

Matematika V

Drugi domaći zadatak

1. Koristeći Euklidov algoritam naći $(4076, 1024)$.
2. Odrediti $\alpha, \beta \in \mathbb{Z}$ tako da važi $2076\alpha + 1776\beta = (2076, 1776)$.
3. Dokazati da se razlomak $\frac{11n+4}{3n+1}$ ne može skratiti ni za jedan prirodan broj n .
4. Odrediti prirodne brojeve m i n za koje važi $m + 2n = 84$ i $(m, n) = 12$.
5. Naći $\varphi(6120), \sigma(6120), \tau(6120)$.
6. Riješiti u skupu prirodnih brojeva jednačinu a) $\varphi(11^x) = 13310$; b) $\varphi(18^x) = 1944$.
7. Naći ostatak pri dijeljenju
 - (a) 3^{247} sa 25;
 - (b) 3^{181} sa 17;
 - (c) 2^{35} sa 7;
 - (d) 23^{1001} sa 17;
 - (e) 7^{1001} sa 17;
 - (f) 43^{5555} sa 31;
 - (g) 30^{2020} sa 19.
8. Naći posljednje dvije cifre broja 3^{3434} .
9. Ispitati rješivost i u slučaju rješivosti naći opšte rješenje linearne Diofantove jednačine
$$1776x + 1970y = 4152.$$
10. Riješiti linearnu kongruenciju $8x \equiv 3 \pmod{11}$.
11. (a) Da li sistem linearnih kongruencija
$$4x \equiv 1 \pmod{3}, \quad x \equiv 3 \pmod{4}, \quad x \equiv 4 \pmod{7}, \quad x \equiv 7 \pmod{11}$$
ima jedinstveno rješenje? Obrazložiti odgovor.
(b) Riješiti sistem pod (a).