

# INDUSTRIJSKA PNEUMATIKA

Studijski program Mehatronika

III SEMESTAR

Nastavni fond: 2+2

$$10101101_2 = 173_{10}$$

Lekcija 3:

$$10101101_2 = 255_8$$

## BROJNI SISTEMI

$$10101101_2 = AD_{16}$$



*Predavač:*

Prof. dr Marina Mijanović Markuš

## BROJNI SISTEMI

- ❖ Brojni sistem je **način označavanja** ili izražavanja brojeva, nizova znakova ili naziva.
- ❖ Uporedo sa razvojem pisma kroz čovekovu istoriju razvijali su se i **različiti brojni sistemi** koji se po strukturu dijele na:
  - 1) **aditivne,**
  - 2) **aditivno-multiplikativne.**
- ❖ **Aditivni sistem** je niz znakova u kojima je broj jednak **zbiru** znakova od kojih je sastavljen, npr. kao kod starih Rimljana:

$$XXXVII = 10 + 10 + 10 + 5 + 2 = 37$$

## BROJNI SISTEMI

❖ Ovakvi sistemi nisu omogućavali računске operacije kao što omogućavaju aditivno-multiplikativni brojni sistemi, kod kojih pojedine cifre predočavaju veličinu (tzv. težinu) pojedinih grupa datog niza s kojom se pomnože i sve grupe saberu:

$$\text{"sto četrdeset i pet"} = 1 * 100 + 4 * 10 + 5 * 1 = 145$$

❖ Osnova aditivno-multiplikativnog brojnog sistema je **BAZA**, koja ulazi kao multiplikant u komponente oznake ili naziva broja.

❖ Danas je u opštoj upotrebi **DEKADNI BROJNI SISTEM**, aditivno-multiplikativni brojni sistem sa OSNOVOM (BAZOM) deset (10).

Obično se broj "N" u aditivno-multiplikativnom sistemu sa osnovom "B" može napisati u obliku:

$$N_B = a \times B^n + \dots + a \times B^2 + a \times B^1 + a \times B^0$$

**N** – broj brojnog sistema sa osnovom "**B**" izražen ciframa "**a**"

**a** – bilo koja cifra brojnog sistema u opsegu od 0 do **B-1**, a to su u dekadnom sistemu znakovi **0,1,2,3,4,5,6,7,8** i **9** koji predstavljaju brojni raspon unutar osnove "**B**".

**B** – osnova (baza) brojnog sistema, koja u dekadnom sistemu iznosi 10 i ukazuje da postoji 10 mogućih različitih stanja na jednom mjestu jedne cifre "**a**".

Navedenim izrazom izračunava se dekadna vrijednost broja "N" bilo kog brojnog sistema.

## DEKADNI brojni sistem

- ❑ Ljudi broje i računaju po **dekadnom brojnom sistemu** i vrlo često ne razmišljaju da je nastao na osnovu deset čovjekovih prstiju s kojima se ispomagao u računanju.
- ❑ Koristi se **poziciono označavanje brojeva** npr. broj 1953 sadrži četiri cifre od kojih svaka u zavisnosti od mjesta gde se nalazi označava broj jedinica, desetica, stotina itd.
- ❑ Svakoj cifri pridružuje se njena **TEŽINA** koja zavisi od njenog mjesta u broju.
- ❑ Najmanju težinu ima cifra na desnom kraju broja, a najveću težinu ima cifra na lijevom kraju broja.

Dekadni broj se tumači na sledeći način:

$$\begin{array}{r}
 1953_{10} = 1 \times 1000 + 9 \times 100 + 5 \times 10 + 3 \times 1 = \\
 = 1 \times 10^3 + 9 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 3 \times 10^0 = \\
 = \begin{array}{r} 1000 \\ 900 \\ 50 \\ + 3 \\ \hline 1953_{10} = 1953 \end{array}
 \end{array}$$

težinske vrijednosti

□ Osnova sistema je broj 10 a težinska vrijednost cifre je eksponent osnove u skladu sa udaljenošću cifre od mjesta najmanje težine.

□ S negativnim eksponentom mogu se prikazati brojevi manji od jedan, kao na primjer:

$$0.12 = 1 * 10^{-1} + 2 * 10^{-2}$$

□ Često se u svakodnevnoj praksi opisuju događaji kojim je osnova brojanja drugačija, npr. sunca ima ili nema, živ ili mrtav, moker ili suv i slično.

□ Tim opisima pridružena su DVA različita stanja.

□ Elektronika u tom pogledu nije mnogo drugačija. Kao ni pneumatika kod sistema upravljanja.

□ Često je pogodno definisati dvije situacije:

- Signala **ima**
- ili **nema**.

□ Simbolička oznaka postojanja signala (elektronskog, pneumatskog) je "1", a oznaka nepostojanja je "0".

□ Računari, kao i pneumatsko upravljanje, koriste logičke operacije s brojnim sistemom koji koristi cifre "0" i "1" i ima osnovu "2".

□ Takav sistem se naziva **BINARNI BROJNI SISTEM**, kod koga su cifre "0" ili "1", što predstavlja 50% vjerovatan događaj za pojavu jedne od cifara.

## BINARNI brojni sistem

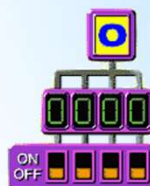
- ✓ Kod dekadnog brojnog sistema brojimo "nula, jedan, dva, tri, četiri, pet, šest, sedam, osam, devet, DESET ", a "deset" je u suštini "0, 1 prenešeno ulijevo".
- ✓ Analogno navedenom može se izgraditi binarni sistem brojeva prema primjeru u tabeli na sledećem slajdu.

### Generisanje dekadnog i binarnog niza celih brojeva.

dekadno	binarno
0	0
1	1
2	10
3	11
4	100
5	101
6	110
7	111
8	1000
9	1001
10	1010
11	1011
12	1100
13	1101
14	1110
15	1111
16	10000
17	10001
:	:
:	:

sledi "0, jedan dalje ulijevo"

sledi "00, jedan dalje ulijevo"



Opšti oblik za pretvaranje binarnog broja u dekadni je:

$$N_{10} = a \times 2^n + \dots + a \times 2^2 + a \times 2^1 + a \times 2^0$$

**N** – broj brojnog sistema izražen ciframa “a”

**a<sub>i</sub>** – cifra sistema; “0” ili “1”

**2** – osnova brojnog sistema

### Primjer 1

Kolika je dekadna vrijednost binarnog broja  $10101101_2$ ?

Rešenje:

	<b>7</b>	<b>6</b>	<b>5</b>	<b>4</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>1</b>	<b>0</b>
	<hr style="width: 100%;"/>							
<b>2</b>								<b>10</b>

✓ Nulti bit nosi **najmanju težinsku vrijednost** (najmanje značajan bit); težina bitova raste sa desna u lijevo.

✓ Dakle, pretvaranje binarnog broja u dekadni vrlo je **jednostavno**.

- ✓ Za binarne brojeve **manje od jedan** postupak je analogan, npr. za broj  $0.101_2$  je:

$$0.101_2 = 1 \cdot 2^{-1} + 0 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3} = 1/2 + 1/8 = 0.61111..._{10}$$

### Primjer 2

Kolika je binarna vrijednost dekadnog broja 47?

47 / 2 = 23	ostatak	1	...	
23 / 2 = 11	ostatak	1	...	
11 / 2 = 5	ostatak	1	...	
5 / 2 = 2	ostatak	1	...	
2 / 2 = 1	ostatak	0	...	
1 / 2 = 0	ostatak	1	...	

Pravac čitanja binarnog broja > 1

1 0 1 1 1 1 = 47<sub>10</sub>

- ✓ **Dijeljenjem** dekadnog broja **sa dva** i formiranjem niza od cjelobrojnih ostataka dobije se binarni broj ekvivalentan dekadnom broju po iznosu.

### Primjer 3

Za brojeve manje od jedan pretvaranje se vrši množenjem sa dva i formiranjem niza od cjelobrojnog ostataka proračuna; primjer za dekadni broj 0.8215:

$0.1101_2 = 0.8215_{10}$

Pravac čitanja binarnog broja < 1 ←

$0.8215 * 2 = 1.6430 = 0.643 + 1. . .$	
$0.643 * 2 = 1.286 = 0.286 + 1. . .$	
$0.286 * 2 = 0.572 = 0.572 + 0. . .$	
$0.572 * 2 = 1.144 = 0.144 + 1. . .$	

- ✓ Treba voditi računa o samom izgovaranju binarnih brojeva.
- ✓ Ne može se za  $101111_2$  reći "sto jedna hiljada i sto jedanaest", jer sam izgovor podrazumijeva dekadne sadržaje! Binarni broj se čita kao: "jedan, nula, jedan, jedan, jedan, jedan po osnovi dva".

### \* Računske operacije - binarni brojni sistem

\*Sabiranje:

X	Y	X + Y	Prenos	Rezultat
0	0	0	0	0
0	1	1	0	1
1	0	1	0	1
1	1	0	1	10

\*Oduzimanje:

X	Y	X - Y	Pozajmica	Rezultat
0	0	0	0	0
0	1	1	1	1
1	0	1	0	1
1	1	0	0	0



## \* Računske operacije - binarni brojni sistem

### \* Množenje:

X	Y	XY
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

### \* Dijeljenje:

\* nulom nije dozvoljeno

\* jedinicom - trivijalno

## ZAKLJUČAK

➔ Primjena binarnog brojnog sistema u upravljačkoj tehnici **opravdana je** zbog dvije prednosti koje sistem omogućuje:

- **Pouzdanost u radu,**
- **Ekonomičnost.**

➔ **Pouzdanost** se lako i sigurno ostvaruje, jer elektronski ili neki drugi sklop treba da zauzme samo dva stanja: ima ili nema napona, odnosno "1" ili "0", uprošteno → "radi" ili "ne radi".

➔ Ako se uz to svakoj binarnoj kombinaciji **doda** određeni broj bita na način:

- da se za svaku binarnu kombinaciju osigura ukupan paran broj jedinica ili nula (**provjera parnosti**), ili
- da se izračunava ukupni brojni iznos kao zbir svih cifara unutar određenog "bloka" podataka - kontrolni zbir (**check sum**),

to doprinosi **ukupnoj pouzdanosti sistema i kontroli pojave greške**.

(O kodovima za otkrivanje greške više od slajda 27)

➔ **Ekonomičnost** se ogleda u potrebi za najmanjim brojem vodova za prenos signala na daljinu.

➔ **Zbog preglednosti** i upravljanja radom sistema, reprezentovanje korisniku se vrši u drugim brojnim sistemima.



## \* Binarni kodovi za decimalne brojeve

\***Kod:** Set n-bitna niza u kojem različiti nizovi bita predstavljaju različite brojeve ili druge podatke.

\*Kodna riječ: kombinacija vrijednosti n-bitna.

\*N-bit nizovi (strings) najčešće sadrže  $2^n$  validnih kodnih riječi.

\*Za predstavljanje 10 decimalnih cifara potrebno je najmanje 4 bita.

\*Veliki je broj načina da se izabere deset 4-bitnih riječi. Neki od najčešćih kodova:

\*BCD: Binary-coded decimal, također poznat kao 8421 kod

\*Excess-3 (višak-3)

\*2421...

## \* BCD code

\*0000:0 ...1001: 9

\*Upakovana-BCD reprezentacija:

\*8 bita (jedan byte) predstavlja 0---99

\*BCD sabiranje

\*Slično kao sabiranje 4-bitnih binarnih brojeva bez predznaka.

\*Trebna napraviti korekciju ako rezultat prelazi 1001 (9) dodavanjem 0110 (6).

\*Potreba ponavljanja postupka za sledeću cifru može da se javi ili zbog inicijalnog binarnog sabiranja ili sabiranja korekcionog faktora.

23

**Table 2-9** Decimal codes.

Decimal digit	BCD (8421)	2421	Excess-3	Biquinary	1-out-of-10
0	0000	0000	0011	010001	100000000
1	0001	0001	0100	010010	010000000
2	0010	0010	0101	0100100	001000000
3	0011	0011	0110	0101000	000100000
4	0100	0100	0111	0110000	000010000
5	0101	1011	1000	100001	000001000
6	0110	1100	1001	100010	000000100
7	0111	1101	1010	1000100	0000000100
8	1000	1110	1011	1001000	0000000010
9	1001	1111	1100	1010000	0000000001
<i>Unused code words</i>					
	1010	0101	0000	000000	000000000
	1011	0110	0001	000001	000000011
	1100	0111	0010	000010	000000101
	1101	1000	1101	000011	000000110
	1110	1001	1110	000101	000000111
	1111	1010	1111	...	...

## \* Težinski kodovi

\* Svaka decimalna cifra se može dobiti iz njene kodne riječi pridruživanjem fiksne težine svakom bitu kodne riječi.

\* BCD (8,4,2,1)

\* 2421 (samo-komplementan: kodna riječ za komplement bilo koje cifre može se dobiti komplementiranjem pojedinačnih bitova-cifara kodne riječi.

25

## \* Kodiranje alfanumeričkih informacija

\* Alfanički simboli:

\* numerički simboli (0, 1, ..., 9)

\* slovni simboli (A, B, ..., Z)

\* interpunkcijski znakovi (, . ; : " ...)

\* specijalni simboli (#, \$, %, ...)

\* Standardi:

\* ASCII (American Standard Code for Information Interchange)

\* ISO 8859-1

\* Windows CP 1250

\* Unicode

## \* Kodovi za detekciju i korekciju grešaka

- \*Koncentrisaćemo se na binarni brojni sistem. Sve informacije će biti kodirane binarno!

Pojava grešaka:

- \*Kodovi za detekciju grešaka
  - \*u stanju su da detektuju grešku, ali ne i da je koriguju
- \*Kodovi za korekciju grešaka
  - \*detekcija i korekcija grešaka

## \* Kodovi za detekciju grešaka

- \*Najjednostavnije je da se doda još jedan bit tako da ukupan broj jedinica u poruci bude paran ili neparan.
- \*Primer:
  - \*originalna poruka: 001101
  - \*sa dodatnim bitom (uk. br. jedinica paran):  
001101**1**
  - \*sa greškom: 00**0**101**1**
  - \*vidimo da je došlo do greške pošto je ukupan broj jedinica neparan!
- \*Greške od više od jednog bita mogu da prođu nedetektovane!  
1**1**1101**1**

### \* Karakter za provjeru bloka

b1 b2 b3 b4 p1

b5 b6 b7 b8 p2

p3 p4 p5 p6 p7

\*U slučaju greške od jednog bita bilo gdje, moguće je detektovati i korigovati grešku:

b1 b2 b3 b4 p1

b5 b6 b7 b8 p2 ←

p3 p4 p5 p6 p7



### \* CRC kod

\* *Cyclic Redundancy Character*

\* Poruka se kao niz bitova dijeli sa nekim unaprijed dogovorenim brojem, rezultat se odbacuje a ostatak pri dijeljenju se dodaje uz poruku.

\* Na prijemnoj strani se primljena poruka dijeli istim brojem i ostatak se poredi sa primljenim ostatom.

