijaš
16/21

Kolokvijum 2, I grupa

27. maj 2022.

1. Poznato je da napon u električnoj mreži od 210 volti ima normalnu distribuciju sa standarnom devijacijom od 8 volti. Ako je 20 nezavisnih mjerenja dalo rezultate:

208, 216, 215, 228, 210, 224, 212, 213, 224, 218, 206, 209, 208, 218, 220, 206, 209, 210, 212, 200

s pragom značajnosti 0.02 provjerite pretpostavku da je došlo do pada srednjeg napona u električnoj mreži.

2. Prinos na poljoprivrednom gazdinstvu je 5 tona pšenice po hektaru sa standardnom devijacijom 0.5 tona po hektaru. 10 nezavisnih mjerenja dalo je sljedeće rezultate

5, 4.7, 5.1, 3.9, 4.2, 4.6, 4.7, 4.9, 5.2, 5.1.

S pragom značajnosti 0.04 provjeriti da li je pretpostavljeni prinos tačan ili se smanjio.

3. Ispitivan je broj fabrika u nekoliko gradova iste veličine u dvije države i rezultati su zabilježeni u tabeli

D1	4	6	7	9	6	7	8
D2	6	7	7	8	8	10	

Testirajte hipotezu da je broj fabrika u gradovima prve države manji od broja fabrika druge države. $\alpha = 0.05$

4. U jednoj fabrici provedena je anketa medju 23 radnika i 26 radnica te je ispitivan stav prema doktoru u ambulanti. Iz dobijenih odgovora moglo se zaključiti je li stav prema doktoru u cjelini pozitivan ili negativan. Budući da je doktor u toj ambulanti bila žena, postavljeno je pitanje razlikuju li se muškarci od žena u stavu prema toj doktorici. Dobijeni su ovi rezultati

	muškarci	žene	Σ
negativan	9	17	26
pozitivan	14	9	23
Σ	23	26	49

Uz prag značajnosti $\alpha = 0.2$ testirajte da li je muškarci i žene imaju isti stav prema doktorici.

5. U jednoj fabrici provedena je anketa među 26 radnika i 23 radnice te je ispiti-
van stav prema doktoru u ambulanti. Iz dobijenih odgovora moglo se zaključiti
je li stav prema doktoru u cjelini pozitivan ili negativan. Budući da je doktor
u toj ambulanti bila žena, postavljeno je pitanje razlikuju li se muškarci od
žena u stavu prema toj doktorici. Dobijeni su ovi rezultati

	muškarci	žene	Σ
negativan	9	17	26
pozitivan	17	6	23
Σ	26	23	49

Uz prag značajnosti $\alpha = 0.2$ testirajte da li je muškarci i žene imaju isti stav prema doktorici.

cejak Andrijans
16/21

$$\textcircled{1} \mu = 210 \text{ V}$$

$$\sigma = 8 \text{ V}$$

$$n = 20$$

$$\bar{X}_{20} = \frac{\overset{2751}{208} + 216 + 215 + 228 + 210 + 224 + 212 + 213 + 224 + 218 + 206 + 209 + 208 + \underset{1571}{218} + 220 + 206 + 209 + 210 + 212 + 200}{20} =$$

$$= \frac{4266}{20} = 213,3$$

$$T = \frac{\bar{X}_n - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{213,3 - 210}{8 / \sqrt{20}} = \frac{3,3}{8 / 4,47} = \frac{3,3}{1,78} = 1,85$$

$$Z_{0,02} = ? \dots \dots \dots 81,15$$

t-test

$$\bar{X}_1 = \frac{4 + 6 + 7 + 9 + 6 + 7 + 8}{7} = 6,71$$

$$\bar{X}_2 = \frac{6 + 7 + 7 + 8 + 8 + 10}{6} = 7,66$$

$$s^2 = \frac{(4 - 6,71)^2 + (6 - 6,71)^2 + (7 - 6,71)^2 + (9 - 6,71)^2 + (6 - 6,71)^2 + (7 - 6,71)^2 + (8 - 6,71)^2}{7 - 1} = \frac{7,34 + 0,50 + 0,08 + 5,24 + 0,50 + 0,08 + 1,66}{6} = \frac{1,54}{6} = 2,56$$

$$S_2^2 = \frac{6+7+7+8+8+10}{6-1} = \frac{(6-7,66)^2 + (7-7,66)^2 + (7-7,66)^2 + (8-7,66)^2 + (8-7,66)^2 + (10-7,66)^2}{5}$$

$$= \frac{2,75 + 0,43 + 0,43 + 0,11 + 0,11 + 5,42}{5} = \frac{9,3}{5} = 1,86$$

Test Statistika

$$t_{(n_1+n_2-2)} = \frac{6,71 + 7,66}{2} = 7,185$$

$$T = \frac{6,71 - 7,66}{\sqrt{\frac{1}{12} \cdot (6 \cdot 2,56^2 + 5 \cdot 1,86^2)}} \cdot \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{7} + \frac{1}{6}}} = \frac{-0,95}{\sqrt{\frac{1}{12} \cdot 56,55}} \cdot \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{7} + \frac{1}{6}}}$$

$$= \frac{-0,95}{2,17} \cdot 3,60 = -1,57$$

$$t_{12,37} = 12,37$$

$t_{0,05}(12) = ?$

7112

4. $L = 0,2$

$N_1 = 23$

$N_2 = 26$

X

Kolokvijum 2, I grupa

27. maj 2022.

1. Vlasnik tvrdi da je količina CO₂ u vazduhu u blizini fabrike X jednaka 3.0 μg po m³ sa standardnom devijacijom 0.5 μg po m³. Mjesenjem 18 dana zaredom, dobijeni su rezultati:

3.8, 3.6, 3.5, 3.8, 3.1, 3.4, 3.2, 3.3, 3.4, 3.8, 3.6, 3.9, 3.8, 3.8, 3.0, 2.5

S pragom značajnosti 0.03 provjerite tvrdnju proizvođača.

2. Ispitivane su ocjene iz matematike dvije grupe studenata i rezultati su zabilježeni u tabeli

G1	7	8	9	9	9	10	10
G2	6	7	7	8	8	10	

Testirajte hipotezu da je prva grupa bila bolja iz matematike od druge grupe.

3. U jednoj fabrici provedena je anketa medju 30 radnika i 20 radnica te je ispitivan stav prema doktoru u ambulanti. Iz dobijenih odgovora moglo se zaključiti je li stav prema doktoru u cjelini pozitivan ili negativan. Budući da je doktor u toj ambulanti bila žena, postavljeno je pitanje razlikuju li se muškarci od žena u stavu prema toj doktorici. Dobijeni su ovi rezultati

	muškarci	žene	Σ
negativan	9	17	26
pozitivan	21	3	24
Σ	30	20	50

Uz prag značajnosti $\alpha = 0.2$ testirajte da li je muškarci i žene imaju isti stav prema doktorici.

Анастасија
Укмановић 1/21

I група

1.

$$n = 16$$

$$H_0 = \mu = 3.0$$

$$\mu = 3.0 \text{ Mg/m}^3$$

$$\sigma = 0.5 \text{ Mg/m}^3$$

$$\bar{X}_{16} = \frac{3.8 + 3.6 + 3.5 + 3.8 + 3.1 + 3.4 + 3.2 + 3.3 + 3.4 + 3.8 + 3.6 + 3.9 + 3.8 + 3.8 + 3.0 + 2.5}{16}$$

$$\bar{X}_{16} = \frac{55.5}{16} = 3.468$$

Test statistika:

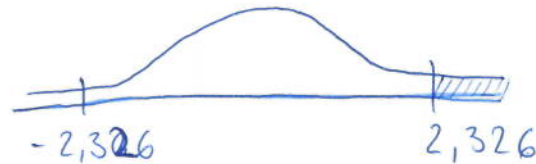
$$T = \frac{\bar{X}_n - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

$$T = \frac{3.468 - 3.0}{\left(\frac{0.5}{\sqrt{16}}\right)} = \frac{0.468}{0.125}$$

$$\underline{\underline{T = 3.744}}$$

Tablična vrijednost:

$$z_{0.03} = 2.326$$



Handwritten red checkmark

odbacujemo H_0

2. $\bar{X}_1 = \frac{7+8+9+9+9+10+10}{7} = \frac{62}{7} = 8,8$ $n_1 = 7$

$\bar{X}_2 = \frac{6+7+7+8+8+10}{6} = \frac{46}{6} = 7,6$ $n_2 = 6$

$S_1^2 = \frac{(7-8,8)^2 + (8-8,8)^2 + (9-8,8)^2 + (9-8,8)^2 + (9-8,8)^2 + (10-8,8)^2 + (10-8,8)^2}{7-1}$

$S_1^2 = \frac{3,24 + 0,64 + 0,04 + 0,04 + 0,04 + 1,44 + 1,44}{6}$

$S_1^2 = \frac{6,88}{6}$

$S_1^2 = 1,14$

$S_2^2 = \frac{(6-7,6)^2 + (7-7,6)^2 + (7-7,6)^2 + (8-7,6)^2 + (8-7,6)^2 + (10-7,6)^2}{6-1}$

$S_2^2 = \frac{2,56 + 0,36 + 0,36 + 0,16 + 0,16 + 5,76}{5}$

$S_2^2 = \frac{9,36}{5}$

$S_2^2 = 1,87$

$S^2 = \frac{1}{n_1+n_2-2} \cdot ((n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2)$

$S^2 = \frac{(7-1)1,14 + (6-1)1,87}{7+6-2} = \frac{(6 \cdot 1,14 + 5 \cdot 1,87)}{11}$

$S^2 = \frac{6,84 + 9,35}{11} = \frac{16,19}{11} = 1,47$ $S = \sqrt{1,47} = 1,21$

$T = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{S} \cdot \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} = \frac{8,8 - 7,6}{1,21} \cdot \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{7} + \frac{1}{6}}} = \frac{1,2}{1,21} \sqrt{\frac{1}{\frac{13}{42}}}$

$T = \frac{1,2 \sqrt{\frac{42}{13}}}{1,21} = \frac{1,2 \sqrt{3,23}}{1,21} = \frac{1,2 \cdot 1,79}{1,21} = \frac{2,15}{1,21}$

$T = 1,78$

7. i 6/15

Kolokvijum 2, I grupa

27. maj 2022.

1. Na osnovu mjerenja iz 1980., prosječna dioptrija kod 35-godišnjaka je 0.5 sa standardnom devijacijom 1. Ispitivanje je ponovo vršeno 2020. i na uzorku od 20 ljudi, dobijene su sljedeće vrijednosti

1.5, 0.7, 0.5, 0.0, 0.2, 1.6, 4.7, 3.9, 2.2, 2.1, 2.5, 1.7, 2.5, 1.0, 0.1, 0.6, 0.7, 2.9, 1.2, 1.1

S pragom značajnosti 0.04 provjeriti da li je dioptrija povećana.

2. Ispituje se efekat lijeka na crncima i bijelcima. Na 15 crnih (C) i 14 bijelih (B) pacijenata registrovane su sljedeće fužine oporavka

B 36, 35, 31, 29, 30, 36, 27, 28, 30, 37, 33, 25, 32, 26, 31

C 26, 25, 21, 39, 20, 26, 25, 26, 32, 32, 31, 26, 30, 25

Testirajte hipotezu da lijek bolje djeluje na crnce.

3. U jednoj fabrici provedena je anketa medju 23 radnika i 26 radnica te je ispitivan stav prema doktoru u ambulanti. Iz dobijenih odgovora moglo se zaključiti je li stav prema doktoru u cjelini pozitivan ili negativan. Budući da je doktor u toj ambulanti bila žena, postavljeno je pitanje razlikuju li se muškarci od žena u stavu prema toj doktorici. Dobijeni su ovi rezultati

	muškarci	žene	Σ
negativan	9	17	26
pozitivan	14	9	23
Σ	23	26	49

Uz prag značajnosti $\alpha = 0.2$ testirajte da li je muškarci i žene imaju isti stav prema doktorici.

$$\begin{aligned} 1. \quad n &= 20 \\ \mu_0 &= 0,5 \\ \sigma &= 1 \\ \alpha &= 0,04 \end{aligned}$$

$$H_0: \mu = 0,5$$

$$H_1: \mu > 0,5$$

$$Z = \frac{\bar{X}_n - \mu_0}{\sigma} \sqrt{n}$$

$$\bar{X}_n = \frac{1,5 + 0,7 + 0,5 + 0,0 + 0,2 + 1,6 + 4,7 + 3,9 + 2,2 + 2,1 + 2,5 + 1,7 + 2,5 + 1,0 + 0,1 + 0,6 + 0,7 + 2,9 + 1,2 + 1,1}{20}$$

$$\bar{X}_n = \frac{31,75}{20} = 1,585$$

12/15

$$Z = \frac{31,75 - 0,5}{1} \sqrt{20} = 31,25 \cdot 4,47 = 139,68$$

$$Z_{\alpha} = Z_{0,04} = 0,51$$

~~$Z > Z_{\alpha}$~~ - Hipotezu H_0 odbacujemo.

~~mi hvala unno!~~

2.

$$n_1 = 15 \text{ (crnci)}$$

$$n_2 = 14 \text{ (bijeli)}$$

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$$

$$\bar{X}_2 = \frac{466}{14} = 33,28$$

$$\bar{X}_1 = \frac{384}{15} = 25,6$$

$$S_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^{15} (x_i - \bar{X}_1)^2}{n_1 - 1} = \frac{(26 - 25,6)^2 + (25 - 25,6)^2 + (21 - 25,6)^2 + (39 - 25,6)^2 + (20 - 25,6)^2 + (26 - 25,6)^2 + (25 - 25,6)^2 + (26 - 25,6)^2 + (32 - 25,6)^2 + (32 - 25,6)^2 + (31 - 25,6)^2 + (26 - 25,6)^2 + (30 - 25,6)^2 + (25 - 25,6)^2}{15 - 1}$$

$$S_1^2 = \frac{0,16 + 0,36 + 21,16 + 179,56 + 31,36 + 0,16 + 0,36 + 0,25 + 40,96 + 40,96 + 29,16 + 0,25 + 19,36 + 0,36}{14}$$

$$s_1^2 = 26,03$$

$$S_2^2 = \frac{\sum_{i=1}^{14} (x_i - \bar{X}_2)^2}{n_2 - 1} = \frac{(36 - 33,28)^2 + (35 - 33,28)^2 + (31 - 33,28)^2 + (29 - 33,28)^2 + (30 - 33,28)^2 + (36 - 33,28)^2 + (27 - 33,28)^2 + (28 - 33,28)^2 + (30 - 33,28)^2 + (37 - 33,28)^2 + (33 - 33,28)^2 + (25 - 33,28)^2 + (32 - 33,28)^2 + (26 - 33,28)^2 + (31 - 33,28)^2}{14}$$

$$S_2^2 = \frac{7,39 + 2,95 + 5,19 + 18,31 + 10,75 + 7,39 + 39,43 + 27,87 + 10,75 + 13,83 + 0,07 + 68,55 + 1,63 + 52,99 + 5,19}{13}$$

$$s_2^2 = 20,94$$

$$f = \frac{s_2^2}{s_1^2} = \frac{20,94}{25,03} = 0,80$$

proba
t-test $\mu_1 = \mu_2?$

$$f_d(n_1-1, n_2-1) = f_{0,05}(15-1, 14-1) = f_{0,05}(14, 13) = 22,36$$

TEST!

$$f_d > f \rightarrow f < f_d$$

Nulltu hipotezu, ne možemo odbaciti.

3. i	f_i		f_i'
	w	\bar{x}	
negativan	9	17	
pozitivan	14	9	

Kolokvijum 2, I grupa

27. maj 2022.

1. Na osnovu mjerenja iz 1980., prosječna dioptrija kod 35-godišnjaka je 0.5 sa standardnom devijacijom 1. Ispitivanje je ponovo vršeno 2020. i na uzorku od 20 ljudi, dobijene su sljedeće vrijednosti

1.5, 0.7, 0.5, 0.0, 0.2, 1.6, 4.7, 3.9, 2.2, 2.1, 2.5, 1.7, 2.5, 1.0, 0.1, 0.6, 0.7, 2.9, 1.2, 1.1

S pragom značajnosti 0.04 provjeriti da li je dioptrija povećana.

2. Ispituje se efekat lijeka na crncima i bijelcima. Na 15 crnih (C) i 14 bijelih (B) pacijenata registrovane su sljedeće fužine oporavka

C B 36, 35, 31, 29, 30, 36, 27, 28, 30, 37, 33, 25, 32, 26, 31

B C 26, 25, 21, 39, 20, 26, 25, 26, 32, 32, 31, 26, 30, 25

Testirajte hipotezu da lijek bolje djeluje na crnce.

3. U jednoj fabrici provedena je anketa medju 23 radnika i 26 radnica te je ispitivan stav prema doktoru u ambulanti. Iz dobijenih odgovora moglo se zaključiti je li stav prema doktoru u cjelini pozitivan ili negativan. Budući da je doktor u toj ambulanti bila žena, postavljeno je pitanje razlikuju li se muškarci od žena u stavu prema toj doktorici. Dobijeni su ovi rezultati

	muškarci	žene	Σ
negativan	9	17	26
pozitivan	14	9	23
Σ	23	26	49

Uz prag značajnosti $\alpha = 0.2$ testirajte da li je muškarci i žene imaju isti stav prema doktorici.

Bajana Simović

1. $\sigma = 1$
 $\mu_0 = 0,5$
 $n = 20$
 $Z_{0,04}$

$H_0: \mu_0 = 0,5$
 $H_1: \mu > \mu_0$

test - statistike

$$Z = \frac{\bar{x}_n - \mu}{\sigma} \cdot \sqrt{n}$$

$$\bar{x}_n = 3,17$$

$$Z = \frac{3,17 - 0,5}{1} \sqrt{20} = 2,67 \cdot 4,46$$

15

$$Z = 11,908$$

$$Z > Z_{\alpha}$$



Hipotezu H_0 odbacujemo, tj. možemo zaključiti da je došlo do promjene dioptrije.

Rondarić Jelena
8/21

Kolokvijum 2, I grupa

27. maj 2022.

1. Poznato je da napon u električnoj mreži od 210 volti ima normalnu distribuciju sa standardnom devijacijom od 8 volti. Ako je 20 nezavisnih mjerenja dalo rezultate:
- 208, 216, 215, 228, 210, 224, 212, 213, 224, 218, 206, 209, 208, 218, 220, 206, 209, 210, 212, 200
- s pragom značajnosti 0.02 provjerite pretpostavku da je došlo do pada srednjeg napona u električnoj mreži.
2. Prinos na poljoprivrednom gazdinstvu je 5 tona pšenice po hektaru sa standardnom devijacijom 0.5 tona po hektaru. 10 nezavisnih mjerenja dalo je sljedeće rezultate
- 5, 4.7, 5.1, 3.9, 4.2, 4.6, 4.7, 4.9, 5.2, 5.1.
- S pragom značajnosti 0.04 provjeriti da li je pretpostavljeni prinos tačan ili se smanjio.
3. Ispitivan je broj fabrika u nekoliko gradova iste veličine u dvije države i rezultati su zabilježeni u tabeli

D1	4	6	7	9	6	7	8
D2	6	7	7	8	8	10	

Testirajte hipotezu da je broj fabrika u gradovima prve države manji od broja fabrika druge države.

4. U jednoj fabrici provedena je anketa medju 23 radnika i 26 radnica te je ispitivan stav prema doktoru u ambulanti. Iz dobijenih odgovora moglo se zaključiti je li stav prema doktoru u cjelini pozitivan ili negativan. Budući da je doktor u toj ambulanti bila žena, postavljeno je pitanje razlikuju li se muškarci od žena u stavu prema toj doktorici. Dobijeni su ovi rezultati

	muškarci	žene	Σ
negativan	9	17	26
pozitivan	14	9	23
Σ	23	26	49

Uz prag značajnosti $\alpha = 0.2$ testirajte da li je muškarci i žene imaju isti stav prema doktorici.

5. U jednoj fabrici provedena je anketa medju 26 radnika i 23 radnice te je ispiti- van stav prema doktoru u ambulanti. Iz dobijenih odgovora moglo se zaključiti je li stav prema doktoru u cjelini pozitivan ili negativan. Budući da je doktor u toj ambulanti bila žena, postavljeno je pitanje razlikuju li se muškarci od žena u stavu prema toj doktorici. Dobijeni su ovi rezultati

	muškarci	žene	Σ
negativan	9	17	26
pozitivan	17	6	23
Σ	26	23	49

Uz prag značajnosti $\alpha = 0.2$ testirajte da li je muškarci i žene imaju isti stav prema doktorici.

Kolokvijum 2 I grupa 27. maj 2022.

Rondović Jelena 8/21

1.)

$$\mu = 210 V$$

$$\sigma = 8 V$$

$$n = 20$$

208, 216, 215, 228, 210, 224, 212, 213, 224, 218, 206, 209, 208, 218, 220, 205, 209, 210, 212, 220

$$T = \frac{\bar{X}_n - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

$$\bar{X}_{20} = \frac{208 + 216 + 215 + 228 + 210 + 224 + 212 + 213 + 224 + 218 + \dots + 200}{20} =$$

$$\frac{4,266}{20} = 0,2133$$

$$T = \frac{0,2133 - 210}{\frac{8}{\sqrt{20}}}$$

$$T = -5,60$$

$$T_{0,02} = 0,5871$$

$$T < -0,5871$$

5/15

3. ~~scribble~~

D ₁	4	6	7	9	6	7	8
D ₂	6	7	7	8	8	10	

D₁ > D₂ ? ✓

$$\bar{X}_1 = \frac{4+6+7+9+6+7+8}{7} = 6,71$$

$$\bar{X}_2 = \frac{6+7+7+8+8+10}{6} = 7,66$$

$$\bar{S}_1^2 = (4-6,71)^2 + (6-6,71)^2 + (7-6,71)^2 + (9-6,71)^2 + (6-6,71)^2 + (7-6,71)^2 + (8-6,71)^2 =$$

$$\bar{S}_1^2 = 7,3441 + 0,5041 + 0,0841 + 5,2441 + 0,5041 + 0,0841 + 1,66 = 15,42$$

$$S_1 = 2,57$$

$$\bar{S}_2^2 = (6-7,66)^2 + (7-7,66)^2 + (7-7,66)^2 + (8-7,66)^2 + (8-7,66)^2 + (10-7,66)^2 =$$

$$\bar{S}_2^2 = 7,5625 + 0,4356 + 0,4356 + 0,1156 + 0,1156 + 5,4756 = 14,14$$

$$\bar{S}_2 = \frac{14,14}{5} = 2,82$$

5/15

5 . ?

3.

Rondović Jelena
8/21

$$T = \cancel{6,71} - 7,66$$

$$\sqrt{\frac{1}{15} \cdot (2,57 \cdot 29,14)}$$

$$\sqrt{\frac{1}{15} \cdot (2,57 \cdot 29,14)} = \sqrt{\frac{1}{7 + 6}} =$$

$$= \frac{1}{15} \cdot 201,90 = \sqrt{\frac{1}{13}} = \frac{1}{15} \cdot 201,90 \cdot \sqrt{\frac{1}{13}}$$

Kolokvijum 2, I grupa

27. maj 2022.

1. Na osnovu mjerenja iz 1980., prosječna dioptrija kod 35-godišnjaka je 0.5 sa standardnom devijacijom 1. Ispitivanje je ponovo vršeno 2020. i na uzorku od 20 ljudi, dobijene su sljedeće vrijednosti

1.5, 0.7, 0.5, 0.0, 0.2, 1.6, 4.7, 3.9, 2.2, 2.1, 2.5, 1.7, 2.5, 1.0, 0.1, 0.6, 0.7, 2.9, 1.2, 1.1

S pragom značajnosti 0.04 provjeriti da li je dioptrija povećana.

2. Ispituje se efekat lijeka na crncima i bijelcima. Na 15 crnih (C) i 14 bijelih (B) pacijenata registrovane su sljedeće fužine oporavka

B 36, 35, 31, 29, 30, 36, 27, 28, 30, 37, 33, 25, 32, 26, 31

C 26, 25, 21, 39, 20, 26, 25, 26, 32, 32, 31, 26, 30, 25

Testirajte hipotezu da lijek bolje djeluje na crnce.

3. U jednoj fabrici provedena je anketa medju 23 radnika i 26 radnica te je ispitivan stav prema doktoru u ambulanti. Iz dobijenih odgovora moglo se zaključiti je li stav prema doktoru u cjelini pozitivan ili negativan. Budući da je doktor u toj ambulanti bila žena, postavljeno je pitanje razlikuju li se muškarci od žena u stavu prema toj doktorici. Dobijeni su ovi rezultati

	muškarci	žene	Σ
negativan	9	17	26
pozitivan	14	9	23
Σ	23	26	49

Uz prag značajnosti $\alpha = 0.2$ testirajte da li je muškarci i žene imaju isti stav prema doktorici.

1.

Andrija Grubeč 44/27

$b=1$

$\mu=0.5$

$n=20$

$\bar{x}_n = 29.4$

~~scribble~~



$T = \frac{\bar{x}_n - \mu}{s/\sqrt{n}}$

~~scribble~~

$T = \frac{29.4 - 0.5}{1.449}$

~~$T = \frac{29.4 - 0.5}{1.449}$~~

~~$T = \frac{28.9}{0.22}$~~ !

$Z=0.04 = 0.6700$

$\Sigma 115$

~~$T = \frac{28.9}{1.449}$~~

$T = 131.36$

~~scribble~~
odgovorno H_0

~~$T = \frac{28.9}{-3.47 \cdot 0.22}, 131.36$~~

$T > Z_{\alpha} ; T > 0$
odgovorno

~~$T = 8.32$~~

2. $n_1=15$

$\bar{x}_{n1} = \frac{466}{15} = 31$

$Z=0.05$

$n_2=14$

$\bar{x}_{n2} = \frac{384}{14} = 27.5$

	muškarci	žene	Σ
negativni	9	17	26
pozitivni	14	9	23
Σ	23	26	49

$\alpha=0.2$

Kolokvijum 2, I grupa

27. maj 2022.

1. Na osnovu mjerenja iz 1980., prosječna dioptrija kod 35-godišnjaka je 0.5 sa standardnom devijacijom 1. Ispitivanje je ponovo vršeno 2020. i na uzorku od 20 ljudi, dobijene su sljedeće vrijednosti

1.5, 0.7, 0.5, 0.0, 0.2, 1.6, 4.7, 3.9, 2.2, 2.1, 2.5, 1.7, 2.5, 1.0, 0.1, 0.6, 0.7, 2.9, 1.2, 1.1

S pragom značajnosti 0.04 provjeriti da li je dioptrija povećana.

2. Ispituje se efekat lijeka na crncima i bijelcima. Na 15 crnih (C) i 14 bijelih (B) pacijenata registrovane su sljedeće fužine oporavka

C 36, 35, 31, 29, 30, 36, 27, 28, 30, 37, 33, 25, 32, 26, 31

B 26, 25, 21, 39, 20, 26, 25, 26, 32, 32, 31, 26, 30, 25

Testirajte hipotezu da lijek bolje djeluje na crnce.

3. U jednoj fabrici provedena je anketa medju 23 radnika i 26 radnica te je ispitivan stav prema doktoru u ambulanti. Iz dobijenih odgovora moglo se zaključiti je li stav prema doktoru u cjelini pozitivan ili negativan. Budući da je doktor u toj ambulanti bila žena, postavljeno je pitanje razlikuju li se muškarci od žena u stavu prema toj doktorici. Dobijeni su ovi rezultati

	muškarci	žene	Σ
negativan	9	17	26
pozitivan	14	9	23
Σ	23	26	49

Uz prag značajnosti $\alpha = 0.2$ testirajte da li je muškarci i žene imaju isti stav prema doktorici.



Lariko Sinčić 06/21

$$\mu = 0,5$$

$$\sigma = 1$$

$$n = 20$$

$$\bar{n}_{20} = 1,5 + 0,7 + 0,5 + 0,0 + 0,2 + 1,6 + 4,7 + 3,9 + 2,2$$

$$\bar{n}_{20} = \frac{31,7}{20} = 1,585$$

$$T = \frac{\bar{n} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{1,585 - 0,500}{1 / \sqrt{20}} = \frac{1,085}{0,224} = 4,84$$

W 8/15

$$z_{0,05} =$$

$$n_1 = 15$$

$$n_2 = 14$$

$$\bar{n}_{15} = \frac{466}{15} = 31,06$$

$$\bar{n}_{14} = \frac{386}{14} = 27,6$$

(?)

363

1,815

1,5
0,7
 2,2
0,5
 2,7
0,2
 2,9
1,6
 4,5
4,7
 9,2
3,9
 13,1
2,2
 15,3
2,1
 17,4
2,5
 19,9
1,7
 21,6
2,5
 24,1
1,0
 25,1
0,1
 25,2
0,6
 25,8
0,7
 26,5
2,9
 29,4
1,2
 31,6
1,1
 32,7

36
35
 71
31
 102
29
 131
30
 161
36
 197
27
 224
28
 252
30
 282
37
 329
33
 362
25
 387
32
 419
26
 447
31
 478

26
25
 51
21
 72
39
 111
20
 131
26
 157
25
 182
26
 208
32
 240
32
 272
31
 303
26
 329
30
 359
25
 384

Kolokvijum 2, I grupa

27. maj 2022.

1. Vlasnik tvrdi da je količina CO₂ u vazduhu u blizini fabrike X jednaka 3.0 μg po m³ sa standardnom devijacijom 0.5 μg po m³. Mjesenjem 18 dana zaredom, dobijeni su rezultati:

3.8, 3.6, 3.5, 3.8, 3.1, 3.4, 3.2, 3.3, 3.4, 3.8, 3.6, 3.9, 3.8, 3.8, 3.0, 2.5

S pragom značajnosti 0.03 provjerite tvrdnju proizvođača.

2. Ispitivane su ocjene iz matematike dvije grupe studenata i rezultati su zabilježeni u tabeli

G1	7	8	9	9	9	10	10
G2	6	7	7	8	8	10	

Testirajte hipotezu da je prva grupa bila bolja iz matematike od druge grupe.

3. U jednoj fabrici provedena je anketa medju 30 radnika i 20 radnica te je ispitivan stav prema doktoru u ambulanti. Iz dobijenih odgovora moglo se zaključiti je li stav prema doktoru u cjelini pozitivan ili negativan. Budući da je doktor u toj ambulanti bila žena, postavljeno je pitanje razlikuju li se muškarci od žena u stavu prema toj doktorici. Dobijeni su ovi rezultati

	muškarci	žene	Σ
negativan	9	17	26
pozitivan	21	3	24
Σ	30	20	50

Uz prag značajnosti $\alpha = 0.2$ testirajte da li je muškarci i žene imaju isti stav prema doktorici.

20
 $\bar{x}_1 = 8,85$!
 $\bar{x}_2 = 7,66$?
 $s_1^2 =$

!

$\bar{x}_n = \frac{3,8 + 3,6 + 3,5 + 3,8 + 3,1 + 3,4 + 3,2 + 3,3 + 3,4 + 3,8 + 3,6 + 3,9 + 3,8 + 3,8 + 3,0 + 2,5}{16}$
 2,15

$\bar{x}_n = 2,18$

~~0,0000~~

$\sigma = 0,5 \mu g / \mu l$
 $n = 16$

$\mu = 18$

$T = \frac{\bar{x}_n - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$

$T = \frac{2,18 - 18}{0,5 / \sqrt{16}}$

$T = \frac{\bar{x}_n - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$

Tabličná hodnota

$t_{0,05} = 1,746$

$T =$

3.
 $n_1 = 30$
 $n_2 = 20$
 $\Sigma = 50$
 $\alpha = 0,2$

