




Hidrodinamika.

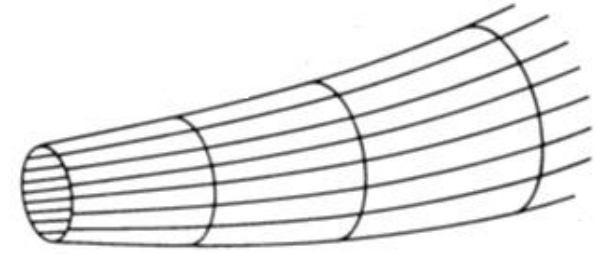
dr Mira Vučeljić
redovni profesor

Kako proučavati fluid koji struji?
Langranžov metod, Ojlerov metod

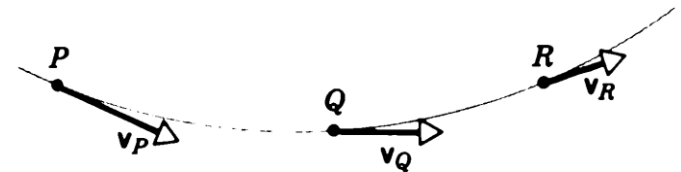
OSOBINE FLUIDA

- | | |
|---------------------------|-------------------|
| 1. stišljiv | <u>nestišljiv</u> |
| $\rho \neq const.$ | $\rho = const.$ |
| 2. <u>stacionaran tok</u> | nestacionaran tok |
| 3. viskozan | <u>neviskozan</u> |
| 4. <u>laminaran</u> | turbulentan |

 Idealan fluid: nestišljiv i neviskozan,
tok je stacionaran i laminaran



Slika 1.



Slika 2.

JEDNAČINA KONTINUITETA

$$l_1 = v_1 \Delta t$$

$$l_2 = v_2 \Delta t$$

$$\Delta m_1 = \Delta m_2$$

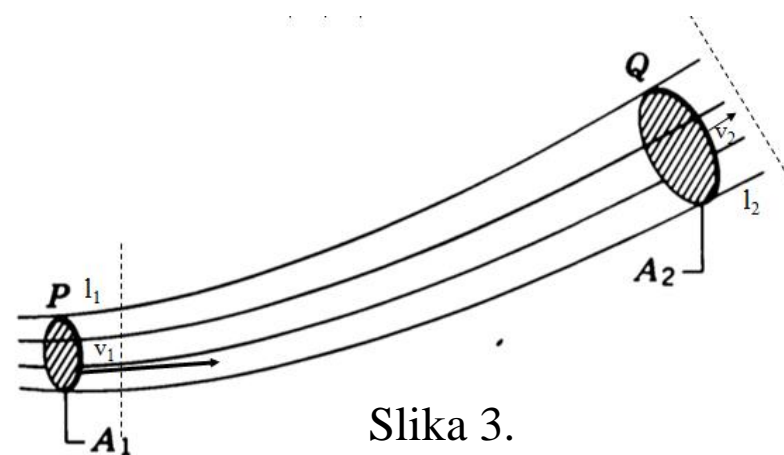
$$\rho v_1 A_1 \Delta t = \rho v_2 A_2 \Delta t$$

$$v_1 A_1 = v_2 A_2$$

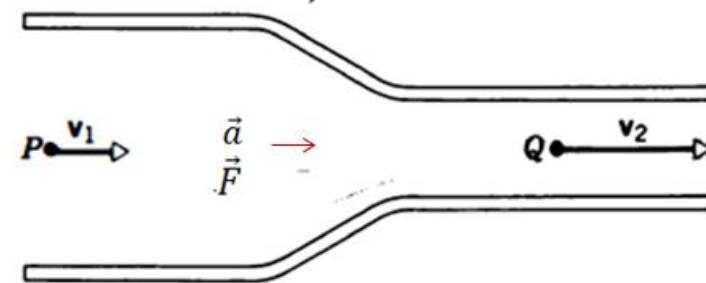
$$v \cdot A = \text{const.} \quad \text{jednačina kontinuiteta}$$

$$v_1 < v_2 \implies p_1 > p_2 \quad (\text{Slika 4})$$

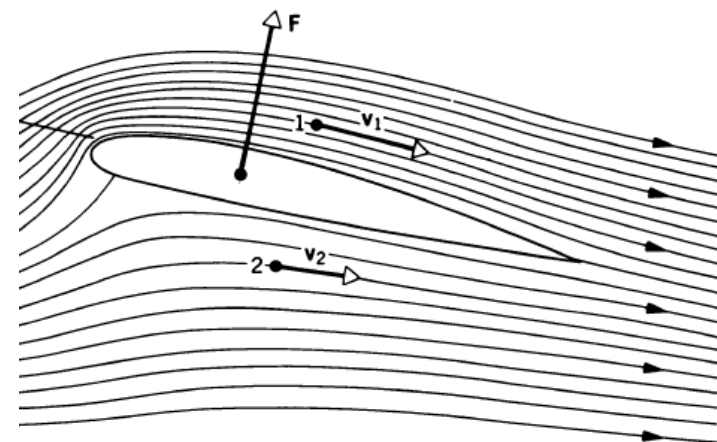
Na mjestima gdje je brzina veća, povećava se gustina strujnih linija. Kao posledica toga se javlja dinamički potisak (Slika 5).



Slika 3.



Slika 4.



Slika 5.

BERNULIJEVA JEDNAČINA

$$A = F_{1\Delta} l_1 - F_{2\Delta} l_2$$

$$A = p_1 A_1 \Delta l_1 - p_2 A_2 \Delta l_2$$

$$A = p_1 \Delta V - p_2 \Delta V$$

$$A = \Delta E_p + \Delta E_k$$

$$p_1 \Delta V - p_2 \Delta V = \rho \Delta V g \cdot (h_2 - h_1) + \frac{1}{2} \rho \Delta V \cdot (v_2^2 - v_1^2)$$

$$p_1 + \rho g h_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \rho g h_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \quad (\text{F1})$$

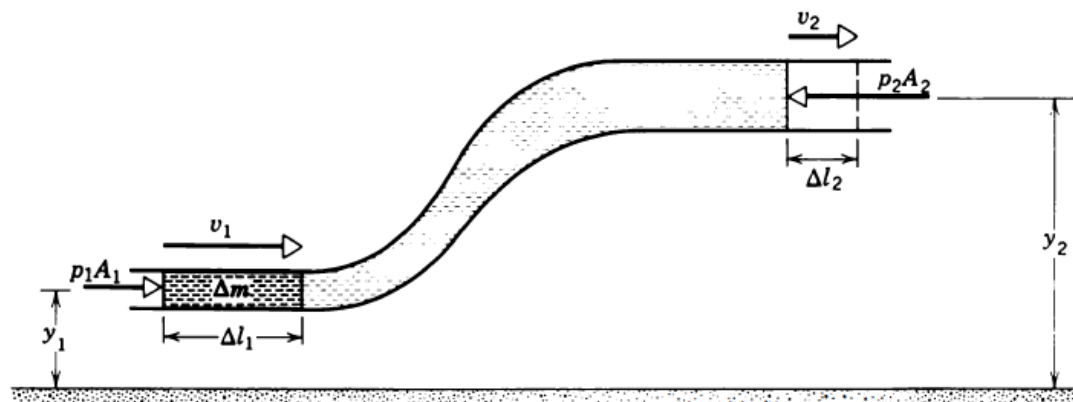
$$p + \rho g h + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{const.} \quad \text{Bernulijeva jednačina}$$

p – statički pritisak

$\rho g h$ – hidrostatički pritisak

$\frac{1}{2} \rho v^2$ – dinamički pritisak

Suma pritisaka duž strujne cijevi je konstantna.



Slika 6.

Polazeći od Bernulijeve jednačine možemo da izvedemo već poznate jednačine za hidrostatički pritisak i jednačinu kontinuiteta.

Za tečnost koja miruje u sudu, za proizvoljno izabrana dva nivoa na visini h_1 i h_2 , iz jednačine F1 slijedi: $p_1 + \rho gh_1 = p_2 + \rho gh_2$

$p_1 = p_2 + \rho g(h_2 - h_1)$ već poznata raspodjela pritiska unutar tečnosti koja miruje

Analiziramo protok tečnosti kroz horizontalno postavljenu cijev sl.4. Bernulijeva jednačina u toj situaciji ima oblik (F1):

$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$ Ako je $v_1 < v_2$ \longrightarrow $p_1 > p_2$, što je pokazano na slici 4.

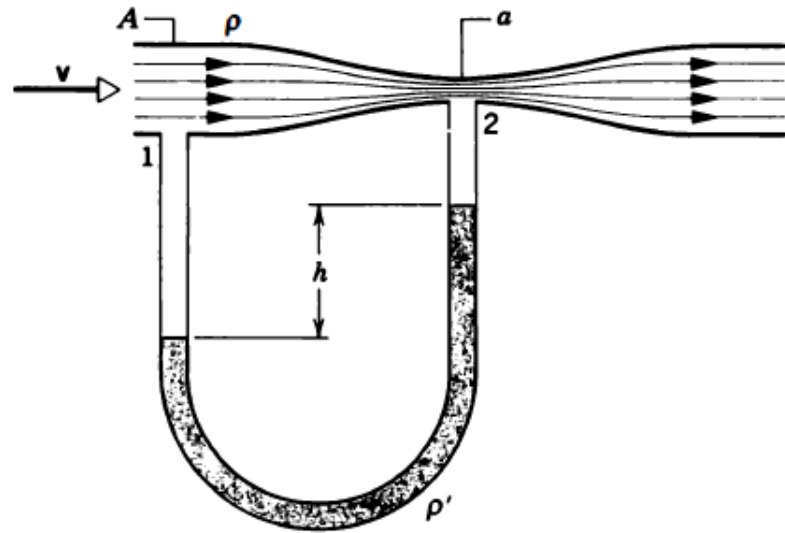
Venturijeva cijev

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$p_1 = p_2 + \rho_{\text{žive}} gh$$

$$v_1 A_1 = v_2 A_2$$

$$v_2 = A_1 \sqrt{\frac{2\rho_{\text{žive}} gh}{\rho (A_1^2 - A_2^2)}}$$



Slika 7.



VISKOZNOST

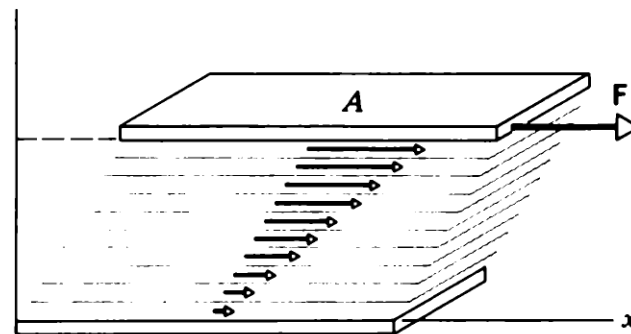
$$F_v = -\eta \cdot A \frac{dv}{dy}$$

Viskozna sila, η – koeficijent viskoznosti fluida

Pri kretanju tijela kroz fluid, viskozna sredina pruža otpor.

Ako se radi o sferi poluprečnika r , sila otpora se zove

Štoksova sila i data je izrazom: $F_{\text{š}} = 6\pi\eta r v$



Slika 8.

Nađimo koeficijent viskoznosti tečnosti u koju je ubačena kuglica materijala ρ i poluprečnika r .

$$F_{\text{rez}} = mg - (F_{\text{š}} + F_p), \quad v = \text{const.} \quad \longrightarrow \quad F_{\text{rez}} = 0$$

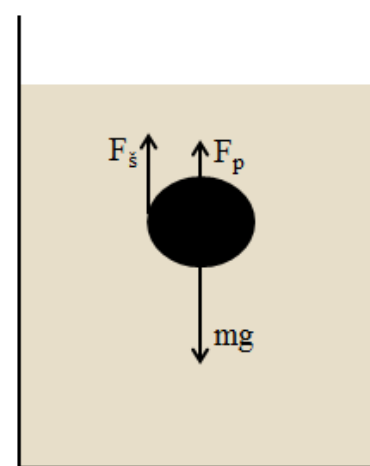
$$mg = F_{\text{š}} + F_p; \quad mg = \rho V g = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho g; \quad F_p = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_f g$$

$$\frac{4}{3} \pi r^3 \rho g = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_f g + 6\pi\eta r v$$

$$\eta = \frac{2r^2 g (\rho - \rho_f)}{9v}$$

Laminarno kretanje – slojevi tokom kretanja ostaju paralelni (ne sijeku se). Takvo kretanje je izvodljivo pri malim brzinama i malom viskoznom trenju fluida. Sa povećanjem brzina i viskoznosti, kretanje postaje turbulentno.

Turbulentno \longrightarrow laminarno, iskorišćeno pri mjerenju srčanog pritiska.



Slika 9.