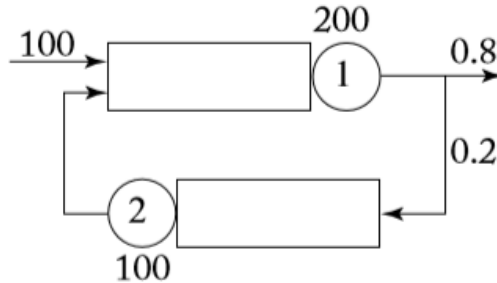
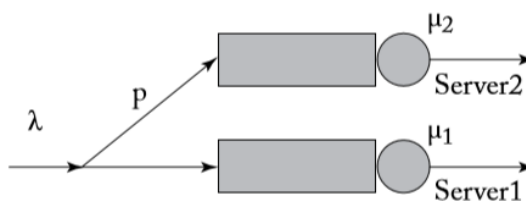


1. Razmotriti mrežu sa Slike 1. Na ulaz mreže dolazi Poasonov proces prosječne brzine 100 paketa/sekundi. Brzine opsluživanja dva bafera imaju nezavisne i identično distribuirane eksponencijalne raspodjele srednje vrijednosti 200 i 100 paketa/sekundi. Nakon što se paket obradi od strane bafera 1, šalje se baferu 2 sa vjerovatnoćom 0.2, i napušta mrežu sa vjerovatnoćom 0.8. Odrediti prosječno kašnjenje u mreži.



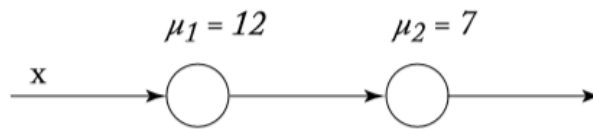
Slika 1.

2. Kompanija ima dvije komunikacione linije koje opslužuju odlazni saobraćaj. Ove linije modelovane su sa dva servera i odgovarajućim baferima, kao što je prikazano na Slici 2. Linija koja je predstavljena serverom 1 odgovara primarnoj liniji, dok je druga pomoćna linija implementirana u cilju smanjenja prosječnog kašnjenja paketa. Međutim, druga linija je sporija, i potrebno je odrediti optimalnu vjerovatnoću  $p$  sa kojom se dolazni paketi usmjeravaju na sporiju liniju. Pretpostaviti da se dolazni saobraćaj može modelovati Poasonovom raspodjelom srednje vrijednosti 1000 paketa/sekundi.
  - a) Odrediti optimalnu vrijednost  $p$  koja minimizuje prosječno kašnjenje paketa. Pretpostaviti da su vremena opsluživanja paketa  $\mu_1 = 4000$  i  $\mu_2 = 3000$  paketa po sekundi za server 1 i server 2 respektivno.
  - b) Sada pretpostaviti da druga linija uvijek unosi fiksno kašnjenje od  $1/3$  ms na nivou paketa, dok je brzina opsluživanja prve linije i dalje  $\mu_1 = 4000$  paketa/sekundi. Da li je vjerovatnoća  $p$  jednaka, manja ili veća u odnosu na vrijednost dobijenu pod a). Obrazložiti odgovor.



Slika 2.

3. Razmotriti mrežu sa dva bafera vezana u red kao što je prikazano na Slici 3. Dolasci paketa su modelovani Poasonovom raspodjelom prosječne brzine  $x$ , dok se prosječno vrijeme opsluživanja paketa u prvom i drugom baferu može modelovati nezavisnim i identično distribuiranim eksponencijalnim raspodjelama parametra  $\mu_1 = 12$  i  $\mu_2 = 7$ , respektivno.
  - a) Odrediti izraz za prosječno kašnjenje u mreži.
  - b) Odrediti izraz za Lagranžovu maksimizaciju funkcije  $f(x) = 10 \log_e(x) - 2x$  pod ograničenjem da prosječno kašnjenje u mreži mora biti manje ili jednako od 0.4 sekunde.
  - c) Pronaći optimalnu vrijednost  $x$ .



### Rešenja

1.

$$\lambda_1 = 100 + \lambda_2 \Rightarrow \begin{cases} 0.8\lambda_1 = 100 \Rightarrow \lambda_1 = 125 \text{ paketa / s} \\ \lambda_2 = 0.2\lambda_1 \Rightarrow \lambda_2 = 25 \text{ paketa / s} \end{cases}$$

$$\rho_1 = \frac{\lambda_1}{\mu_1} = \frac{125}{200} = 0.625$$

$$\rho_2 = \frac{\lambda_2}{\mu_2} = \frac{25}{100} = 0.25$$

$$\bar{T} = \frac{\bar{N}_1 + \bar{N}_2}{\lambda}$$

$$\bar{N}_1 = \frac{\rho_1}{1 - \rho_1} = 1.666 \text{ paketa}$$

$$\bar{N}_2 = \frac{\rho_2}{1 - \rho_2} = 0.333 \text{ paketa}$$

$$\bar{T} = 9.58 \text{ ms}$$

2. a)

$$\bar{T} = (1 - p)\bar{T}_1 + p\bar{T}_2$$

$$\bar{T}_1 = \frac{1}{\mu_1 - (1 - p)\lambda}$$

$$\bar{T}_2 = \frac{1}{\mu_2 - p\lambda}$$

$$\bar{T}' = 0$$

$$p = \frac{\lambda\sqrt{\mu_2} + \mu_2\sqrt{\mu_1} - \mu_1\sqrt{\mu_2}}{\lambda(\sqrt{\mu_2} + \sqrt{\mu_1})} = 0.215$$

b) Vjerovatnoće su približno iste jer je prosjčno kašnjenje koje unosi drugi bafer približno jednako 1/3ms.

3. a)

$$\bar{T} = \frac{\bar{N}_1 + \bar{N}_2}{x}$$

$$\rho_1 = \frac{\lambda_1}{\mu_1} = \frac{x}{12}$$

$$\rho_2 = \frac{\lambda_2}{\mu_2} = \frac{x}{7}$$

$$\bar{N}_1 = \frac{\rho_1}{1-\rho_1} = \frac{\frac{x}{12}}{1-\frac{x}{12}} = \frac{x}{12-x}$$

$$\bar{N}_2 = \frac{\rho_2}{1-\rho_2} = \frac{\frac{x}{7}}{1-\frac{x}{7}} = \frac{x}{7-x}$$

$$\bar{T} = \frac{19-2x}{(12-x)(7-x)}$$

b)c)  $f(x) = 10 \log_e(x) - 2x$

$$L(x, \lambda) = 10 \log_e(x) - 2x - \lambda(\bar{T} - 0.4)$$

...