



Rad, snaga i kinetička energija

dr Mira Vučeljić
redovni profesor

RAD

$$A = 0 \quad \Delta x = 0$$

$$A = 0 \quad F = 0$$

$$A = 0 \quad \alpha = 90^\circ$$

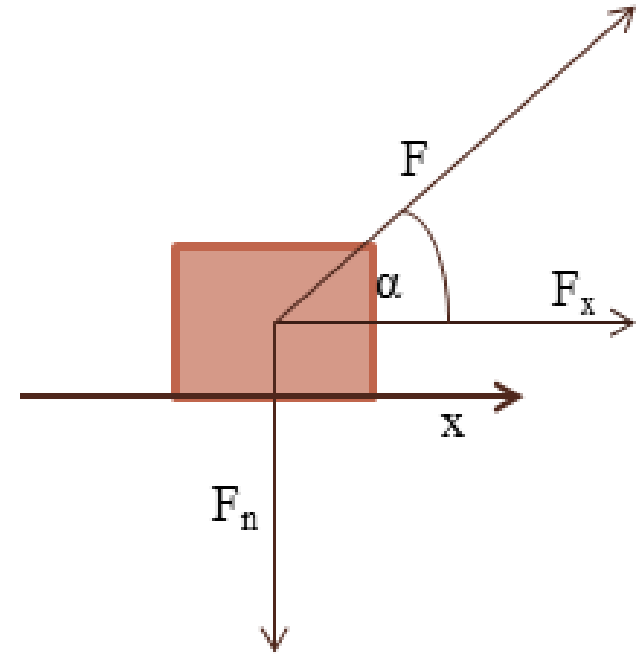
$$\alpha = 0^\circ \quad A_{\max} = F \cdot \Delta x$$

$$\alpha = 180^\circ \quad A = -F \cdot \Delta x \quad \longrightarrow \text{rad je negativan}$$

$$A = \vec{F} \cdot \vec{\Delta x}$$

$$A = F \cos \alpha \cdot \Delta x$$

$$[A] = 1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$$



 U slučaju da sila nije *const.*, izraz za rad ima sledeću formu:

$$dA = F \cos \alpha dx$$

$$A = \int_{x_1}^{x_2} F \cos \alpha dx$$

SNAGA

$$P = \frac{dA}{dt}$$

$$P = \frac{A}{t} = \frac{F \cdot s}{t} = F \cdot v \quad \longrightarrow \quad \text{Snaga konstantne sile}$$

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} \quad \longrightarrow \quad \text{Trenutna snaga}$$

$$[P] = 1 \text{ W} = 1 \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

ENERGIJA

$$\Delta E = E_f - E_i = A \quad \longrightarrow \quad \text{Teorema (stav o radu i energiji)}$$

KINETIČKA ENERGIJA



Odredimo rad konstantne sile F koja djeluje u horizontalnom pravcu na tijelo mase m usled čega se brzina tijela poveća sa v_1 na v_2 .

$$A = \int_{x_1}^{x_2} F dx = \int_{x_1}^{x_2} m \frac{dv}{dt} dx = \int_{v_1}^{v_2} m v dv = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = E_{k2} - E_{k1}$$

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$



GRAVITACIONA POTENCIJALNA ENERGIJA



Izračunajmo minimalan rad potreban da se tijelo mase m podigne na visinu h .

$$F = m \cdot g$$

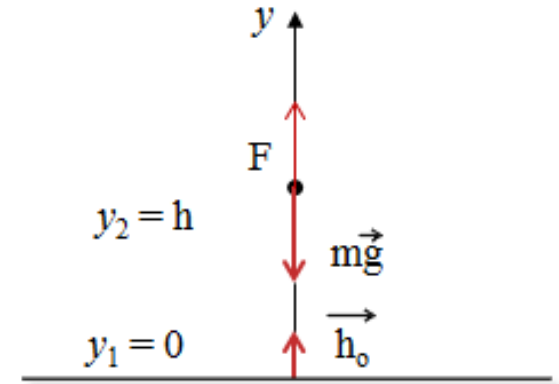
$$A = mgh = E_p(h) - E_p(0)$$

$$E_p = mgh$$

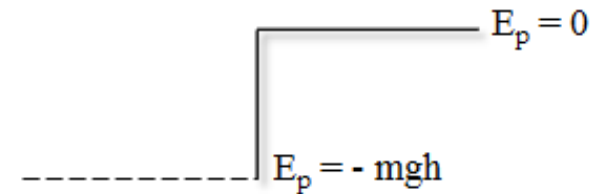


Vrijednost potencijalne energije može biti i negativna u zavisnosti od izbora referentnog nivoa. Promjena potencijalne energije ne zavisi od izbora referentnog nivoa.

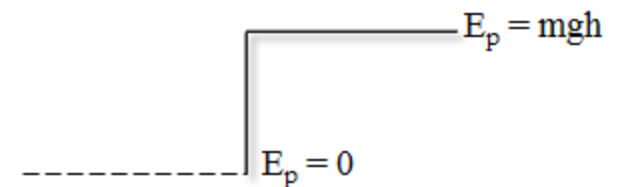
$$\Delta E_p = mgh$$



Slika 1.



Slika 2.

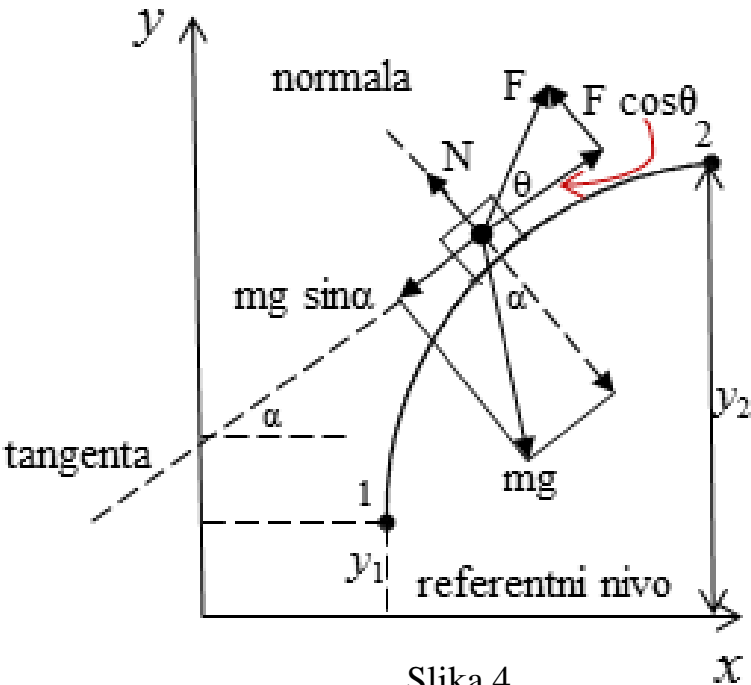


Slika 3.



Odredimo rad pri podizanju tijela po krivoj površi bez trenja iz tačke 1 u tačku 2. Tijelo se podiže konstantnom brzinom.

Tangencijalna komponenta sila mora biti 0 u svakom trenutku zbog konstantnosti brzine.



Slika 4.

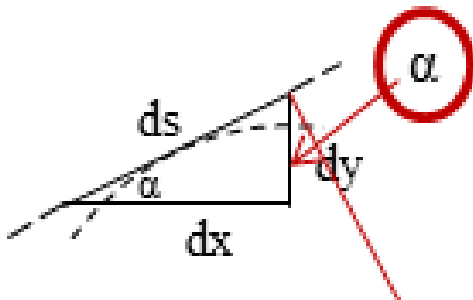
$$F \cos \theta - mg \sin \alpha = 0$$

$$A = \int_1^2 F \cos \theta \cdot ds = \int_1^2 mg \sin \alpha \cdot ds$$

$$\sin \alpha = \frac{dy}{ds}; \quad dy = ds \sin \alpha$$

$$A = \int_1^2 mg dy = mg \cdot (y_2 - y_1) :$$

$$A = mgh$$

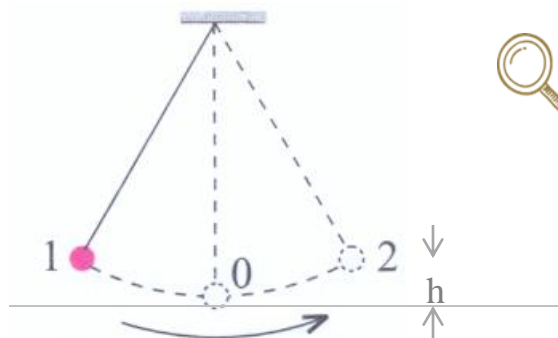


Slika 5.

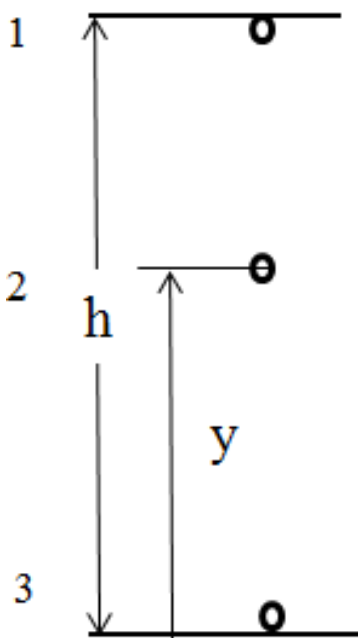


Rad u gravitacionom polju zavisi samo od početnog i krajnjeg položaja, a ne zavisi od oblika putanje duž koje je pomjerano tijelo. Ovakva polja zovemo konzervativna, a sile potencijalne.

ZAKON ODRŽANJA ENERGIJE



Pri oscilovanju klatna kinetička energija se transformiše u potencijalnu i obratno. Da li se ukupna mehanička energija održava?



$$E_1 = E_{p1} + E_{k1} = mgh + 0$$

$$E_2 = E_{p2} + E_{k2} = mgy + \frac{1}{2}mv_y^2 = mgy + \frac{1}{2}m2g(h - y) = mgh$$

$$E_3 = E_{p3} + E_{k3} = 0 + \frac{1}{2}mv_h^2 = \frac{1}{2}m2gh = mgh$$

U izolovanom sistemu ukupna mehanička energija se održava.