Uvod u teoriju telekomunikacionog saobraćaja

Slučajne promjenljive u telekomunikacionim mrežama

Diskretne

- Geometrijska raspodjela
- Poasonova raspodjela
- Binomna raspodjela…

Kontinualne

- Eksponencijalna raspodjela
- Uniformna raspodjela
- Gausova raspodjela
- Pareto raspodjela…

Slučajne promjenljive u telekomunikacijama

Geometrijska raspodjela

$$\mathrm{Prob}\{X = k\} = (1-q)q^k, \quad 0 < q < 1, \quad k = 0, 1, 2, \ldots$$

q je bezdimenziona veličina

PRIMJER:

Pretpostavimo da za slot vemenskog multipleksa konkuriše više korisnika. Neka je vjerovatnoća da je slot na raspolaganju posmatranom izvoru 1-q. Slot se dodjeljuje drugim izvorima sa vjerovatnoćom q. Slučajna promjenljiva X predstavlja broj neuspjelih pokušaja zauzimanja kanala do prvog uspješnog pokušaja zauzimanja kanala.

Slučajne promjenljive u telekomunikacijama

Modifikovana geometrijska raspodjela:

$$\mathrm{Prob}\{X = k\} = (1-q)q^{k-1}, \quad 0 < q < 1, \quad k = 1, 2, 3, \ldots$$

PRIMJER:

Paket se prenosi po linku. Vjerovatnoća neuspješnog prenosa je q. Vjerovatnoća uspješnog prenosa je 1-q. Slučajna promjenljiva X predstavlja broj pokušaja do uspješnog prenosa.

Slučajne promjenljive u telekomunikacijama

Osobine geometrijske raspodjele

Uslov normalizovanosti:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \text{Prob}\{X = k\} = \sum_{k=0}^{\infty} (1-q)q^k = (1-q) \times \sum_{k=0}^{\infty} q^k = (1-q) \times \frac{1}{1-q} = 1$$

Srednja vrijednost:

$$E[X] = \sum_{k=0}^{\infty} k \times \text{Prob}\{X = k\} = \sum_{k=0}^{\infty} k(1-q)q^k = (1-q)q \times \sum_{k=0}^{\infty} kq^{k-1} =$$

$$= (1-q)q \times \frac{d}{dq} \sum_{k=0}^{\infty} q^k = (1-q)q \times \frac{d}{dq}\frac{1}{1-q} = \frac{(1-q)q}{(1-q)^2} = \frac{q}{1-q}$$

Ovo je moguće ako je red konvergentan

Slučajne promjenljive u telekomunikacijama

Osobine geometrijske raspodjele

Srednja kvadratna vrijednost:

$$E\left[X^2\right] = \sum_{k=0}^{\infty} k^2 \times \mathrm{Prob}\{X = k\} = \sum_{k=0}^{\infty} k^2 (1-q) q^k = (1-q)q \times \sum_{k=0}^{\infty} k\left(kq^{k-1}\right) = (1-q)q \times \frac{d}{dq} \sum_{k=0}^{\infty} kq^k$$

$$E\left[X^2\right] = (1-q)q \times \frac{d}{dq} \frac{q}{(1-q)^2} = (1-q)q \times \frac{1+q}{(1-q)^3} = \frac{(1+q)q}{(1-q)^2}$$

Zamjena sume i izvoda

Varijansa:

$$\mathrm{Var}[X] = E\left[X^2\right] - \{E[X]\}^2 = \frac{(1+q)q}{(1-q)^2} - \frac{q^2}{(1-q)^2} = \frac{q}{(1-q)^2}$$

PRIMJER: Osobine modifikovane geometrijske raspodjele.

Slučajne promjenljive u telekomunikacijama

Poasonova raspodjela

$$\mathrm{Prob}\{X = k\} = \frac{\rho^k}{k!}e^{-\rho}, \quad \rho > 0, \quad k = 0, 1, 2, \ldots$$

ρ je bezdimenziona veličina (intenzitet saobraćaja)

PRIMJER:

Pretpostavimo da brojimo telefonske pozive koji tokom posmatranog vremena dolaze na telefonsku centralu. Ako je taj broj izbrojanih poziva k, a vrijeme t, onda se radi o Poasonovoj raspodjeli (eksperimentalni rezultat). ρ je proporcionalna vremenu t i srednjoj dolaznoj brzini poziva λ.

$$\rho = \lambda t$$

Slučajne promjenljive u telekomunikacijama

Osobine Poasonove raspodjele:

Uslov normalizovanosti:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \mathrm{Prob}\{X=k\} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\rho^k}{k!} e^{-\rho} = e^{-\rho} \times \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\rho^k}{k!} = e^{-\rho} \times e^{\rho} = 1$$

Srednja vrijednost:

$$E[X] = \sum_{k=0}^{\infty} k \times \mathrm{Prob}\{X=k\} = \sum_{k=0}^{\infty} k \frac{\rho^k}{k!} e^{-\rho} = e^{-\rho} \times \sum_{k=1}^{\infty} k \frac{\rho^k}{k!} =$$

$$= \rho e^{-\rho} \times \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\rho^{k-1}}{(k-1)!} = \rho e^{-\rho} \times \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\rho^j}{j!} = \rho e^{-\rho} \times e^{\rho} = \rho$$

Slučajne promjenljive u telekomunikacijama

Osobine Poasonove raspodjele

Srednja kvadratna vrijednost:

$$E\left[X^2\right] = \sum_{k=0}^{\infty} k^2 \times \mathrm{Prob}\{X = k\} = \sum_{k=0}^{\infty} k^2 \frac{\rho^k}{k!} e^{-\rho} = e^{-\rho} \times \sum_{k=1}^{\infty} k^2 \frac{\rho^k}{k!} =$$

$$= \rho e^{-\rho} \times \sum_{k=1}^{\infty} k \frac{\rho^{k-1}}{(k-1)!} = \rho e^{-\rho} \times \frac{d}{d\rho}\left[\rho \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\rho^{k-1}}{(k-1)!}\right] =$$

$$= \rho e^{-\rho} \times \frac{d}{d\rho}\left[\rho \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\rho^j}{j!}\right] = \rho e^{-\rho} \times \frac{d}{d\rho}[\rho e^{\rho}] = \rho e^{-\rho} \times [e^{\rho} + \rho e^{\rho}] = \rho(1+\rho)$$

Varijansa:

$$\mathrm{Var}[X] = E\left[X^2\right] - \{E[X]\}^2 = \rho(1+\rho) - \rho^2 = \rho \longrightarrow$$

E[x]=Var[X]

Slučajne promjenljive u telekomunikacijama

Binomna raspodjela

$$\text{Prob}\{X = k\} = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}, \quad 0 < p < 1, k = 0, 1, 2, \ldots n$$

p je bezdimenziona veličina

PRIMJER:

Pretpostavimo prenos poruke (koja sadrži n paketa) preko kanala koji sa vjerovatnoćom p unosi grešku tokom prenosa paketa. Slučajna promjenljiva koja predstavlja broj pogrešno prenesenih paketa ima binomnu raspodjelu.

Slučajne promjenljive u telekomunikacijama

Osobine binomne raspodjele:

Uslov normalizovanosti:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \mathrm{Prob}\{X = k\} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} = [p + 1 - p]^n = 1$$

Njutnova binomna formula

Srednja vrijednost:

$$E[X] = \sum_{k=0}^{n} k \times \mathrm{Prob}\{X = k\} = \sum_{k=1}^{n} k \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} = \sum_{k=1}^{n} \frac{n!}{(k-1)!(n-k)!} p^k (1-p)^{n-k} =$$

$$= np \times \sum_{k=1}^{n} \frac{(n-1)!}{(k-1)![n-1-(k-1)]} p^{k-1} (1-p)^{n-1-(k-1)} =$$

$$= np \times \sum_{j=0}^{n-1} \frac{(n-1)!}{j![n-1-j]} p^j \mid (1-p)^{n-1-j} = np \times [p + 1 - p]^{n-1} =$$

$$= np$$

Slučajne promjenljive u telekomunikacijama

Osobine binomne raspodjele:

Srednja kvadratna vrijednost:

$$E\left[X^2\right] = \sum_{k=0}^{n} k^2 \times \mathrm{Prob}\{X = k\} = \sum_{k=1}^{n} k^2 \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} =$$
$$= np + np^2(n-1)$$

Varijansa:

$$\mathrm{Var}[X] = E\left[X^2\right] - \{E[X]\}^2 = np + np^2(n-1) - (np)^2 = np - np^2$$

Slučajne promjenljive u telekomunikacijama

Veza binomne i Poasonove raspodjele:

Poasonova raspodjela je granični slučaj binomne raspodjele kada broj pokušaja n teži beskonačnosti, a vjerovatnoća dogadjaja p teži 0, pri čemu njihov proizvod ostaje konstantan i jednak ρ.

$$\boxed{N! \approx \sqrt{2\pi} N^N e^{-N}}$$

Stirlingova formula

$$p(k)=\binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} = \frac{N!}{k!(N-k)!} p^k (1-p)^{N-k} =$$

$$= \frac{N^N e^{-N}}{k!(N-k)^{N-k} e^{-(N-k)}} \left(\frac{\rho}{N}\right)^k \left(1-\frac{\rho}{N}\right)^{N-k} = \frac{\rho^k}{k!} \left(\frac{N}{N-k}\right)^{N-k} e^{-k} \left(1-\frac{\rho}{N}\right)^{N-k} =$$

$$= \frac{\rho^k}{k!} e^{-k} \left(\left(1-\frac{k}{k-N}\right)^{\frac{k-N}{k}}\right)^{-k} \left(\left(1-\frac{\rho}{N}\right)^{\frac{N}{\rho}}\right)^{\frac{\rho}{N}(N-k)} = \frac{\rho^k}{k!} e^{-k} e^k e^{-\rho} = \frac{\rho^k}{k!} e^{-\rho}$$

Slučajne promjenljive u telekomunikacijama

Eksponencijalna raspodjela:

$$f_X(x) = \mu e^{-\mu x}, \ \ x \geq 0$$

μ predstavlja srednju brzinu dimenzije vrijeme^{-1}

$$F_X(x) = 1 - e^{-\mu x}, \ \ x \geq 0$$

Mnogi fenomeni u telekomunikacionim mrežama se mogu opisati ovom raspodjelom (trajanje telefonskog poziva, interval između dva poziva koji dolaze na telefonsku centralu, faza tišine za izvor govornog saobraćaja,...)

Slučajne promjenljive u telekomunikacijama

Osobine eksponencijalne raspodjele

Uslov normalizovanosti:

$$\int_0^\infty f_X(x)\,dx = \int_0^\infty \mu e^{-\mu x}\,dx = -\lim_{a\to+\infty}[e^{-\mu a}]_0^a = 1$$

Srednja vrijednost:

$$E[x] = \int_0^\infty x f_X(x)\,dx = \int_0^\infty \mu x e^{-\mu x}\,dx = \frac{1}{\mu}\int_0^\infty z e^{-z}\,dz =$$

$$= \frac{1}{\mu}\left\{\left[z\left(-e^{-z}\right)\right]_0^{+\infty} - \int_0^\infty -e^{-z}\,dz\right\} = \frac{1}{\mu}\int_0^\infty e^{-z}\,dz = \frac{1}{\mu}$$

Slučajne promjenljive u telekomunikacijama

Osobine eksponencijalne raspodjele:

Srednja kvadratna vrijednost:

$$E\left[X^2\right] = \int_0^{+\infty} x^2 f_X(x)dx = \int_0^{+\infty} x^2 \mu e^{-\mu x} dx = \frac{1}{\mu^2}\int_0^{+\infty} z^2 e^{-z} dz =$$

$$= \frac{1}{\mu^2}\left\{\left[z^2 \times (-e^{-z})\right]_0^{+\infty} - 2\int_0^{+\infty} z(-e^{-z})dz\right\} = \frac{2}{\mu^2}\int_0^{+\infty} ze^{-z}dz = \frac{2}{\mu^2}$$

Varijansa:

$$\mathrm{Var}[X] = E\left[X^2\right] - \{E[X]\}^2 = \frac{2}{\mu^2} - \frac{1}{\mu^2} = \frac{1}{\mu^2} \longrightarrow \mathrm{Var}[X]=E[X]^2$$

Koeficijent varijacije $C_X=1$

Slučajne promjenljive u telekomunikacijama

Osobine eksponencijalne raspodjele:

Memoryless osobina

- Pretpostavimo da X predstavlja poziv koji je započeo u trenutku x=0
- Posmatrajmo slučajnu promjenljivu X u trenuku x=τ, i pretpostavimo da je poziv još aktivan
- Potrebno je da odredimo funkciju raspodjele slučajne promjenljive R=X-τ, koja predstavlja 'ostatak vremena'

$$F_R(t) = \text{Prob}\{R \le t\} = \text{Prob}\{X - \tau \le t \mid X > \tau\} =$$

$$= \frac{\text{Prob}\{X-\tau\le t, X>\tau\}}{\text{Prob}\{X>\tau\}} = \frac{\text{Prob}\{\tau<X\le t+\tau\}}{1-\text{Prob}\{X\le\tau\}} =$$

$$= \frac{\text{Prob}\{X\le t+\tau\}-\text{Prob}\{X\le\tau\}}{1-\text{Prob}\{X\le\tau\}} = \frac{F_X(t+\tau)-F_X(\tau)}{1-F_X(\tau)}$$

- Odgovarajuća funkcija gustine raspodjele je

$$f_R(t) = \frac{d}{dt}F_R(t) = \frac{d}{dt}\left[\frac{F_X(t+\tau)-F_X(\tau)}{1-F_X(\tau)}\right] = \frac{f_X(t+\tau)}{1-F_X(\tau)}$$

Slučajne promjenljive u telekomunikacijama

Osobine eksponencijalne raspodjele:

Memoryless osobina

- Prethodne relacije važe za bilo koju slučajnu promjenljivu X, pod imenom teorema “više od života”
- Vidimo da obije funkcije zavise od trenutka τ, kada se ponovo slučajna promjenljiva razmatra
- U specijalnom slučaju eksponencijalne raspodjele važi

$$F_R(t) = \frac{F_X(t+\tau)-F_X(\tau)}{1-F_X(\tau)} = \frac{1-e^{-\lambda(t+\tau)}-\left[1-e^{-\lambda\tau}\right]}{1-\left[1-e^{-\lambda t}\right]} = 1 - e^{-\lambda t}$$

$$f_R(t) = \frac{f_X(t+\tau)}{1-F_X(\tau)} = \frac{\lambda e^{-\lambda(t+\tau)}}{1-\left[1-e^{-\lambda\tau}\right]} = \lambda e^{-\lambda t}$$

- Dakle slučajna promjenljiva ‘ostatak vremena’ ima i dalje eksponencijalnu raspodjelu kao slučajna promjenljiva X i ne zavisi od τ!!!!!!!

Slučajne promjenljive u telekomunikacijama

Osobine eksponencijalne raspodjele:

Memoryless osobina

- Ova osobina se široko primjenjuje u teoriji redova čekanja
- Slučajnu promjenljiva sa eksponencijalnom raspodjelom ima memoryless osobinu jer odgovarajuća promjenljiva ‘ostatak vremena’ ima identičnu eksponencijalnu raspodjelu
- Može se pokazati da je eksponencijalna raspodjela jedina kontinualna raspodjela sa ovom osobinom.
- Može se pokazati da je geometrijska raspodjela jedina diskretna raspodjela sa ovom osobinom.

Slučajne promjenljive u telekomunikacijama

Osobine eksponencijalne raspodjele:

Minimum dvije slučajne promjenljive sa eksponencijalnom raspodjelom

- Razmotrimo dvije slučajne promjenljive T_1 i T_2 koje imaju eksponencijalnu raspodjelu

$$\mathrm{F_{T1}(t) = 1 - e^{-\lambda t}}$$
$$\mathrm{F_{T2}(t) = 1 - e^{-\lambda 2t}}$$
$$\mathrm{T = \min\{T_1, T_2\}}$$
$$\begin{aligned} F_T(t) &= F_{T_1}(t) + F_{T_2}(t) - F_{T_1}(t) \times F_{T_2}(t) = \\ &= 1 - e^{-\lambda_1 t} + 1 - e^{-\lambda_2 t} - \left(1 - e^{-\lambda_1 t}\right) \times \left(1 - e^{-\lambda_2 t}\right) = \\ &= 1 - e^{-\lambda_1 t - \lambda_2 t} = 1 - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} \end{aligned}$$

- Slučajna promjenljiva T ima eksponencijalnu raspodjelu sa srednjom dolaznom brzinom $\lambda_1 + \lambda_2$
- Lako je pokazati da ovo važi i za opšti slučaj, proizvoljnog broja slučajnih promjenljivih

Slučajne promjenljive u telekomunikacijama

Osobine eksponencijalne raspodjele

Minimum dvije slučajne promjenljive sa eksponencijalnom raspodjelom

- Razmotrimo banku sa četiri šaltera
- Korisnik dolazi i zatiče sva četiri šaltera zauzeta.
- Pretpostavimo da vrijeme posluživanja korisnika ima eksponencijalnu raspodjelu srednje brzine μ. Treba odrediti distribuciju vremena čekanja korisnika.
- Pristigli korisnik 'zna' da preostalo vrijeme posluživanja korisnika na šalterima ima eksponecijalnu raspodjelu srednje brzine μ (memoryless).
- Korisnik će započeti razgovor sa bankarom čim prvi šalter bude slobodan.
- Vrijeme čekanja je prema tome jednako minimumu četiri eksponencijalne raspodjele srednje brzine μ. To znači da je odgovarajuća raspodjela eksponencijalna sa brzinom 4μ.

Slučajne promjenljive u telekomunikacijama

Osobine eksponencijalne raspodjele:

Upoređenje eksponencijalne raspodjele i druge raspodjele

- Pretpostavimo dvije slučajne promjenljive X (eksponencijalna) i Y (proizvoljna)

$$\text{Prob}\{X > Y\} = \int_0^{+\infty} [1 - F_X(x)] f_Y(x) dx = \int_0^{+\infty} f_Y(x) e^{-\mu x} dx = \\ = LT\{f_Y(x)\}\big|_{s=\mu}$$

- gdje $LT\{f_Y(x)\}$ predstavlja Laplasovu transformaciju funkcije $f_Y(x)$
- Ako Y ima eksponencijalnu raspodjelu onda važi

$$LT\{f_Y(x)\} = LT\left\{\lambda e^{-\lambda t}\right\} = \frac{\lambda}{\lambda + s}$$

$$\text{Prob}\{X > Y\} = \frac{\lambda}{\lambda + s}\bigg|_{s-\mu} = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}$$

PRIMJER

U pošti postoje dva telefona. Kada osoba A odluči da koristi telefon i dođe u poštu utvrdi da jedan već koristi osoba B, pri čemu niko više ne čeka. Pretpostavimo da vrijeme korišćenja telefona ima eksponencijalnu raspodjelu parametra μ . Koliko iznosi vjerovatnoća da osoba A završi korišćenje telefona prije osobe B? Odgovoriti na isto pitanje ako je vrijeme korišćenja telefona determinističko?

X – vrijeme trajanja korišćenja telefona od strane osobe A

Y – vrijeme trajanja korišćenja telefona od strane osobe B

$$P\left(X<Y\right)=\int_0^\infty P\left(X<y\middle|Y=y\right)f_Y\left(y\right)dy=\int_0^\infty F_X\left(y\right)f_Y\left(y\right)dy=$$

$$=\int_0^\infty\left(1-e^{-\mu y}\right)\mu e^{-\mu y}dy=1-\mu\int_0^\infty e^{-2\mu y}dy=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$$

Za slučaj determinističke raspodjele: $P\left(X<Y\right)=0$

Slučajne promjenljive u telekomunikacijama

Uniformna raspodjela:

Kontinualna slučajna promjenljiva X ima uniformnu raspodjelu na intervalu [a,b] ako

$$f_X(x) = \frac{u(x-b) - u(x-a)}{b-a}, \quad x \in (-\infty, +\infty)$$

gdje je u[x] jedinična step funkcija centrirana u x

Slučajne promjenljive u telekomunikacijama

Osobine uniformne raspodjele:

Uslov normalizovanosti se izvodi na elementaran način

Koristi se kada rezultati nekog događaja mogu imati bilo koju vrijednost u opsegu vrijednosti bez definisanih privilegija

Srednja vrijednost:

$$E[X] = \int_a^b x \times \frac{1}{b-a} dx = \frac{b+a}{2}$$

Srednja kvadratna vrijednost

$$E[X^2] = \int_a^b x^2 \times \frac{1}{b-a} dx = \frac{b^2+ab+a^2}{3}$$

Slučajne promjenljive u telekomunikacijama

Gausova raspodjela:

- Kontinualna slučajna promjenljiva X ima Gausovu raspodjelu ako:

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad x \in (-\infty, +\infty)$$

gdje je μ realan broj.

- Uslijed centralne granične teoreme, suma beskonačnog broja nezavisnih identično raspodijeljenih slučajnih promjenljivih teži Gausovoj raspodjeli!!!
- To je tipičan trend sa Internet saobraćajem.
- Teško dokazivanje normalizovanosti, izračunavanje srednje vrijednosti i varijanse. Teško odrediti $F_X(x)$.

Slučajne promjenljive u telekomunikacijama

Gausova raspodjela:

- Srednja vrijednost

- Pođimo od pretpostavke da za neparnu funkciju važi:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (x-\mu) \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx = 0$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx - \int_{-\infty}^{+\infty} \mu \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx = 0$$

$$E(X) - \mu \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx = 0$$

$$E(X) - \mu = 0$$

$$E(X) = \mu$$

Slučajne promjenljive u telekomunikacijama

Gausova raspodjela:

- Varijansa:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx = \sqrt{2\pi}\sigma$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d}{d\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx = \sqrt{2\pi} \Rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x-\mu)^2}{\sigma^3} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx = \sqrt{2\pi}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (x-\mu)^2 \times \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx = \sigma^2$$

Slučajne promjenljive u telekomunikacijama

Sporadičan saobraćaj

- Poasonova i binomna raspodjela se tradicionalno koriste za modelovanje saobraćaja u mreži.
- Nedavne analize pokazuju da ovi modeli nisu adekvatni za sporadičan saobraćaj (bursty) zato što saobraćaj često ima izuzetno velike trenutne vrijednosti, iako su srednje vrijednosti male.
- To znači da saobraćaj u telekomunikacionim mrežama može imati visoku varijansu u širokom opsegu vremenskih intervala, tako da grupni saobraćaj nije usrednjen ako sakupimo kompletan saobraćaj tokom dugog vremenskog perioda.
- Udruživanjem saobraćaja više bursty izvora rezultantni saobraćaj ostaje bursty (self-similarity).
- Za ovakav saobraćaj se koriste heavy-tailed raspodjele.

Slučajne promjenljive u telekomunikacijama

Pareto raspodjela:

$$f(x) = \frac{ba^b}{x^{b+1}}$$

- **b** je parametar oblika koji je pozitivan realan broj, dok je **a** pozitivan translacioni izraz koji mora biti manji od **x**

$$F(x) = 1 - \left(\frac{a}{x}\right)^b$$

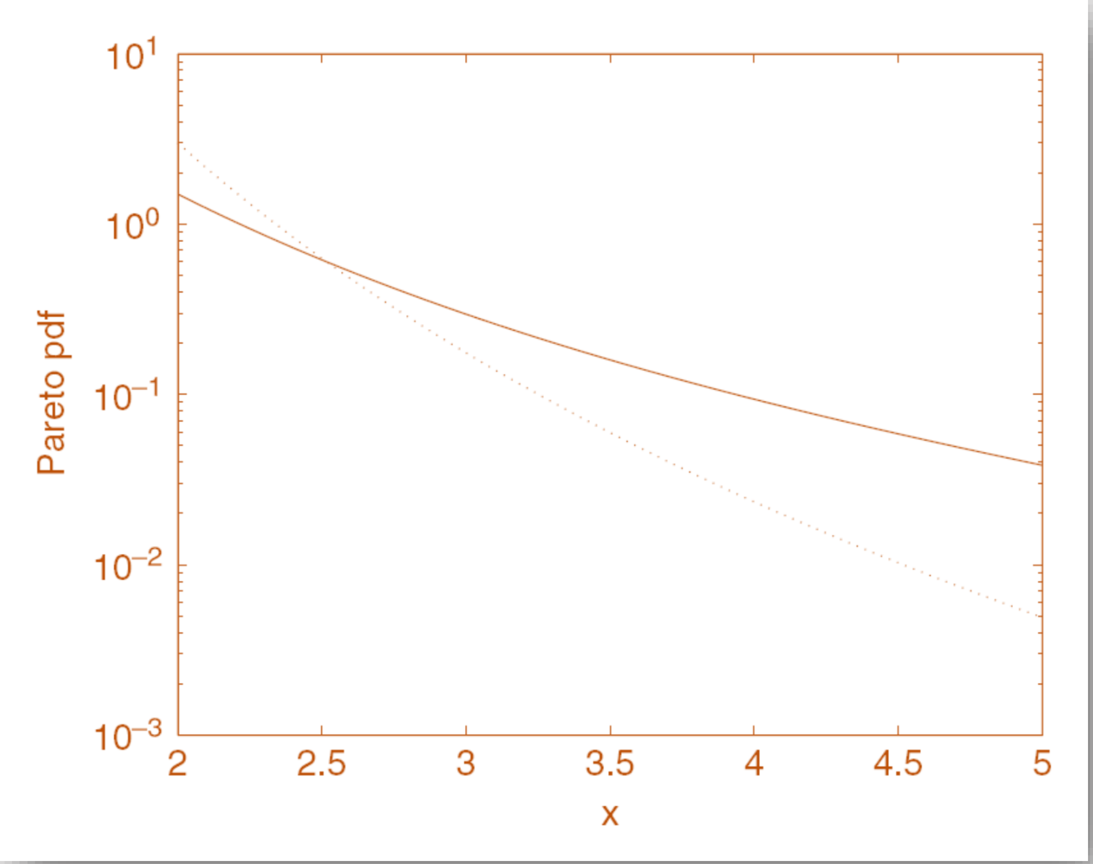
- Koristi se za izražavanje trajanja Internet sesije

Slučajne promjenljive u telekomunikacijama

Pareto raspodjela

Isprekidana linija a=2, b=5

Puna linija a=2, b=3



Slučajne promjenljive u telekomunikacijama

Osobine Pareto raspodjele

Pareto raspodjela

- Srednja vrijednost je pozitivna za b>1
- Varijansa ima smisla za b>2

$$\mu = \frac{ba}{b-1}$$

$$\sigma^2 = \frac{ba^2}{(b-1)^2(b-2)}$$

- Tipično se uzima da je **b** između 1.4 i 1.6
- Vjerovatnoća da je slučajna promjenljiva veća od x opada geometrijski.

$$p(X > x) = 1 - p(X \leq x) = \left(\frac{a}{x}\right)^b$$